

**VERITÀ, SIGNIFICATO, PROVA
UN DIBATTITO
TRA GIOVANNI SAMBIN E CARLO DALLA POZZA**
Antonio Negro e Giovanni Sambin

Sommario

Trascrizione modestamente rifinita della conferenza, e del successivo dibattito, dal titolo “Costruzionismo, Verità, Logica”, tenuta da Giovanni Sambin presso l’Università di Lecce il 16 ottobre 2006.

Giovanni Sambin è un matematico costruttivista, docente di Logica Matematica all’Università di Padova. Ha dato fondamentali contributi in Topologia Formale e costruito un sistema di logica minimale (Basic Logic), con importanti applicazioni in Filosofia della Logica e della Matematica. Sul piano più strettamente filosofico, ha introdotto il Costruttivismo Dinamico, una nuova posizione sui fondamenti della matematica ispirata all’Intuizionismo e all’Evoluzionismo.

Carlo Dalla Pozza (1942–2014) è stato un filosofo analitico, docente di Logica, Filosofia del linguaggio ed Epistemologia nelle Università di Lecce e Verona. Il suo nome è legato allo sviluppo di una teoria formale degli atti linguistici all’interno di un linguaggio pragmatico, che ha importanti applicazioni in Filosofia della Logica, della Scienza, e delle Norme.

Nel loro dibattito, che include anche altri studiosi intervenuti per l’occasione (Claudio Garola, Arcangelo Rossi, et cetera.), si affrontano in una continua dialettica questioni filosofiche fondamentali, mettendone in evidenza la complessità sia dal punto di vista concettuale che dal punto di vista storico. Lo sfondo della discussione è il rapporto tra le nozioni di verità classica e intuizionistica, ma i problemi toccati vanno dalla Filosofia della Logica e della Matematica alla Teorie del Significato, dall’Epistemologia all’Etica. Seguendo le loro analisi, obiezioni e contro-obiezioni, è possibile non solo formarsi un quadro piuttosto ampio della riflessione contemporanea su questi temi, ma

anche apprezzare distinzioni e connessioni che sono spesso messe in secondo piano.

Carlo Dalla Pozza: Presento brevemente Giovanni Sambin, che è un logico matematico, e matematico. È stato, o è ancora – non lo so –, direttore del Dipartimento di Matematica Pura e Applicata dell’Università di Padova, ha dato dei contributi fondamentali oggi molto riconosciuti nell’ambito della Topologia. Ha anche costruito una logica sub-strutturale, la Basic Logic, che contiene alcuni principi di grande importanza come il Principio di Riflessione, che è un modo di proiettare il meta-linguaggio nel linguaggio oggetto. Lo si utilizza quando costruiamo un linguaggio formale; per esempio, quando introduciamo connettivi e quantificatori, di solito si dice che il significato di questi connettivi è motivato dal linguaggio ordinario. Perché? Perché è il linguaggio che noi utilizziamo come meta-linguaggio per costruire il linguaggio formale. Ecco, lì si usa un principio di proiezione. Il caso più importante di applicazione di questo principio sono le dimostrazioni di completezza e di incompletezza di Gödel, per la logica. Io me lo sono ritrovato tra i piedi anche nel mio lavoro di Logica Pragmatica [si veda *Dalla Pozza e Garola 1995*]. Insomma, è un principio che io ritengo davvero fondamentale, e che lui ha messo a fuoco con grande lucidità in questo suo lavoro. Come accade – spesso, direi – tra gli scienziati e studiosi creativi... finiscono con l’interessarsi dei fondamenti della loro disciplina e della filosofia soggiacente. L’argomento di cui tratterà Sambin questa sera riguarda la sua posizione in Filosofia della Logica e della Matematica. È una posizione a cui ha dato il nome di “Costruttivismo Dinamico” [si veda *Sambin 2002*]. È una variante, interessante per molti aspetti, dell’Intuizionismo. Sambin muove una critica alle tre principali scuole dei fondamenti, che sono Logicismo, Formalismo ed Intuizionismo – e sviluppa questa tesi che non anticipo. Abbiamo, per sua volontà, deciso di organizzare l’incontro in questo modo: lui prima introdurrà molto sinteticamente la sua posizione, io svolgerò poi dei commenti, e infine apriremo il dibattito.

Giovanni Sambin: Grazie. Ringrazio Carlo Dalla Pozza. Questa chiacchierata di stasera è una promessa da tempo, e sono contento di soddisfarla. Ringrazio per l’ospitalità, come sempre, nel sud d’Italia, più calorosa che al nord. Cosa che apprezzo moltissimo. Devo solo smentire Carlo, nel senso che per fortuna non sono mai stato e penso mai sarò direttore del dipartimento, perché...

Carlo Dalla Pozza: ...e allora era un'informazione sbagliata...

Giovanni Sambin: ...perché sono troppo radicale per l'Università di Padova. Ok, direi che, visto che la mia introduzione alla discussione sarà una serie di premesse, è meglio smettere con le premesse delle premesse e cominciare con la chiacchierata.

Non so se è l'effetto dell'essere prossimo ai sessanta, ma la sensazione è che si vorrebbero comunicare tutte le cose che si sono capite della vita e dell'uomo, in mezz'ora. Impossibile, naturalmente. Però c'è una cosa da ricordare: secondo Sartre, se ricordo bene, capire l'uomo è esattamente il compito della filosofia. Anche secondo me è così. Quindi cercare di comunicare quanto si è capito della vita in un certo senso è fare filosofia. Anche secondo me è così, nel senso – se volete più astratto, più profondo – che il mondo senza l'uomo vive benissimo e non ha bisogno di auto-spiegarsi (è quello che è, punto e basta): con giochi di parole che forse i filosofi amano più di me, si potrebbe dire che l'unica cosa che il mondo fa non è di auto-spiegarsi ma di-spiegarsi, essere quello che è. Invece, l'uomo per sua natura ha bisogno di auto-spiegarsi, e lo rivedremo tra un attimo.

In mezz'ora, naturalmente... Dunque, a me sembra di aver capito molte cose. Lo dico con una certa tranquillità perché so quanto mi è costato, e quindi non è una sparata (potrei specificare, nella tale epoca ho capito questo, ho capito quell'altro). Naturalmente, adesso è difficilissimo perché restano ancora più cose da capire, ma insomma – tutto sommato – sono abbastanza soddisfatto. Bisognerebbe dare una panoramica come in certi poster turistici, non so se avete mai visto – che so – Otranto (si vede la spiaggia e magari l'albergo o la piazzetta del paese), poi di dietro il Salento, poi Roma, l'Atlantico, New York. Cioè, la progressione è velocissima. Si passa in un attimo da una scala con molti dettagli ad una con la massima panoramica. Credo che dovrò usare sempre quest'ultima scala, ma spero di riuscire a comunicare qualcosa lo stesso.

Cercherò anche di introdurre qualcosa che vi possa sorprendere e/o provocare in vista della discussione. Perché questo è il motivo per cui sono venuto qui. L'accordo con Carlo Dalla Pozza e i suoi allievi è soprattutto di discutere, perché abbiamo posizioni apparentemente diverse, quindi sembra interessante un confronto di qualche tipo.

Come avete già capito dal mio linguaggio, non sono un filosofo: faccio le mie sparate senza troppo timore. Io penso che sbagliare con le parole sia sempre preferibile allo sbagliare con i fatti. Cioè, con pensieri e parole non si è mai ammazzato nessuno, ma solo con le conseguenze di queste. Quindi anche dire qualche cavolata non è così grave. Che io non sia un filosofo lo si deduce subito

anche dal fatto che tra un istante dichiarerò a che partito appartengo, a che visione appartengo. E anzi lo dirò senza lasciare a voi il compito di estrapolare dalle conseguenze i principi da cui parto: vi dico subito i principi. Per esempio, un principio fondamentale per me è che sono ateo, in un senso forte. Cioè, non credo in alcun Dio, in alcun miracolo, in alcun equivalente di Dio – in qualunque delle sue forme. Naturalmente, mi rendo benissimo conto che dire questo in Italia vuol dire trovarsi certamente a meno di mille metri dalla chiesa più vicina. Quando ho pensato questa cosa preparando la conferenza di oggi, ero nel duomo di Lecce, un posto magnifico, uno dei più belli della città. Quindi so benissimo il peso di quello che sto dicendo: le chiese formano un insieme topologicamente denso nel territorio italiano.

Una manifestazione di Dio sono i miracoli. Gregory Bateson diceva – secondo me molto giustamente – che, una volta che si cominci a credere, e si creda a un miracolo, poi non si sa più dove si arriva: si è costretti a credere a mille altre cose. Ed è esattamente il motivo per cui io ho smesso di credere. Perché si sa dove si comincia, ma non si sa dove si finisce. Se si comincia a credere a un Dio, bisogna credere anche a tutte le baggianate che si dicono in nome di quel Dio. Vorrei chiarire una cosa. Se d'ora in poi parlerò, ancora per un po', di Dio o simili, lo faccio con molto rispetto; senz'altro più rispetto di quello che ha usualmente un credente per me che sono ateo (nel senso che sono considerato uno che andrà all'inferno o amenità del genere). Mentre io di un credente non parlo male; semplicemente gli domando come mai crede, e pongo quesiti. Dicevo... credere a Dio ha lo svantaggio che bisogna poi credere anche a tutte le baggianate che vengono dette in nome di Dio. Ed è esattamente questo che mi ha indotto a diventare ateo. Perché mi son preso delle grosse fregature da piccolo, da molto piccolo. Non occorre specificare quali. Per fortuna, con il carattere che avevo, non ho voluto cedere alle baggianate che mi volevano rifilare (tanto per chiarire, era Veneto anni '50, quindi di sicuro peggio che qui). Sono riuscito a non cedere, sono riuscito a non sacrificare la mia logica interna sull'altare di qualche autorità divina o paterna. Non so se il merito è davvero mio, del mio patrimonio genetico o del fatto che mia madre è stata comprensiva, o magari del fatto che questo supposto torto che ho subito in realtà è una mia allucinazione – e mio padre non era assolutamente l'autoritario che sto descrivendo. Non ne ho idea. Comunque, sta di fatto che penso di avercela fatta. Da qui in poi si potrebbe assumere una prospettiva psicanalitica e andare a vedere quali tracce hanno lasciato queste esperienze precoci nei miei sogni e nella mia vita affettiva o sessuale, o quali traumi ho trasformato in quali nevrosi

et cetera. Non temete. Non comincerò a raccontarvi di queste cose. Perché le nomino? Le nomino per ricordare che l'esperienza di un soggetto è rilevante; le nomino per ricordare che qualunque cosa noi produciamo, qualunque cosa viviamo, soprattutto qualunque pensiero produciamo, questo pensiero è un secreto di un organo biologico che si chiama cervello (o mente, in generale – se pensiamo alla mente come qualunque fonte di pensiero soggettivo; alcuni dicono che si pensa col fegato, col sistema linfatico, o che comunque servono anche quelli a pensare et cetera, non ci perdiamo in questo...). Dicevo... è il secreto di un organo biologico, e quindi – in quanto tale – vive in una storia, vive in uno specifico organismo. E quindi non è così folle collegare il pensiero, il pensiero astratto, a una vicenda soggettiva. Detto in altri termini, forse equivalenti da certi punti di vista, so per certo che Carlo Dalla Pozza ha seguito strade diverse nella sua adolescenza per liberarsi probabilmente da problemi simili, ed è arrivato a risultati diversi. Non credo che valga la pena andare a fare la psicanalisi di Carlo più di quanto valga la pena fare la psicanalisi mia, ma certamente potrebbe essere utile conoscere alcune delle motivazioni soggettive per capire meglio anche una posizione apparentemente astratta (non per prevedere, o giustificare, ma per comprendere meglio). Comunque, ripeto, la storia delle mie nevrosi non è interessante qui. Ognuno ha le sue nevrosi. Uno dei paradossi della vita psichica umana è che chi crede di non avere nevrosi è il matto più evidente.

Quello che invece vi interessa qui, il motivo per cui siete qui, è in un certo senso il fatto che io ho trasformato quella che poteva essere un'esperienza soggettiva, un bisogno mio soggettivo, in un mestiere. Ho cominciato a pensare da piccolo a un sacco di cose. So che ho cominciato quando avevo tre o quattro anni. Quando dico "pensare" intendo una cosa molto specifica, nel senso che apparentemente rimanevo fermo immobile come inebetito, tanto da preoccupare mia madre, che mi ha portato dal medico per vedere se avevo qualche disturbo. E, per riuscire a stare tranquillo, dicevo "sto pensando, lasciami in pace" o qualcosa del genere. Un po' alla volta, verso i vent'anni ho capito che l'attività del mio pensare, dei miei pensieri, era rivolta in buona parte a quello che oggi chiamerei "Epistemologia" (cioè studio di come arriviamo a conoscere in modo certo, *epistème*...), "Logica" (nel senso, in particolare, di metodo per convincere) e anche "Filosofia della Matematica". Da allora non ho mai smesso di pensarci, non mi sono mai annoiato, anzi ne ho fatto il mio mestiere; anche se, per carattere, ho scelto una strada – quella di fare il matematico invece che il filosofo – che mi mette un po' al riparo da una certa esposizione. Per inciso, i

matematici mi rifiutano, dicono che sono un filosofo e – in quanto filosofo – disprezzabile produttore di parole in libertà. Sappiate che questa è l'opinione che hanno i matematici dei filosofi in genere. È chiaro che è un'approssimazione molto grossolana (però è una cosa diffusa e si sente spesso, almeno al mio dipartimento). E, viceversa, i filosofi mi rifiutano perché non parlo la lingua dei filosofi, non cito le fonti giuste, non so dire chi ha introdotto l'a-priori nel tal periodo et cetera. Allora ho imparato che ai filosofi dico che sono un matematico, così evito di essere rifiutato. E ai matematici dico che sono un filosofo – tanto per loro sono un parolaio. In questo modo sto tranquillo. Per citare un amico caro, che era George Boolos (che forse qualcuno di voi ha letto come filosofo) lui diceva di sé di essere due terzi filosofo e un terzo matematico, e di me che ero il viceversa: due terzi matematico e un terzo filosofo. Io non so se avesse ragione, penso di non essere d'accordo. Lo deciderete voi se quello che dico può essere interessante o meno per la filosofia. Comunque, andiamo avanti.

Religione, Dio e miracoli forniscono un modo per organizzare il pensiero. Secondo me, addirittura, questo è il loro scopo alla fin fine. Però è un modo magico per organizzare il pensiero. Come per i miracoli, è molto difficile spiegarsi le cose facendone a meno. Si chiama “miracolo”, appunto, una cosa che di solito non si riesce a spiegare (e quindi tutti i discorsi sul CICAP, Piero Angela o dissacratori di miracoli o cose simili). Se si abbandona il pensiero magico, si deve fare una gran fatica a spiegare le cose in un modo diverso. Perché dovremmo farlo? Cosa c'è di male ad avere un pensiero magico o superstizioso? Secondo me semplicemente perché non funziona bene. La spiegazione magica delle cose non funziona. Notate che non sto dicendo “perché la verità è un'altra”. Sto dicendo semplicemente “perché non funziona”. Un pigmeo non ha lo stesso dovere. Un pigmeo, che vive nella sua foresta in pace con le piante, che sa distinguere mille tipi diversi di piante, sa quali sono utili per la febbre, per sudare et cetera, e pensa che ciascuna pianta sia un Dio diverso o simili, non ha nessun bisogno di uscire dalla sua visione magica. Siamo noi, supposti civilizzati, che se continuiamo a pensare le cose in modo magico (noi italiani in particolare, se permettete), siamo noi che dovremmo abbandonare la visione miracolistica. Qui ci sarebbero incisi da fare su questo atteggiamento che è diffuso credo in qualunque cultura umana ma in Italia è diffusissimo... e non si capisce bene perché c'è questa visione miracolistica delle cose, per cui oggi sul giornale un Briatore viene a dire che tutti dovremmo avere più di venti milioni di euro l'anno o simili.

Dicevo... cercando di omettere temi che ci porterebbero a discutere animatamente di politica invece che di filosofia, la visione miracolistica si deve abbandonare semplicemente perché non funziona. Tipico è il credere degli italiani all'idea del colpo di fortuna nei vari campi. Pensiamo di essere fortunati. Con ciò, poiché ci riteniamo fortunati, non investiamo in ricerca, in conservazione del patrimonio, in rispetto delle regole et cetera. Tutte cose che non curiamo perché non ne vediamo l'effetto immediato, pensando che ci sia un colpo di fortuna al momento giusto; col risultato che chi invece lo fa ci batte in qualunque punto di vista: guardate la marca del telefonino che avete in tasca, per esempio. Tutto questo per dire che la visione miracolistica si deve abbandonare perché non funziona. Non perché c'è una verità superiore o cose simili. Quindi, abbandonare Dio nelle spiegazioni... senza Dio alcune cose non si spiegano.

La cosa principale che non si spiega senza Dio è come mai esistiamo, secondo me. Se c'è un Dio la nostra esistenza si spiega come una sua intenzione. E quindi si riduce a lui o lei e alla sua volontà. Se non c'è Dio, la nostra esistenza semplicemente non si spiega. Si deve accettare com'è. E forse questo è quello che dà fastidio ad alcuni. A me allo stato attuale no, non ancora. Tra vent'anni, quando sarò vecchio abbastanza, forse mi darà fastidio e avrò altri pensieri. Ma allo stato attuale non mi dà fastidio. Quel che possiamo invece fare è capire *cosa* siamo, e non *perché* ci siamo. Tra l'altro, questo è molto coerente con una visione naturalistica, evolutiva, dinamica, costruttiva, nel senso che se noi – non è un discorso semplice ma mi sembra abbastanza chiaro... cioè: il poter spiegare la nostra esistenza vorrebbe dire che noi, prodotto di un processo, spieghiamo il processo stesso di cui siamo il prodotto. Ma questo non funziona, è un circolo vizioso: noi siamo il risultato dell'evoluzione, la nostra mente si spiega in termini dell'evoluzione, e quindi non è nata per spiegare l'evoluzione stessa. Quindi, non può spiegare più di tanto se stessa. La spiegazione con l'esistenza di Dio in un certo senso non è una spiegazione, perché se la nostra esistenza si spiega postulando che esista un Dio poi dobbiamo spiegare l'esistenza di Dio, che è molto più difficile che spiegare l'esistenza nostra, perché almeno noi possiamo toccarci, comunicare tra noi, fare una serie di cose che invece non possiamo fare con Dio. Mi sembra come per una teoria assiomatica degli insiemi: per spiegare i numeri naturali, si assumono principi fortissimi sugli insiemi (di costruzione di insiemi); a quel punto, i naturali si spiegano sì, ma non si spiegano più i principi apparentemente molto più semplici – ma in realtà molto più difficili da spiegare – sugli insiemi. Allora era meglio accettare i

naturali per quello che sono, almeno qualcosa spiego, anche se non spiego tutto, e so esattamente cosa riesco a spiegare e cosa no.

A parte l'esistenza nostra, che dobbiamo accettare secondo me, ci sono un sacco di cose che possiamo benissimo spiegare senza Dio o senza alcun miracolo o senza alcuna assunzione metafisica, nel senso di soprannaturale. Due cose in particolare, che sono usualmente considerate come difficili da spiegare, sono secondo me accessibili. Spiegare non vuol dire determinare tutti i dettagli, saper dire esattamente dall'inizio alla fine e tutte le conseguenze... ma semplicemente togliere l'alone di mistero, dare un senso umano, ed evolutivo-dinamico, alla cosa. E due cose che si reputano difficili sono, da una parte, l'etica (si presume, chissà perché, che se l'uomo discende dalla scimmia allora non può avere una morale o un senso morale); dall'altra, logica e matematica. Dell'etica non voglio parlare. Voglio solo fare due sparate veloci. Primo, un comportamento eticamente corretto in fondo non è molto diverso da un egoismo a lungo termine; ed è quindi evolutivamente spiegabile senza grosse difficoltà. Corollario, o altra osservazione a lato: ci arrivano anche gli animali. Non occorre essere uomini per avere un egoismo a lungo termine, non occorre avere lo spirito – diciamo. Due, un'altra questione (ma qui di nuovo è politica e farò solo un accenno): il nostro lavoro di intellettuali ha una sua etica, che per me è l'unico modo di spiegare come mai la nostra società paga alcuni suoi membri per passare il tempo a pensare.

Lasciamo da parte l'etica e veniamo alla logica e alla matematica. Secondo me, tutto della logica e della matematica si deve spiegare (e si spiega) senza ricorrere ad alcuna assunzione soprannaturale. Questo non vuol dire naturalmente che la spiegazione sia più semplice di quella usuale. Anzi, di solito è più complessa. È epistemologicamente più semplice, ma combinatorialmente molto più complessa, e costosa. Una metafora, tanto per capirci. È come per l'energia: è molto più complesso trovare e utilizzare fonti non rinnovabili per l'energia che non bruciare qualche milione di tonnellate di petrolio al giorno e con quello risolvere tutto. Però il prezzo che si paga è altissimo dal punto di vista dell'ambiente. Mi trovavo a fare queste considerazioni nella piazza del duomo di Lecce, come avete capito prima. Allora, con un rapido conto che potete fare anche voi (la stima di quante automobili circolano in Italia, quanto consuma un'automobile, quanto petrolio ci vuole per fare un litro di benzina e cose simili), si brucia ogni giorno in Italia la piazza del duomo piena – anche in altezza – di petrolio. In un giorno! Il mio conto è di centomila tonnellate di petrolio al giorno. Quindi, la semplicità ha un costo, altissimo. Secondo me

accade la stessa cosa riguardo alla matematica: pensare di fare assunzioni che sembrano semplici, perché spiegano tante cose e permettono di fare tante cose, ha un costo altissimo, cioè sono assunzioni inspiegabili, sostanzialmente.

Tipico esempio matematico è il concetto di infinito, tanto per arrivare subito al dunque senza prepararvi, senza cercare di convincervi. Non sono io il primo a dire che l'infinito in realtà non esiste ed è un modo semplice per trattare il finito illimitato, che è molto più complesso. L'uso del concetto di infinito, che è una cosa semplice, ha un costo alto. Ed è esattamente il fatto che l'infinito non esiste. È una costruzione o finzione nostra. È un concetto che costruiamo noi. L'infinito non esiste in alcun senso indipendente dalle nostre menti. Non esiste in sé. È solo una nostra finzione come Paperino, Sherlock Holmes, la taglia 50, i terroni o i polentoni et cetera. Cioè, come qualunque concetto astratto. Per capire questo, sarebbe utile – cosa che faccio con gli studenti, per esempio – ripensare assieme ad una serie di esempi in cui noi leggiamo l'infinito, per vedere in ciascun esempio come in realtà l'infinito è un'estrapolazione nostra di un'esperienza chiara. Immaginate, ad esempio, di riprendere un monitor con una videocamera e – ci sono esempi molto più semplici – sul monitor fate vedere quello che la telecamera riprende. Quindi, la telecamera riprende il monitor che riprende il monitor che riprende il monitor... e c'è un infinito subito. Ma l'infinito in realtà non esiste, perché male che vada a livello dei quanti ci fermiamo. In realtà ci fermiamo molto prima, ci fermiamo ai pixel del monitor che deve riprodurre il tutto, se non a quelli della videocamera. Quindi vuol dire 800x1000 o quello che è, e quindi un numero finito bassissimo. Quindi l'infinito non esiste, anche se noi “lo vediamo”, in un senso molto forte e preciso. Esempi di questo tipo ce ne sono moltissimi. Mettetevi tra due specchi e vedrete la vostra faccia all'infinito. Oppure comprate del cacao Droste e guardate l'immaginina che c'è – almeno nei pacchetti di una volta – con una signora col costume olandese con quel cappello buffo che porta un vassoio con una confezione di cacao Droste in cui c'è la signora con un vassoio et cetera... È infinito? No! Chiaramente no. Perché, quale tipografo riuscirebbe a stampare infinite signore su un pezzo di carta? Ci si ferma alla capacità di risoluzione della sua stampante. Qualunque questa sia, è un numero finito. Quindi, c'è un numero finito di donne col tipico costume olandese... Secondo me non si riesce ad andare oltre quattro o cinque, sette o otto al massimo. E già questo per noi essere umani fa scattare immediatamente l'infinito. Però questo non vuol dire che esista in sé. Un esempio che ho pensato oggi, che è carino: la terra – dicono gli astrofisici – ha

circa cinque miliardi di anni (forse Claudio Garola – essendo un po’ più vicino agli astrofisici – può confermare o meno).

Claudio Garola: Quattro e mezzo.

Giovanni Sambin: Ecco, non ho sbagliato tanto. E l’altra cifra, non son sicurissimo... secondo quel che mi ricordo, dicono che restano alla terra circa dieci miliardi di anni.

Claudio Garola: Per la terra non so, per il sole sono quindici.

Giovanni Sambin: Comunque, supponiamo che siano quindici miliardi di anni. È un numero finito, non infinito. Eppure, saremmo un po’ eccentrici – a dir poco – se allo svegliarci al mattino dicessimo “mah, dieci miliardi meno un giorno oggi” e, domani, “dieci miliardi meno due giorni” et cetera. In realtà, quello che pensiamo è un infinito succedersi dei giorni. E lo pensiamo come una cosa eterna. Ma in realtà sappiamo benissimo, nel senso che questo ci dice la scienza, che non c’è alcun infinito. L’infinito quindi è solo potenziale. Non esiste alcun infinito attuale, se non come assunzione meta-fisica. Per le applicazioni quotidiane scientifiche, l’infinito potenziale è più che sufficiente. “Potenziale” vuol dire che dà solo le regole di generazione degli elementi di questo infinito. Esempio tipico sono i numeri naturali: zero e poi il successore di qualunque cosa abbia trovato. Quindi: zero, il suo successore, il suo successore et cetera. Quindi l’infinito vero, che qualche volta è chiamato attuale, non esiste di per sé, solo nelle nostre menti. Ci serve perché è più facile parlare di infinito che non del finito illimitato. Anche se questo ci costa un salto di astrazione (comunque, certamente meglio che consumare milioni di tonnellate di petrolio).

Lo stesso discorso si applica alle figure geometriche. È molto più semplice ed enormemente più efficace pensare che questo tavolo sia un rettangolo, o abbia forma rettangolare. Non avrebbe senso andare a misurare per vedere se davvero questo lato è lungo tanto quanto quello, per poi dire “non hai un tavolo perfettamente rettangolare, perché questo lato è un decimo di millimetro più lungo di quello”. Sarebbe totalmente insensato. Ma anche qui – notate – noi usiamo un’astrazione che non esiste. Perché *il rettangolo* non esiste. Non ha alcuna esistenza indipendente dal fatto che noi lo creiamo. Siamo noi esseri umani che creiamo tutti i concetti astratti.

So benissimo che ho detto “tutti”, intendevo dire proprio “tutti”, non solo quelli della matematica, come *infinito*, o della geometria, come *triangolo*, ma anche... *mela*. Un aspetto carino riguardo al concetto di mela – per far vedere che tutti i concetti sono dinamici... [disegna lo schizzo di una mela, poggiata sulla sua cavità inferiore, in sezione longitudinale]. Questa è una mela. A parte il fatto

che l'ho disegnata malissimo, ma la nostra immagine è che se tiriamo una retta qui [la perpendicolare, passante per l'attacco del picciolo, al piano d'appoggio della mela] le due parti siano simmetriche l'una dell'altra. Ok? Bene, questo non solo non è vero, ma è sempre falso. Sempre! Prendete una qualunque mela... mi son dimenticato di passare dal fruttivendolo qui... avrei potuto prendere una mela, metterla qui, togliere il picciolo, mettere sopra la mela un cartoncino e vedere se è parallelo al piano del tavolo. Non è *mai* parallelo. Perché in realtà una mela – d'ora in poi fateci caso per qualche minuto fino al momento in cui mi darete ragione – è *sempre* asimmetrica (i biologi lo sanno bene, anche se non mi ricordo come lo spiegano): una parte è un po' più piccola dell'altra. Sempre. Non so perché, però è così. Però non avrebbe senso che noi pensassimo a una mela come approssimazione – ma non esatta – di una cosa simmetrica. È sempre più facile pensare a una mela come simmetrica. Però è un'invenzione nostra. È una semplificazione delle mele reali. In questo modo, io non solo ho discusso il fatto che il concetto è una costruzione dinamica nostra, e che non esiste nella realtà, ma anche vi ho – penso o spero – fatto capire che il concetto stesso è sempre dinamico. Nel senso: forse, qualcuno di voi d'ora in poi avrà un concetto di mela leggermente diverso da quello che aveva cinque minuti fa. Perché vi ho fatto osservare qualcosa che forse qualcuno non aveva osservato, e quindi d'ora in poi il concetto di mela sarà legato a qualcosa di nuovo. Quindi, è cambiato. Quindi, è dinamico. Sono sicuro che se stessimo qui, e invece che parlare di filosofia parlassimo di... politica, o geografia sociale... detto in altri termini: se cominciasse a discutere di cosa intendono quelli della Lega con "terrone", e che cosa intendono i meridionali con "polentone", dopo mezz'ora forse ciascuno di noi avrebbe un concetto leggermente diverso da quello che aveva prima (per esempio constatando che c'è un polentone che si trova bene al meridione e non parla male dei meridionali). Ciò vuol dire che tutti i nostri concetti... tutti i concetti, oltre ad essere nostri, sono dinamici: sono in continua evoluzione.

Parlando della mela, ho detto: la simmetria non c'è, e dovremmo... cioè, se andiamo a vedere bene, ci rendiamo consapevoli che la mela non è simmetrica. Ma perché dovremmo diventare consapevoli? Cioè, qual è la motivazione per andare a vedere a questo punto come nascono e cosa sono i concetti astratti? Secondo me, semplicemente – rifacendoci al discorso di prima – per fare filosofia bisogna conoscere l'uomo. L'uomo ha dentro di sé questa capacità di auto-coscienza, di essere cosciente, che è una facoltà biologica; e quindi, siccome vivere secondo me vuol dire mettere in atto tutte le proprie facoltà,

anche diventare auto-coscienti vuol dire vivere di più, o vivere meglio. Quindi è una cosa che secondo me dobbiamo fare. Quindi, se volete, questo è un ottimo argomento per dire: siccome far filosofia vuol dire diventare coscienti di che cosa significa essere uomo et cetera, alla fin fine la filosofia serve a vivere meglio. Quando dico “far filosofia” intendo solo “diventare consapevole di cosa vuol dire, secondo me, un concetto astratto”: non sono in grado assolutamente né di collegarmi con la tradizione né di spiegarmi per bene.

Ora, questa è una parte che sto pensando, almeno in questi termini, da molto poco tempo. Secondo me, ogni concetto include una trinità (quindi l’enigma della trinità in realtà si applica ad ogni concetto). Ogni concetto è uno e trino. Perché? Ogni concetto deve includere [disegna un triangolo equilatero]: la fonte delle percezioni, qualche volta si può dire “realtà” [indica un vertice del triangolo]. Ok? Poi deve includere: io, ciascuno di noi, che ha queste percezioni [indica un secondo vertice]. Ed infine... la parola che si usa per indicare queste cose [indica il terzo vertice]. Il punto nuovo, che non avevo mai capito e che ho capito molto recentemente, è che qui (forse Carlo è interessato), qui tra... non so bene dove [indica l’interno del triangolo], c’è un gioco tra parola e casi specifici ai quali la parola si applica. E *qui*, in questo triangolo, c’è di nuovo un circolo virtuoso che potrebbe essere un caso molto più generale di quello che dà luogo alle costanti logiche, una specie di Principio di Riflessione...

Carlo Dalla Pozza: Puoi spiegare meglio che cosa intendi per “casi specifici”?

Giovanni Sambin: Qui [indica il terzo vertice] c’è la parola “mela”, mela come parola [scrive “mela”], qui [indica il primo vertice] c’è una mela.

Carlo Dalla Pozza: Ho capito.

Giovanni Sambin: Non c’è uno senza l’altro. Nascono insieme. E secondo me il significato è esattamente il fatto che ci siano i due livelli, e che siano legati. Dare significato, secondo me, sono abbastanza convinto – ed è la novità che vi racconto oggi, non l’ho mai raccontato a nessuno – secondo me dare significato... il significato di una parola è la capacità di vedere in qualche modo questi due livelli diversi. E cioè, la parola in quanto tale, e le sue applicazioni. Una macchina, non lo sa fare. Usualmente, una macchina nel senso di macchina di Turing, non lo sa fare. Allora, da qui... queste sono tutte premesse in un certo senso – però io sto finendo, non abbiate paura, avevo detto che facevo solo premesse – da qui... io credo che questo ultimo punto a cui ho velocissimamente accennato sia molto importante, tant’è vero che il Principio di Riflessione che citava Carlo prima, è un caso di questo. Quello che ho scritto nell’articolo [si

veda *Sambin et al.*, 2000].... per esempio, scrivevo “ Γ comporta A&B se e solo se Γ comporta A e Γ comporta B”]; e dicevo che “e” si riflette in “&”.

Carlo Dalla Pozza: “e” è il legame meta-linguistico...

Giovanni Sambin: ...sì, ed “&” è il connettivo tra le proposizioni. Cioè, “e” congiunge asserzioni, ed “&” è un connettivo tra proposizioni. E, diciamo, uno si spiega con l’altro. Mi sembra che questa idea in realtà valga molto più in generale, per spiegare ogni concetto, e come nasce il significato di un concetto.

Comunque, per fare da qui in poi la panoramica tipo Oceano Atlantico dietro Lecce... questa prospettiva, insieme al Principio di Riflessione, dà luogo a quella che ho chiamato “Basic Logic”. E lì si vede che la logica non è una, ma tante quante volete, anche se molto ben strutturate. C’è un disegno, un cubo di logiche [disegna un cubo; si veda *Sambin et al.* 2000, p. 998], dove si vede che qui in alto c’è la logica classica, qui la logica intuizionistica... ah, notate, prima dovevo dire, qui c’è la Basic Logic, e ogni spigolo del cubo è una cosa molto chiara tecnicamente. A destra aggiungo i contesti a destra, a sinistra le logiche in cui aggiungo i contesti a sinistra, sopra aggiungo le regole strutturali e – guarda caso – con queste aggiunte ottengo tutte le logiche note. Lì dietro c’è la logica lineare di Girard, qui c’è la lineare intuizionistica, questa è una specie di logica quantistica, queste due sono logiche paraconsistenti, come ho scoperto recentemente, lì c’è la logica classica e qui la logica intuizionistica. Sono *tutte* estensioni della Basic Logic, in questo modo molto strutturato.

Da qui in poi, sempre con panoramica velocissima, si capisce che non esiste alcuna matematica oggettiva, in particolare... ah, qui, per inciso, una provocazione è: sfido qualcuno dei presenti, o in generale, a dirmi cosa vuol dire “oggettivo”. Io so cosa vuol dire, e ve lo dico dopo durante la discussione, ma sfido qualcuno dei presenti a spiegare cosa vuol dire oggettivo senza giri viziosi, cioè senza dirmi: è oggettivo che “oggettivo” significa questo, o cose del genere. Allora, secondo me non esiste una matematica oggettiva... non esiste una verità assoluta. Scegliere un modo di fare matematica, cioè scegliere una fondazione, equivale a scegliere un modo di leggere la realtà, un modo di astrarre dalla realtà. In particolare significa: quali informazioni si scelgono come rilevanti. Ad esempio, tanto per non rimanere troppo per aria, se si sceglie la logica classica, quello che si considera rilevante è la non-contraddittorietà. Ma si perde totalmente il concetto di testimone per un esistenziale, si perde totalmente il concetto di prova. Rimane quello di consistenza, di non-contraddittorietà. Nella logica intuizionistica il concetto è quello di prova di una qualunque asserzione. Nelle logiche sotto, è tutto da vedere che cosa...

cioè, non tutto da vedere, c'è ancora da discutere su che cosa significa. Comunque, io non parlavo di logica, quanto di fondazione. In una fondazione, quindi, bisogna chiarire anche quali sono, di fatto, i principi che si assumono sugli insiemi. Ad esempio, se si assume che, dato un insieme X , anche le parti di X – in simboli, $P(X)$ –, formano un insieme, questo significa che *non* si considera un'informazione rilevante conoscere le regole che costruiscono gli elementi di X . Perché, supporre che, dato X , anche $P(X)$ sia un insieme vuol dire perdere le regole. Si può dimostrare velocissimamente, con una diagonalizzazione, che non esistono regole per generare $P(X)$, qualunque sia X . Quindi dire questo vuol dire non considerare rilevanti le regole con cui si costruiscono gli elementi di un insieme. Quindi scegliere questo assioma vuol dire, appunto, fare una scelta su quali siano le informazioni che si considerano da mantenere, e quali siano quelle che si considerano da non mantenere. Quindi, tutto il contrario di un'unica scelta possibile. Come accennava Carlo, le fondazioni usuali invece sono una scelta specifica, qualche volta su base metafisica o religiosa. Molto velocemente: il Logicismo vede la logica come base di tutto, ma di fatto non sa spiegare da dove viene la logica. La prende come un principio... un principio primo che si deve assumere, però non dà nessuna spiegazione della logica. Il Formalismo... ai filosofi in genere non piace molto, e giustamente, perché è il tentativo dei matematici di negare la necessità della filosofia per giustificare la matematica. In parole povere, è il tentativo di ridurre questo triangolo [quello disegnato prima] alla sola parola. Cioè, sparisce la realtà, sparisce il soggetto, rimane solo l'espressione, il sistema formale in cui si scrive la matematica. E quindi è chiaro che è sballato. Il Platonismo... non mi sta tanto antipatico, salvo il fatto che... dunque, per due fatti. Uno, che c'è un'assunzione in più, cioè che i concetti esistano di per sé. E non è un'assunzione da poco, perché si assume che esista, diciamo, un punto di convergenza del processo che crea i concetti (e quindi noi non facciamo altro che approssimare qualcosa che esiste già). Questo di per sé non è grave. Il grave è che spesso viene utilizzato in modo negativo. E cioè qualcuno dice “questo concetto esiste di per sé, quindi te lo devi beccare”; senza giustificare l'uso di quel concetto, la sua non-contraddittorietà et cetera. Ultima osservazione (e quasi sono stato nel tempo previsto): come dicevo, secondo me la fondazione è una scelta, i concetti li costruiamo noi. Questo è un modo molto diverso rispetto al solito di concepire la logica e la matematica. Uno degli ostacoli ad accettare questo modo diverso di veder le cose, è che... di solito si pensa che per fare matematica – filosofia non lo so – sia *necessaria* la fondazione classica. Questa

in realtà è una credenza basata su non so che cosa, ma assolutamente falsa. E il mio compito... il compito che mi sono dato, da un certo tempo, è quello di far vedere che fare matematica è possibile su una fondazione diversa, non discutendo, ma facendolo. E quindi – a parte il divertimento di fare una matematica diversa dal solito – il mio lavoro di Topologia Costruttiva [si veda *Sambin, to appear*], che alcuni di voi hanno sentito nominare o conoscono, è motivato in buona parte, dal punto di vista filosofico, dal desiderio di far vedere non solo che si può teoricamente, ma che si fa davvero una matematica su una fondazione diversa; e – fatto molto più interessante di quello che credevano i classici – che si fa una matematica che i classici non sanno fare. Cioè, non solo un sottoinsieme di quello che fanno i classici, come di solito si crede, ma una matematica *nuova*, che dà cose *nuove*. E quindi non solo è possibile, ma funziona. E per certe cose funziona meglio di quella classica.

Credo di aver posto abbastanza questioni da poter discutere fino a quando siamo stanchi.

Carlo Dalla Pozza: Eh! Le osservazioni che farò avrebbero bisogno di essere poi cucite insieme.

Cominciamo con un punto su cui concordo completamente con Giovanni Sambin. Ed è questo: fuori dalle scatole i miracoli! Ogni spiegazione deve essere una spiegazione naturale. Cosa si intende per “spiegazione naturale”? Una spiegazione che non faccia ricorso a nessun elemento trascendente, che faccia ricorso soltanto alla nostra esperienza. E, come scrive in un suo saggio, sono perfettamente d’accordo che anche l’uomo, sia corpo che mente, vada spiegato in senso naturalistico; cioè, in termini di biologia molecolare e teoria dell’evoluzione. Su questo... d’altra parte, ateo lui, ateo io... per DNA, forse. Peraltro la mia formazione è nell’ambito dell’Empirismo Logico, quindi questo rifiuto della metafisica speculativa, come viene chiamata, non incontra nessuna resistenza da parte mia; anzi, sono perfettamente d’accordo.

Il mio problema nasce quando si cerca di fornire una spiegazione naturalistica in questo senso della logica e della matematica. Non perché logica e matematica non siano spiegabili in termini naturalistici: sono attività, prodotti, delle nostre capacità mentali. Ma un punto su cui io voglio richiamare l’attenzione è che Sambin ha parlato di “spiegazione della logica e della matematica”. Io vorrei porre una distinzione fondamentale, che è quella tra *spiegazione* e *giustificazione*. Io posso spiegare una teoria matematica – o tutta la matematica, se ne avessi la capacità – o una teoria fisica o una teoria biologica o una qualsiasi nostra costruzione concettuale... posso spiegarla in termini naturalistici. Quello

che spiego allora è la *genesis* di queste idee. E questo porta ad un'altra distinzione, che Sambin ha presente, però fa un'operazione... mi riferisco alla distinzione tra *processo* (di produzione di x , dove x è una qualsiasi entità) e il *prodotto* di questo processo. Mi spiego. Consideriamo la Teoria degli Insiemi, la Teoria ingenua degli Insiemi. Da una parte, io posso spiegare come si è arrivati a questa teoria, quali processi hanno portato un gruppo di matematici – Cantor, essenzialmente – a produrre questa teoria. Dall'altra parte, io ho il prodotto di questo processo, che è la Teoria ingenua degli Insiemi. Ora, la distinzione tra spiegazione e giustificazione è molto connessa a questo: da una parte, io posso spiegare come si è arrivato a produrre questo prodotto x , attraverso una spiegazione di tipo genetico; dall'altra, io posso chiedermi quale sia la giustificazione del prodotto, della teoria. Cioè, la teoria è valida o non è valida? Regge o non regge? Questo è il problema essenziale che io vorrei affrontare, perché questo problema si allaccia ad un altro aspetto: mentre la spiegazione fa uso di un linguaggio *descrittivo*, la giustificazione fa uso di un linguaggio *normativo*. Quando Giovanni prima diceva che gli elementi più difficili da spiegare sono, da una parte, l'etica, dall'altra, la logica e la matematica... eh sì, lo credo bene: perché sono in realtà discipline normative. L'etica, banalmente. La logica... la logica è la teoria dell'inferenza *corretta* (e non dell'inferenza *effettiva*). E dire "dell'inferenza corretta" significa dare uno standard normativo di come *si deve* dedurre. La matematica nasce da un apparato – e qui arriviamo alla questione di evitare la metafisica – di definizioni e procedure di un certo tipo, ed una definizione è un atto di statuizione (è molto simile ad un atto di prescrizione). Quali definizioni? Beh, ce ne sono... per esempio, Hilbert ci aveva educato, riprendendo per altro una concezione risalente all'Ottocento, ci aveva abituato a concepire gli assiomi come definizioni implicite. E in questo senso noi costruiamo – ed è una costruzione nostra – una struttura matematica mediante le definizioni, per poi scoprire certe conseguenze perché le deriviamo. Se le definizioni sono di una certa complessità, noi non sappiamo mai subito quali sono tutte le loro conseguenze: le inferenze logiche sono semanticamente non ampliative, ma epistemicamente ampliative. Perché, quando io deduco un teorema dagli assiomi (deduco una conclusione da una premessa), se la deduzione è corretta la conclusione è già contenuta nelle premesse. E quindi semanticamente non dice niente di nuovo delle premesse; però epistemicamente sì! Di solito, quando comincio il corso di logica, faccio un esempio banale. Parto da tre premesse. "Tutte le persone amano Dio"; "Dio è una persona"; "Dio ama solo Carlo" (Carlo sono io, perché

mi auto-gratifico). Beh, non è semplice o agevole vedere che Dio e Carlo, da queste premesse, si identificano... E, immaginate, Hilbert formalizzò la geometria euclidea in trentuno assiomi, e i teoremi che ne derivano sono infiniti. Quindi, non possiamo avere la conoscenza di tutte le conseguenze.

Vi dicevo... noi parliamo di giustificazione e andiamo a toccare gli elementi normativi del nostro linguaggio... Ora, c'è una tendenza alla quale Giovanni sembra molto affine, non in quanto ha detto oggi ma negli articoli. Questa tendenza si chiama "naturalismo". Cioè, io ho detto prima che tutte le spiegazioni devono essere naturali, non accettiamo altre spiegazioni che non siano naturali, nel senso proprio di "spiegazioni scientifiche". Il naturalismo, in etica, o il naturalismo epistemologico (Quine), è un'altra concezione: è quella che tenta di ridurre tutti i linguaggi normativi a linguaggi descrittivi. Per esempio, nel naturalismo etico questo è banale. Un enunciato prescrittivo, un enunciato di valore, lo si riduce ad un enunciato descrittivo, di tipo "se...allora" di solito. E, nell'ambito dell'epistemologia, Quine sosteneva in realtà che le regole con cui noi giustifichiamo qualcosa si riducono a procedure psicologiche, quindi sostanzialmente si riducono alla descrizione di processi mentali. Questa è una posizione molto vicina a quella di Giovanni. Quine riduceva quindi l'epistemologia, la metodologia, la logica a psicologia. Giovanni avrebbe la tendenza a ridurle a biologia. Beh, questa è una cosa molto pesante da digerire... È Frege che ci ha insegnato a distinguere tra spiegare e giustificare. In particolare, se io vedo la produzione matematica, o scientifica in genere, come un processo mentale... va bene, questo processo mentale si lascia spiegare in termini genetici: io spiego esattamente come sono arrivato a questa produzione. Dopodiché ho questo prodotto. Io voglio sapere a questo punto – non solo voglio spiegare come si è giunti ad esso –, ma voglio sapere se è valido o non è valido, se è giustificato o no... e qui la spiegazione non c'entra nulla: devo ricorrere alla giustificazione, quindi devo far uso di criteri normativi.

Corro il rischio di cadere negli assoluti e nei trascendenti di cui parlava Giovanni? No, credo di no. Ma c'è una premessa da fare a questo proposito, e riguarda la funzione del linguaggio. Giovanni ha fatto riferimento a queste entità, per esempio quando noi costruiamo una teoria matematica indubbiamente introduciamo dei concetti, concetti astratti, introduciamo delle entità: i numeri, gli insiemi... Queste sono entità astratte, è vero, non hanno un'esistenza, se per esistenza intendiamo l'esistenza spazio-temporale che possiedo io, questo tavolo et cetera (entità che, possiamo dire, sono empiricamente concepibili). I concetti non hanno questa esistenza. Però,

Giovanni, andare a vedere un concetto come avente solo esistenza nella mente dei soggetti, è come confondere la nozione di concetto in senso logico con la nozione di concetto in senso psicologico. Nella nostra mente ci sono solo concetti in senso psicologico, cioè rappresentazioni e immagini mentali. Questi sono aspetti molto suggestivi. Un concetto in senso logico è una cosa diversa, si può dire che abbia una certa oggettività, ma non voglio intendere che esista nella realtà, possiamo... sono d'accordo con te, è un elemento inter-soggettivo. Frege, infatti, distingueva il significato delle parole... diceva che le parole hanno il significato in senso e riferimento. Un'espressione, un segno, ha un senso (o intensione) ed un riferimento. Vedi, il senso della parola è questo che fa... Qui [nel tuo triangolo] mi manca questo elemento che fa da collante tra la parola e il riferimento: il senso. Nel caso di un predicato, il senso per Frege è un concetto. Nel caso di una proposizione, è un pensiero. Ora, questo concetto potrebbe essere inteso in senso psicologico o in senso logico. In senso logico, Frege lo ha identificato con una funzione matematica. Cioè, è qualcosa che prende oggetti da un certo dominio e li associa a valori di verità. E ha sostenuto, attraverso passaggi molto sottili, che la rappresentazione mentale è il modo soggettivo col quale noi cogliamo questo significato logico, cioè questa funzione. Perché io una funzione non so come coglierla, la colgo solo attraverso le mie rappresentazioni mentali, che mi aiutano a calibrarla. E questo permetterebbe di spiegare che cosa noi comunichiamo col linguaggio. Quando tu sei venuto qui, sulla strada che ti portava dall'aeroporto hai notato subito la quantità di uliveti che c'erano, gli alberi di ulivo. Beh, immagina che io sia vissuto sempre qui, in una società senza mass-media, chiusa. E che tu sia vissuto in Svezia, sempre. Anche lì, in una società blindata. Tutti e due parlanti la lingua italiana. Beh, riferiamoci al significato psicologico, o rappresentazione mentale, di "albero"... a me viene qualche cosa schematizzata in questo modo [disegna lo schizzo di un ulivo] e a te probabilmente qualche cosa schematizzata in questo modo [disegna lo schizzo di un abete]. Sono differenti le nostre immagini, però tutte e due queste differenti immagini dovrebbero permetterci di cogliere il concetto in senso logico, o oggettivo – la funzione che costituisce il significato del segno. L'idea allora è questa qui. La matematica è una scoperta o un'invenzione? No, sono d'accordo con te, Giovanni. È un'invenzione, sicuramente. L'idea fondamentale... Ettore Casari la chiarì molto bene questa distinzione... tra posizioni platoniche e posizioni costruttivistiche (ne "La filosofia della matematica del '900", in quel bel librettino). L'idea è che tutto dipenda dall'uso che noi facciamo della nozione di definizione. Se noi intendiamo le definizioni

come qualche cosa che circoscrivono entità pre-esistenti, stiamo assumendo una posizione platonica, perché quelle entità matematiche, quei costrutti matematici, quei concetti che le nostre definizioni riescono a circoscrivere sono intesi come entità esistenti in senso platonico, in un iper-uranio. Se utilizziamo, invece, le definizioni in senso costruttivista, noi diciamo che sono le definizioni a costituire quelle entità. Però le costituiscono non solo nella nostra mente e non propriamente nella nostra mente. Le costituiscono *all'interno di un linguaggio*. Noi utilizziamo il linguaggio per fare questo, per formulare queste definizioni. E queste entità si costruiscono dunque come entità endo-linguistiche. Questo è un punto per me importante... per cui esse hanno una loro oggettività, ma è un'oggettività... cioè, ognuna di esse è un *ens rationis* e non un *ens realis* – come avrebbero detto gli scolastici. Non è un oggetto del mondo. È sì un oggetto prodotto dalla ragione, ma la ragione lo produce attraverso un linguaggio che, una volta posto con le sue definizioni, fa sì che queste entità, per così dire, rimangano là. Sono sì costruite, prodotte da noi, però non sono suscettibili di variazioni. La variazione si dà nel processo di costruzione, ma – una volta che abbiamo ottenuto il prodotto... è un po' l'idea, pulendola del suo platonismo, che Frege aveva fatto dei tre regni (che poi sono stati ripresi da Popper con i tre mondi, introdotti nel '67 senza citare Frege – atto di disonestà enorme; poi negli anni settanta ha cominciato a dire “sì, erano già stati anticipati da Frege”...). L'idea è questa qui. Noi possiamo avere un mondo delle entità fisiche: i tavoli, te e me. Un mondo delle rappresentazioni mentali e degli stati mentali, mondo-due. E un mondo dei prodotti delle nostre attività mentali; cioè, un mondo dei prodotti linguistici: i significati di un racconto, il significato di un libro, il significato di una legge, il significato di un enunciato appartengono a questo mondo-tre. Ed è questo mondo che va analizzato in termini di giustificazione. Naturalmente, possiamo pure spiegarlo questo mondo, come ci si è arrivati... e allora valgono le tue spiegazioni naturalistiche. Questo era un punto importante per me. Ho ancora un paio di osservazioni.

Sul problema dell'infinito, che è un problema particolare... anche questa è una costruzione nostra, ed è una costruzione che noi facciamo attraverso un linguaggio, perché, sebbene la nozione di infinito non sia una nozione costruttiva (e gli intuizionisti, come sai, non la accettarono), l'infinito tuttavia viene definito attraverso una tecnica che si chiama “definizione ricorsiva”. Che, poi, è l'uso di un infinito potenziale per produrre un infinito attuale, che non viene mai effettivamente prodotto (perché non si finisce); ma io ho una ‘macchina’ – la definizione – che sputa fuori tutti gli oggetti di un certo dominio

infinito, e ciò che la definizione mi dice è che me li sputerà sempre fuori. Quale sarà l'infinito attuale? Il prodotto finale di questi sputi della macchina induttiva, insomma. È chiaro che io non lo concludo mai questo... però mi fa capire cos'è l'infinito in qualche modo, e me lo fa capire attraverso una procedura linguistica. Ecco, io tenderei ad accompagnare gli aspetti mentalistici tuoi (che fai sempre riferimento a elementi Brouweriani), all'elemento del linguaggio che si aggiunge, e che costituisce una realtà a sé proprio.

Un'altra cosa. Sono d'accordo con te che, quando pensiamo nel tempo alle posizioni del Logicismo, del Formalismo, del Platonismo, e dell'Intuizionismo, pensiamo che possano essere superate. Ma essere superate non significa che non dobbiamo accettare le conquiste di queste posizioni. Per esempio, in Frege questa distinzione tra spiegazione e giustificazione la trovo una di quelle grandi dicotomie in assenza delle quali non riesco a pensare. Le altre sono linguaggio oggetto/meta-linguaggio, sintetico/analitico... Sarei più generoso di te verso queste posizioni. Per esempio, tu hai detto giustamente: sì, il Logicismo spiega tutta la matematica in termini di logica, però non mi dice che cos'è la logica. D'accordo, però negli anni venti e trenta del novecento, quando la logica è stata vista in termini di tautologie, cioè risultati di definizioni che noi introduciamo... beh, almeno questa cosa ci dice che la logica è fatta di tautologie e che la matematica si riduce alla logica (le difficoltà sono altre, sono l'assioma di scelta che bisogna introdurre, l'assioma dell'infinito, nella teoria dei tipi di Russell...). Peraltro, sono molto d'accordo con le obiezioni che fai alla teoria assiomatica degli insiemi, a Zermelo-Fraenkel, fondata su un insieme di posizioni arbitrarie; e con la difesa che fai in alcune tue pagine della teoria dei tipi (se pensi anche a quella di Martin-Löf, la teoria costruttivista dei tipi...).

Ecco, un'ultima cosa. Non sono di quelli che pensano che tutto debba essere ridotto a logica classica, o a matematica classica. Penso solo una cosa. Sono d'accordo con te: si possono produrre molte logiche. Ma dobbiamo fare attenzione. La logica è lo strumento della nostra razionalità. E allora dobbiamo avere logiche tutte compatibili tra loro e non logiche incompatibili. Questo cosa significa? Sono logiche compatibili le logiche estese rispetto alla logica classica, per esempio. Ma, anche se volessimo rigettare la logica classica a favore della logica intuizionistica, poi è fondamentale avere tutte logiche compatibili con quella intuizionistica. Personalmente, credo che rifiutare proprio la logica classica sia una bestemmia! E quando non sono compatibili? Beh, bisogna reinterpretarle, in modo da renderle compatibili. Una reinterpretazione è stata quella introdotta da Gödel per la logica intuizionistica (e poi da McKinsey e

Tarski), che l'hanno reinterpretata come una logica estesa (sistema modale S4). Un'altra reinterpretazione, che peraltro non mi fa salire di livello linguistico, è quella mia – pragmatica, che me la rende compatibile e integrata con quella classica, e non estesa [si veda *Dalla Pozza e Garola, 1995*]. Questo è un modo di ricostituire l'unità della logica, che è l'unità del nostro pensiero.

Insomma, questo in breve è quello che volevo dire, salvo molte altre cose di cui poi spero avremo modo di parlare perché mi interessano molto. Non so se sono stato chiaro.

Giovanni Sambin: A me sembra di sì.

Giorgio Rizzo: Una unità, quella della logica, che però può essere intentata solo nella misura in cui, quasi paradossalmente, vengono messi in questione alcuni presupposti non sufficientemente indagati. Per esempio, il rapporto problematico tra le idee di “giustificazione”, “dimostrazione” e “spiegazione”. Un rapporto che, a mio modo di vedere, può essere compreso più chiaramente solo se queste nozioni sono fatte rientrare all'interno di una distinzione più ampia, quella tra “generalizzare” e “formalizzare”. Ovvero tra un dominio della razionalità sempre aperto, mai completo, non necessariamente legato all'esperienza (trascendentale, per esempio) ed un altro invece chiuso, già organizzato, pre-determinato. Una distinzione però che, come aveva osservato giustamente Edmund Husserl in *Logica formale e trascendentale*, non è quella che, metaforicamente, sussiste tra “pieno” (generalizzazione) e “vuoto” (formalizzazione) o, in gergo filosofico, tra *a priori* e *a posteriori*. Categorie queste che, in un approccio quasi *à la* Derrida, sussistono solo in quanto “si contaminano” a vicenda. E qui si apre la straordinaria questione della *genesis* della logica.

Carlo Dalla Pozza: Questo è un aspetto che Giovanni sottolinea molto, cioè l'aspetto dinamico.

Giorgio Rizzo: Sull'aspetto dinamico mi piacerebbe chiederle se, per lei, “dinamico” ha anche il sapore semantico di “indeterminato”. Questo perché, facendo mia la lezione di Wittgenstein in un famoso paragrafo delle sue *Ricerche filosofiche*, sono dell'avviso che, generalmente, tutte le nozioni e i concetti che noi “usiamo” sono affetti da un particolare “alone di indeterminatezza”. Pensiamo, per fare un esempio, al concetto di “colore” su cui il filosofo austriaco indaga a partire dal *Tractatus* fino ai *Remarks on Colours* relativamente al problema della gradazione dei colori: è possibile istituire una *gradazione* dei colori? Per esempio, su base numerica? Di quanti “gradi” allora un arancione rispetto ad un altro si avvicina al rosso? È un altro

grosso problema. Ma sono forse i colori a causa della loro natura (oserei dire ontologica) intrattabili perché affetti da vaghezza o indeterminazione. O, quasi paradossalmente, possono essere trattati con un rigore analitico maggiore di quello che alberga in alcune meta-nozioni logiche (coerenza, contraddizione, consistenza, conseguenza). È un quesito questo che, in forma letteraria, ci propone genialmente il Calvino delle *Lezioni americane*. Non sono poi d'accordo con il mio amico Carlo quando ritiene che il linguaggio dovrebbe in un certo senso giustificare o, in maniera più larga, “sostenere” tutto il carico logico della nostra razionalità discorsiva. Da fenomenologo, infatti, ritengo che il livello della percezione sia di fondamentale importanza. Giacché la percezione è già una forma di organizzazione dei dati o, meglio, dei vissuti (Husserl la chiama “antepredicativa”) senza cui nessuna razionalità discorsiva può costituirsi. Già a livello percettivo noi istituimo relazioni di vicinanza o lontananza, omogeneità o non omogeneità, continuità o discontinuità, et cetera.

Carlo Dalla Pozza: Io sono d'accordo su questo, ma a livello della genesi.

Giorgio Rizzo: Dal mio punto di vista, ‘l’anello che non tiene’ nella vostra discussione è che forse equivocate il concetto di *genesì*, da voi intesa in senso psicologico e quindi non compatibile con un approccio logico ai problemi di cui sopra. E che non è neanche ‘metafisica’. Semplicemente trascendentale-fenomenologica, una ‘terza via’ tra quella formale e quella empirica.

Carlo Dalla Pozza: Questa cosa qui che ha fatto Giovanni sulla genesi dei concetti e la dinamicità, tutto molto bene... però, anche qui tranne una cosa. Giovanni, non si può vedere un concetto in questi termini. Cioè, un concetto è una funzione, va visto come una condizione di applicabilità, è fisso. Quello che accade di dinamico nel tempo è che una stessa parola, una stessa espressione, può cambiare concetto. Cioè, non sono i concetti che si evolvono. Sono i significati delle parole che mutano. Ci sono esempi importanti. La parola latina “servus” smise di significare “schiavo” e acquistò un altro significato, però il concetto di “schiavo” e il concetto di “persona che presta servizio a contratto” rimane piuttosto fermo, stabile. Oppure, il fatto che nel tempo il concetto di “slavo”, che si riferiva ad un’etnia, abbia finito in molte lingue per acquistare quello del vecchio “servus” latino, ecco... sono casi di spostamenti di significato, cioè spostamenti di concetti che si associano a una stessa parola, e *non* modifiche di concetti dai contorni sempre indefiniti che si vanno evolvendo nel tempo (per cui finisci col non agguantarli mai in qualche modo).

Giovanni Sambin: Devo rispondere sennò mi dimentico. Allora, la risposta, per quello che vedo io, è comune a tutte le obiezioni che hai fatto sia tu, Carlo, che... nel primo intervento. Allora, io le vedo come tutte collegate. Vediamo se riesco a comunicare questo fatto. Prima osservazione: Frege sbaglia tutto, perché non mette “io”, non esiste “io”. *Chi* trova la parola, *chi* dà il senso... *chi* decide tutto ciò se non “io”? Un soggetto! E sennò chi lo decide? Questa è una domanda non banale! Bisogna che i filosofi – scusate la foga ma è una cosa antica... – si decidano a spiegare una volta per tutte chi decide cos’è un concetto, da dove viene, qual è il suo riferimento, qual è il suo senso et cetera... senza mai fare intervenire il soggetto!

Carlo Dalla Pozza: Non credo che sia possibile!

Giovanni Sambin: Esatto!

Carlo Dalla Pozza: Però...

Giovanni Sambin: Fammi finire! Però se mettiamo il soggetto, vieni da me!

Carlo Dalla Pozza: No!

Giovanni Sambin: È questo che non capisco...

Carlo Dalla Pozza: Vengo a metà da te...

Giovanni Sambin: Ti spiego, ti spiego. Fammi cercare di... ricollegare... Ad esempio, tu hai detto molte cose che secondo me sono indicative di cose che assumi e che andrebbero spiegate. Tipiche frasi tue sono “un concetto, una volta prodotto” oppure “un concetto è fisso” oppure “prodotto finale della macchina che produce i numeri”... Tutte idee che dovresti spiegare...

Carlo Dalla Pozza: È chiaro.

Giovanni Sambin: ...frasi che secondo me sono semplicemente nostri modi che usiamo per affrontare la realtà, come quando si dice che l’orso ha sviluppato il pelo per difendersi dal freddo. È – come tutti i biologi evuzionisti fanno – un’emerita castroneria dire così. Solo che lo diciamo sapendo che si intende dire che quella specie che è riuscita a sviluppare il pelo è sopravvissuta, gli altri sono tutti morti, non ci sono più, quindi quelli che – interpretando antropomorficamente – avevano l’idea, l’intenzione di sviluppare il pelo per rimanere caldi sono ancora vivi. Ecco, secondo me tu fai lo stesso errore. E cioè attribuisce un’intenzione, un’esistenza, un essere-lì a qualcosa che è solo processo. Ad esempio, tu mi hai chiesto...

Carlo Dalla Pozza: Scusa un attimo. Solo processo, dici. Un processo costruisce qualcosa. Immagina di produrre una casa. La casa – il prodotto – avrà proprietà che il processo non ha. Mi spiego? Io ho un processo che mi porta a

un risultato. Questo risultato – che è senz’altro il risultato di quel processo – gode di proprietà che non sono applicabili al processo.

Giorgio Rizzo: Scusami Carlo, tu come lo intendi questo processo?

Carlo Dalla Pozza: Come una costruzione. Se, per esempio, io adesso dò un pugno in testa a qualcuno, questa è un’azione che io compio. Ciò che essa produce è uno stato fisiologico del soggetto, i nervi afferenti si scuotono e il soggetto ha una sensazione di dolore. Queste proprietà – sulla testa di questo qualcuno, dentro la testa di questo qualcuno – non sono proprietà dell’azione che l’ha prodotta! Non sono applicabili a questa. Se io penso a come si può costruire un’automobile, indicherò tutti i processi che servono al montaggio di questa macchina (e questa è la differenza tra l’approccio storico e l’approccio strutturale). Se poi io prendo il prodotto che quel processo ha costruito, esso avrà delle proprietà – le proprietà di un’automobile – che non sono le proprietà del processo. Se io studio le proprietà del processo, questo non mi porterà alle proprietà dell’oggetto prodotto da quel processo. È chiaro, Giovanni, cosa voglio dire?

Giovanni Sambin: Sì, ma secondo me ti sbagli. Ho capito. Quello che dici si applica alle automobili, perché lì è chiaro quando un’automobile è finita: quando la FIAT la può vendere vuol dire che è finita. Ma questo non si applica alla stragrande maggioranza dei concetti astratti che abbiamo, nel senso che nella vita di tutti i giorni noi continuamente modifichiamo i concetti che usiamo. Tu dici “il processo va distinto dal prodotto”. Io allora vorrei chiederti molto banalmente: quand’è che il processo smette di essere processo e diventa prodotto? Con una casa, gli operai fanno la festa, da noi mettono una frasca sul tetto, si ubriacano tutti... e quello è la fine della casa. Ma con un concetto astratto... quand’è che hai finito di imparare cosa vuol dire “mela”? Io da piccolo credevo che tutte le mele fossero rosse. Poi ho visto che ci sono anche quelle verdoline, le golden delicious, poi ho scoperto le mele ruggini... e quand’è che è stato prodotto il concetto “mela”? Secondo me, è ancora possibile che, se vado in qualche paese dell’Africa, trovo qualcosa che chiamerò mele e che sono ancora diverse. Un altro esempio che faccio sempre è il concetto di “pipa”. Sono sicuro che se mi date dieci minuti vi modifico che cos’è una pipa, semplicemente parlando per dieci minuti, un quarto d’ora, di più se necessario... alla fine il vostro concetto di pipa sarà modificato. Allora vuol dire che era un prodotto prima, era un processo, quand’è?...

Carlo Dalla Pozza: Non c'è nessuna modifica, salvo la rappresentazione mentale dell'ascoltatore. *Non* modifichi il significato della parola "pipa", cioè il concetto in senso logico.

Giovanni Sambin: Non capisco cosa questo voglia dire...

Carlo Dalla Pozza: Beh, allora... facciamo un esempio...

Giovanni Sambin: Non capisco cosa vuol dire il significato della parola "pipa" senza che ci sia un soggetto che dà quel significato.

Carlo Dalla Pozza: Non ho detto "senza un soggetto"! Voglio dire che, una volta che il soggetto ha dato questo significato, esso è reso ampiamente autonomo dal soggetto che l'ha prodotto. Come nell'analogia che ho fatto con l'automobile e il palazzo.

Giovanni Sambin: Ma non è vero! Perché il concetto di "pipa" di Claudio, essendo lui pure ex fumatore, sarà più simile al mio che non al suo [indica una terza persona], che presumo non sia mai stato fumatore di pipa. Ciascuno di noi usa la parola "pipa" nel suo senso soggettivo, ed è l'*unico* modo per collegare la parola all'esperienza. Non esiste un concetto oggettivo di "pipa". Io prima ho sfidato tutti a spiegarmi cosa vuol dire "oggettivo", cosa vuol dire il senso logico della parola "pipa". Mi è totalmente oscuro.

Carlo Dalla Pozza: Beh, è molto simile a quello che hai pensato tu. È un'idealizzazione, dove trai fuori delle proprietà, dei tratti, delle caratteristiche, e per convenzione dirai che qualsiasi oggetto che le soddisfa è una pipa...

Giovanni Sambin: Ma questo è di una fluidità e di una soggettività tale che non esiste uno standard...

Carlo Dalla Pozza: Perché? Scusa, se io penso ad un albero in termini di certi tratti, per esempio come ad un vegetale con radici, fusto, rami e foglie... dopodiché io posso aggiungere tante proprietà ancora a quell'albero – e queste proprietà modificano la mia rappresentazione di albero; però, qualsiasi oggetto, quali che siano le proprietà aggiuntive, che presenta i tratti che ho detto prima sarà un albero. Se io modifico invece uno di questi tratti, allora sì. Se per esempio intendo che debbano avere anche gemme o fiori o cose del genere, allora ho cambiato... sono passato ad un *altro* concetto, ad un altro significato...

Giorgio Rizzo: Scusami Carlo, è lo stesso caso di quando si parla delle sintesi delle rappresentazioni. Hai mai una percezione di un oggetto? Hai solo la percezione di adombramento di un oggetto. Ci devi girare intorno. Hai sempre lati, prospettive... non arrivi mai all'oggetto. Non esiste l'identità, c'è sempre una sintesi delle rappresentazioni...

Carlo Dalla Pozza: Ma l'identità è una costruzione nostra. Io l'identità la stabilisco, stabilendo le proprietà che qualcosa deve avere. In questo senso sono d'accordo con quello che dice Giovanni: lo costruisco. Ma, una volta che l'ho costruito... io sono sempre libero di cambiare la costruzione ma... sì, prego....

Ignoto: Il concetto è frutto di un'approssimazione, di un'ambiguità... che si presta a tante cose. Non ci scordiamo l'azione di tanti vignettisti che sulle parole e sui concetti giocano.

Carlo Dalla Pozza: Aspetta... sull'ambiguità che le parole possono avere sono d'accordo con te. Ma Giovanni fa un discorso molto più profilato. Cioè, una parola è ambigua quando può avere più significati, una parola è invece vaga quando ha un significato che permette casi d'ombra. Per esempio, "alto": arriverò ad un punto in cui non saprò se uno è alto o no. L'ambiguità invece è sostanzialmente polisemia. Tutto ciò mi va bene, e sono stati costruiti appositamente linguaggi speciali, e poi linguaggi formalizzati, per trattare questi casi. Ma Giovanni va a parare su un'altra cosa. Va a parare sull'evoluzione del linguaggio; per lui è il significato stesso delle parole che va evolvendosi. È come se dicessi: il concetto di uomo rimane, ma cambia nel tempo. E questo è un po' pesante da digerire. Cioè, mentre io posso pensare che la parola "uomo" nella lingua italiana possa cambiare il suo significato nel tempo... Per esempio, adesso lo pensiamo come un animale – razionale, linguistico et cetera; ma possiamo immaginare di estendere questo ad esseri a base silicio, computer et cetera. Ma in questo caso io ho avuto un cambio da un concetto ad un altro. Dal suo punto di vista, invece, è come se lo stesso concetto si venisse modificando attraverso questa interazione tra soggetti, e tra la mente e la realtà. No! Questa interazione serve a costruire questi concetti, non poi lasciarli così fluidi...

Giovanni Sambin: Vorrei introdurre alcune risposte che forse possono essere utili alla discussione...

Claudio Garola: Scusa, ti faccio una domanda un po' provocatoria. Io credo di aver capito che cosa intendevi prendendo come esempio il concetto di pipa. Ma se i concetti soggettivi coinvolti sono così fondamentalmente diversi, come abbiamo potuto interagire e capirci così immediatamente?

Giovanni Sambin: Domanda che mi fa piacere. Rispondo subitissimo a questa perché è facilissimo, secondo me. Io e te ci siamo capiti perché i concetti nascono in quel triangolo lì. Qui c'è la fonte delle percezioni (la mia realtà), e nella mia realtà ci sei anche tu (e nella tua ci sono anche io). In questo senso: quando tu costruisci il concetto di *pipa* devi tener conto di come *io* uso la parola "pipa". Ed è esattamente questo che costruisce ciò che io chiamo "concetto". È

esattamente la dinamica tra individui... perché se fossimo tutti da soli non avremmo bisogno di parole, basterebbe ripassare nella mente l'immagine. Ma è esattamente nella comunicazione che si stabilizzano i significati delle parole. Supponiamo che io dica "prendi questa pipa!" [riferendomi ad un oggetto che non è una pipa] e tu dici "ma come!". E allora io capisco... la comunicazione umana è in massima parte un riaggiustare in continuazione anche una qualunque informazione come "come li cucino io i piselli vengono buonissimi"... è tutto un aggiustare l'un l'altro i concetti che si usano.

Claudio Garola: Va benissimo, però mi sembra che in questo modo tu dia ragione a Carlo, perché introduci un elemento di inter-soggettività, e quindi di denominatori comuni, che potranno cambiare nel tempo ma che in un certo momento sono dati.

Giovanni Sambin: No! È questo il punto! La differenza tra me e Carlo è esattamente questa: mentre lui crede che ci siano delle norme che dicono cosa di inter-soggettivo ci deve essere in un concetto, secondo me non ci sono norme prefissate, è tutta biologia e viene *solo* dallo scambio tra gli individui. Tipico esempio... Carlo diceva: caro Giovanni, ti dimentichi dell'aspetto normativo. Lo dimentico? Al contrario! Secondo me è la base del tutto: quello che lui chiama "normativo" è quello che io chiamo "funziona o no". Dice: ad un certo punto ho il prodotto, e voglio sapere se vale o no. Ma io non ci penso al prodotto! Cioè, ci penso *finché* lo produco, io le cose che non funzionano – quelle che non valgono – non le produco, le butto via subito, è la selezione naturale che le butta via. E restano solo le cose che funzionano. Quindi il processo automaticamente seleziona quello che funziona, quello che vale. La norma... nel mio atteggiamento vanno benissimo le norme, cerco solo di spiegare come intendo io le cose. Sto imparando il Tai Chi da due anni. Lì i maestri dicono: la norma è fare così. Io faccio una fatica terribile. *Io!* Perché? Perché secondo me io capisco bene non tanto la poesia finale in cui si racconta una norma, ma la spiegazione – e nel caso della scienza dovrebbe essere così sempre. Un esempio tipico del Tai Chi è: non tenere mai le mani addosso al corpo, perché questo crea un corto circuito di energia; dovete invece mantenere una palla tra le mani et cetera. Poesia! Che non serve a niente se non a dire che se voi tenete le mani così e dovete dare un cazzotto a uno lì davanti potete fare solo un movimento che è leggerissimo. Se tenete le mani così, invece, potete fare un movimento che ha tre volte più energia, e quindi lo massacrate. La spiegazione non è poesia. È una spiegazione. A me nel caso dei concetti non interessa niente di poesia, voglio la spiegazione scientifica. La spiegazione scientifica è: ciascuno di noi

usa le parole con un certo riferimento, il concetto astratto si crea nella dinamica di comunicazione tra individui. Non c'è niente di logico o di oggettivo.

Carlo Dalla Pozza: Uhm, due cose. Tu hai detto: Carlo dice che io dimentico di dare spazio alle norme. Ma, come noti, la tua norma è “se funziona o non funziona”; questo può essere la giustificazione pragmatica. Ma la cosa che non mi torna è che tu la applichi direttamente al processo. Come dire: io costruisco una nuova teoria, un apparato di assiomi con lo scopo di ottenere un certo risultato che funzioni. Ma io – per sapere se funziona – non è che vado a vedere il processo che ho fatto. Vado a controllare il prodotto di questo processo e chiedo: ha raggiunto uno scopo? E quello può essere visto in termini di una giustificazione pragmatica: cioè, funziona questo prodotto? Mentre tu mi vuoi applicare l'aspetto della giustificazione – funziona, non funziona – al processo stesso.

Giovanni Sambin: Abbiamo un diverso concetto di processo. Io, dentro al processo... cioè... l'evoluzione non è solo la produzione di caratteri diversi, ma anche la *selezione* di quelli che funzionano. Io *questo* chiamo processo. Quindi non è solo la costruzione della casa, ma nel processo intendo anche il selezionare le case che resistono et cetera...

Carlo Dalla Pozza: Eh, ma allora, scusa, mi metti in un unico flusso due cose diverse...

Giovanni Sambin: Non puoi distinguere le due cose...

Carlo Dalla Pozza: Prima hai il processo, dopodiché io vado a controllare se non funzionano delle cose ed eventualmente me ne dò un altro, che rivado a controllare. Tu... è come se mi prendessi questo e me lo facessi un unico processo.

Giovanni Sambin: Esatto! Perché queste assunzioni che tu dici (“me ne faccio uno e controllo et cetera”) non serve a niente. Semplicemente tu costruisci il tuo concetto punto e basta. E *man mano* che lo costruisci controlli se funziona.

Carlo Dalla Pozza: Quindi io dovrei spiegare il processo e nello stesso tempo andare a controllarlo...

Giovanni Sambin: Esatto! Ma capisci che allora non hai nessun bisogno di parlare di “norme”, di “senso logico”, di “sapere se vale o no”, di “concetto fisso”, di “una volta prodotto”... cioè queste sono le parole più o meno testuali che hai detto. Tutto ciò è sovrastruttura, non serve a niente. Non c'è! Perché quello che c'è è il continuo cambiamento del concetto e, continuando a produrlo, continuo a verificarlo; e questo mi fa produrre una cosa diversa et cetera. L'esempio della pipa che continuo a dire, o della mela, è proprio per far vedere

che il concetto non solo viene costruito, ma viene modificato in continuazione – per vedere se funziona o no.

Carlo Dalla Pozza: Eh, lo so. Ma quando ti ho detto che quello che vedi in queste modifiche sono invece le rappresentazioni mentali... cioè, se non hai un aggancio in un concetto meno soggettivo, allora non riesci a spiegare questo flusso continuo di interazioni, non riesci ad avere nessun elemento con cui tu possa cercare di capire che cosa stia accadendo. Cioè, non riesco a capire più come ci intendiamo...

Giovanni Sambin: Ok, ottimo. Tu hai fatto un magnifico esempio, ed è quando hai detto dei numeri naturali. Forse magnifico per me perché capisco meglio. E dici: il prodotto finale della macchina mi fa capire cos'è l'infinito. Cioè, immagino la macchina che produce i numeri, immagino il prodotto finale, quello lo chiamo "infinito" perché vedo che non ci arriverò mai et cetera. Benissimo. Ma questo non è il concetto. Voglio dire... questo è un mio modo per cercare di arrivare a capire cosa vuol dire infinito. È una rappresentazione – questa sì – squisitamente psicologica, di immaginare una cosa che non esiste, e cioè che la macchina abbia finito. Perché non finirà mai. Nessuna macchina si è mai vista al mondo che finisca il suo compito. Mai. Non esiste. Quindi – questo sì – è un aiuto psicologico. E mi va benissimo. Come i matematici – per lavorare sugli oggetti... io stesso quando lavoro devo pensare che qualcuno abbia detto che quelli sono degli oggetti che si manipolano con le mani. Perché se stessi lì a pensare ogni volta "Oddio, è un processo dell'evoluzione et cetera", non andrei mai avanti. È come dire che per ridere di una barzelletta tu devi ogni volta riprodurre l'inferenza logica: non riderai mai. Perché per fare l'inferenza logica che ti consente di ridere, devi fare talmente tanti passaggi che quello che ha raccontato la barzelletta è già andato a dormire quando tu cominci a ridere.

Carlo Dalla Pozza: Ok, Giovanni. Però, che tu mi riduca una definizione induttiva ad un fenomeno puramente psicologico mi suona male. Che poi io possa aiutarmi...

Giovanni Sambin: No no, la definizione induttiva è l'unica cosa che abbiamo! Quello che ho detto che è psicologico è immaginare il prodotto finale della macchina. Perché *questo* non esiste.

Carlo Dalla Pozza: Infatti, tant'è vero che si può assumere la posizione degli intuizionisti e dire che quella definizione induttiva mi serve soltanto per ottenere il successore di un numero, e non pensare al prodotto finale.

Giovanni Sambin: Però, qui vorrei insistere un attimo, poi lasciamo parlare gli altri. Nel caso dell'infinito... spesso si presume così tanto che l'infinito sia solo

quello attuale che – siccome gli intuizionisti rifiutano l’infinito attuale – allora si racconta che gli intuizionisti rifiutano l’infinito. Che è una castroneria immane, sia storica che concettuale. Gli intuizionisti amano così tanto l’infinito che hanno capito che per parlare di infinito ci vuole una logica diversa da quella classica. Ed è esattamente il motivo per cui è nata la logica intuizionistica. Quindi, allora, semplicemente dicono: l’infinito è potenziale. Ed è – come dicevo prima – una cosa molto più complessa che però assume molto meno. Dire “c’è l’infinito attuale” è semplicissimo, solo che poi è difficile da spiegare. Cerco di trattenermi qui e facciamo parlare gli altri.

Ignoto: L’aspetto normativo di una logica può essere investigato cognitivamente ed essere modificato in accordo?

Carlo Dalla Pozza: Penso possa accadere. Ma se faccio questo io passo da una logica ad un’altra, e non voglio sentire parlare di evoluzione... Per esempio, l’apparato di regole di un sistema di logica classica è quello che definisce la relazione di inferenza, e me la definisce dicendo: guarda, sono corrette solo queste inferenze qua...

Ignoto: Perché?

Carlo Dalla Pozza: Ecco... mi dice questo perché me lo giustifica facendomi vedere che ogni interpretazione del linguaggio che rende vere le premesse, rende vera la conclusione. In altri termini, dimostro che quelle regole conservano la verità dalle premesse alle conclusioni. Posso chiamare questo “efficienza”. Quelle regole sono efficienti. Se poi mi chiedo “perché sono efficienti?”, beh forse qui ci si scontra di nuovo. Io dico: sono efficienti perché mi conservano la verità. Giovanni – che di verità non ne vuol sentire manco parlare – dovrà trovare un’altra soluzione.

Ignoto: Per lui forse è più un processo psicologico...

Carlo Dalla Pozza: Con lui c’è una disputa da tanti anni...

Giovanni Sambin: No... voi avete – scusate se uso un “voi” che è sempre di pessimo gusto – la tendenza di pensare che abbandonare la visione classica automaticamente faccia cadere nella bocca del diavolo, o cose del genere, in questo caso psicologismo, naturalismo, et cetera. Quando tu dici “la verità”, dici semplicemente che la logica classica si giustifica col teorema di validità. Cioè, le regole conservano il concetto di verità. Ma... il concetto di verità *classico*! Questo è il problema che bisogna esplicitare! Se io ho un altro concetto di verità, allora ho una logica diversa...

Carlo Dalla Pozza: Ah! E qua ti volevo finalmente...

Giovanni Sambin: Tu devi specificare che vuoi *quel* concetto di verità, non puoi gabbarmi il tuo concetto di verità come l'unico possibile, e se io obietto mi dai dello psicologista, come ha fatto lui un attimo fa. Capisci? Questo è il punto chiave! Tu hai tutti i diritti di scegliere le tue opinioni, ma deve essere chiaro che è un'opinione. E se non pensi che sia un'opinione, devi spiegarmi perché lo consideri oggettivo. Cosa che... io ho lanciato una sfida prima, e nessuno ha ancora affrontato il tema. Nessuno ha ancora detto cosa vuol dire "oggettivo", e non mi avete nemmeno chiesto che cosa penso io come oggettivo. Io ho una spiegazione. Però, se mi si dice questa verità è oggettiva, mi si deve dire cosa vuol dire. Se mi si dice che questa è privilegiata rispetto ad altre, mi si deve spiegare perché. E non dire che sono psicologista solo perché rifiuto quello. Altrimenti sembrano le discussioni, apriamo una tribuna politica...

Carlo Dalla Pozza: Pensa ad una logica trivalente, per esempio. Per te sta introducendo un altro concetto di verità rispetto a quella classica?

Giovanni Sambin: Bisogna vedere se è sensata...

Carlo Dalla Pozza: Eh, appunto... e bravo! Quando Lukasiewicz introduce questa partizione... nel '28 la introduce come indeterminatezza, nel '32 come $\frac{1}{2}$... beh, è chiaro che... io lo prendo sul serio. Ma, nel mio concetto, i valori di verità sono solo due, non hanno gradi, non hanno niente. Andiamo a vedere che cosa sta facendo. Se io trovo che... pensa al caso dei contingenti futuri che lui ha introdotto: ha sostenuto che un enunciato allora può essere vero, falso o indeterminato, perché un enunciato che parla del futuro – se si vuole evitare il determinismo aristotelico – deve essere indeterminato. Allora io mi accorgo che... "indeterminato"... che cosa significa? Potrebbe significare che ha lacune nei valori di verità e che quindi ho un buco? Oppure – come sembra nella sua intenzione di affrontare la cosa – potrebbe significare che non sono in grado di determinarlo? Ma se non sono in grado di determinarlo, questo è un *altro* concetto! *Non* è un concetto di verità. È un concetto *epistemico*, pragmatico, cioè a dire l'impossibilità di determinare il valore di verità. E io non posso prendere l'impossibilità di determinare il valore di verità come un terzo valore di verità dello stesso tipo dei valori di verità precedenti. Quando Heyting introduce l'interpretazione, la prima interpretazione della logica intuizionistica in termini di prova... io ancora continuo a chiedermi: ma di che cavolo è prova una prova se non del valore di verità di un enunciato? E se questa...

Giovanni Sambin: No, scusa, scusa... cosa significa provare che qualcosa è zero oppure uno?

Carlo Dalla Pozza: Significa provare che questo enunciato corrisponde o no allo stato di cose del mondo.

Giovanni Sambin: E questa è un'altra cosa...

Carlo Dalla Pozza: Questa è la concezione classica di corrispondenza della verità però, eh!? Lo hai ricordato pure tu questo (tu mi hai detto di accettare la teoria corrispondentista della verità).

Giovanni Sambin: No, no, non ho obiezioni [tuttavia, si vedano nel seguito i commenti di Giovanni Sambin al riguardo].

Carlo Dalla Pozza: Questa è la teoria che parte forse da Parmenide, forse da Platone, ed è quella che Tarski ritiene di aver catturato formalmente. È quella classica! È quella della logica classica, la teoria corrispondentista. Che poi oggi si sviluppino teorie deflazionistiche o di altro tipo, che cercano di dire “si può fare a meno di una teoria così robusta”; però quella è quella classica. Mentre la nozione intuizionista di verità è in realtà una nozione di prova. Che è importantissima, perché è una nozione di prova costruttiva peraltro. Ma perché la devi confondere e dire “è un'altra nozione di verità”. Perché dobbiamo fare minestrone? Questo è il problema che ti sto ponendo. Qual è la mia ragione filosofica per ciò? Beh, la prova è una nozione importante, sia essa prova logica (dimostrazione), sia essa prova empirica (verificazione). Ma è una procedura che serve a stabilire qual è il valore di verità che può essere attribuito ad un enunciato; e quindi a stabilire se a quell'enunciato corrisponde un certo stato di cose, così come l'enunciato dice, oppure se non gli corrisponde...

Giovanni Sambin: Posso rispondere o c'è qualche...

Ignoto: Volevo solo chiedere se per lei non esiste un'oggettività noetica.

Giovanni Sambin: Lei deve spiegare i termini filosofici perché io sono un matematico, come ho detto prima...

Ignoto: Cioè, non esiste proprio un livello di oggettività per lei?

Giovanni Sambin: Non ha alcun senso parlare di “oggettività in sé”.

Ignoto: Non esiste un livello di oggettività?

Giovanni Sambin: Cosa vuol dire?

Carlo Dalla Pozza: Spiegagli che accetti l'inter-soggettività...

Giovanni Sambin: Cosa vuol dire “esiste un livello di oggettività”?

Ignoto: Intendo... non si può proprio parlare di oggettività secondo lei?

Giovanni Sambin: Io ho detto più di una volta che io dò un certo senso alla parola “oggettività”, ed è una cosa molto specifica che posso spiegare in un minuto, almeno per sommi capi. Ma nello stesso tempo dico che l'oggettività, come la verità, come i concetti astratti, sono costruzioni *nostre*. Quindi noi

chiamiamo oggettivo quello che ha certe caratteristiche che *decidiamo noi*. Questa è la differenza. Anche se poi questo viene stabilizzato dalla società, dalla storia, et cetera – per vedere il movimento devo, come i geologi, andare a vedere in milioni di anni. Ma, ciò nonostante, dal punto di vista teorico sono cose in movimento. Anche se poi non lo cogliamo mai il movimento, e conviene accettare le cose come norma. Però la spiegazione ultima non è una norma, perché sennò devo spiegare chi la dà. E se comincio a dover spiegare chi dà la norma, sono fritto. Per cui, secondo me, conviene dire “io la percepisco come norma, ma in realtà è un processo”.

Carlo Dalla Pozza: Uhm, anche questo è un punto delicatissimo. In riferimento alla verità, che cos'è un processo? L'acquisizione della verità o la nozione di verità? Mi spiego. È un costrutto la verità, è una norma, è una convenzione che noi poniamo, e stabiliamo il significato di questa parola in termini di corrispondenza. Dopodiché, il processo c'è perché io non la raggiungo mai questa verità, io continuo sempre... ecco questo è il processo... Ma quello che non acquisisco è la conoscenza, è la prova della verità – che non è mai assoluta, definitiva – *non* la nozione di verità! Quello è un fatto convenzionale. E su questo dovresti essere d'accordo pure tu, perché la prendi come una convenzione, una statuizione di un soggetto.

Giovanni Sambin: Io non ho mai detto di essere un convenzionalista o un nominalista. Io vedo un processo dinamico e – come ho detto con Claudio – sociale, e questa secondo me è la base – da un lato – della stabilità, e – dall'altro – del criterio di funzionamento. E non è una convenzione arbitraria, assolutamente. Quindi, non è che uno convenzionalmente decida cosa vuol dire questo, cosa vuol dire quell'altro. Le cose si decidono da sé (diciamo) nel corso della vita, nel processo, tramite gli individui che le costruiscono et cetera. Non c'è nulla di prefissato. Volevo dire... perché altrimenti resta un'immagine che secondo me è scorretta. Tutte le discussioni che tu fai sul concetto di verità e dici “quello che Heyting fa è la prova del valore di verità” et cetera, sono tutte all'interno della visione classica.

Carlo Dalla Pozza: Sì.

Giovanni Sambin: Allora, secondo me, dobbiamo essere onesti e dire “ok tu non capisci il mio punto di vista”. Allora, mettiamolo così. Per spiegarti, immagina che ogni volta che tu dici “proposizione” io intendo l'aperto di uno spazio topologico. Immaginatelo... io non faccio così. Ma per spiegarmi con te, tu devi pensare questo. Dato che tu non vuoi rinunciare alla visione classica, ti suggerisco un modo per capirmi. Però, allora, a quel punto sappi che quando usi

una certa parola come “verità” applicata a me non è quello che pensi tu. Tu devi pensare ad uno spazio topologico. Io penso il mio concetto di verità. Ma, dato che per te è blasfemo modificare quello di Parmenide et cetera, facciamo in quest’altro modo. Però non è assolutamente un minestrone. Semplicemente, tu hai il tuo concetto ed io il mio: sono pronto a parlarne. Ma non è un minestrone, non è una confusione di livelli, non è vero che Heyting ha un concetto di verità solo come prova del valore di verità, semplicemente perché il concetto di proposizione è totalmente diverso. Non si riduce a zero ed uno. “Proposizione” è esattamente data da che cosa conti come prova.

Carlo Dalla Pozza: Su questo sono d’accordo, però fammi dire una cosa perché qui è venuto fuori il matematico.... Quando Tarski ha dato la sua definizione di verità ha sostenuto che è importante, per qualsiasi definizione di verità, che essa sia formalmente corretta – non dubito che lo sia, conosco bene il procedimento sugli spazi topologici – e materialmente adeguata. Ed è questa brutta espressione – “materialmente adeguata” – che significa che la definizione deve catturare la nozione pre-formale, comune, di verità; ciò che non mi sembra potrai raggiungere con queste tecniche puramente matematiche, dove io prendo un linguaggio con una struttura matematica, gli dò un’interpretazione su un’altra struttura matematica (che siano spazi di Hilbert, che siano spazi topologici, categorie... non m’importa)... e penso in questo modo di aver catturato la nozione di verità? Ma... non la chiamare “verità”, chiamala “tela”! Inventati un nuovo nome e saremo d’accordo su questo. Se usi l’espressione “verità”, ti chiedo – come chiedeva Tarski – l’adeguatezza materiale della tua definizione.

Giovanni Sambin: Io ho la risposta, ma è meglio se facciamo parlare qualcun altro.

Claudio Garola: Io vorrei fare un’osservazione, in qualche modo già implicita in quanto precede. Da un punto di vista filosofico io sono più vicino alle posizioni di Carlo. Tuttavia, se mi pongo come osservatore neutrale la nostra discussione mi sembra avere qualcosa di nominalistico. Carlo ha spiegato che sceglie il termine “verità” per designare la nozione classica di verità perché questa nozione è materialmente adeguata. Ma ci sono ovviamente altri concetti meta-linguistici per cui è stato utilizzato il termine “verità”, come il concetto di prova in logica intuizionistica, il concetto di verifica in logica quantistica (su cui ho lavorato), et cetera. A questo punto non mi sembra rilevante scambiare i nomi e chiamare “verità” la nozione intuizionistica, oppure quella quantistica, oppure qualcos’altro ancora, e poi chiamare invece – come diceva

Carlo – “frizzità” la nozione classica. È rilevante, invece, rendersi conto dei rapporti reciproci tra questi diversi concetti meta-linguistici...

Giovanni Sambin: Esatto...

Claudio Garola: Allora, io son più vicino agli usi linguistici di Carlo, nel senso che mi piace usare il termine “verità” per la nozione classica di verità a causa di una serie di motivi esposti da Carlo stesso, utilizzando poi espressioni linguistiche diverse per le altre nozioni. Se tu però preferisci chiamare “verità” la verità intuizionistica, io potrò avere una qualche resistenza psicologica, un qualche riserbo legato all'adeguatezza dal punto di vista storico, ma poi posso accettare la tua scelta. A me interessa fundamentalmente la struttura delle relazioni tra le varie nozioni, non il nome che a esse viene dato.

Giovanni Sambin: Sono d'accordo, sì. Quello che dovremmo cercare di chiarire in questo momento...

Claudio Garola: ... è questo ciò su cui dobbiamo focalizzare più che su...

Giovanni Sambin: ... su chi ha diritto al nome...

Arcangelo Rossi: Quel disegno lì [il cubo di logiche] che lui ha fatto all'inizio corrisponde infatti a quello di Carlo. Sorprendentemente, non siete in antitesi! Lì si dice “la logica classica si occupa essenzialmente del problema della non-contraddizione; cioè, tratta la non-contraddizione (cioè, detto in termini di Carlo, la conservazione o meno della verità); la logica intuizionistica, però, perde alcune cose, altri aspetti”. Io non vedo differenze.

Carlo Dalla Pozza: Mah... guarda, in questo senso, tra la sua Basic Logic e la mia Logica Pragmatica c'è solo una differenza di direzione: se parto dall'alto ottengo la mia, se parto dal basso ottengo la sua.

Arcangelo Rossi: Io quindi volevo invitare a riconsiderare. Cioè... c'è questo reticolo...

Carlo Dalla Pozza: Guarda, quello che diceva Claudio prima... sono d'accordo. Il problema è cercare di capire le interrelazioni. Ora, a parte le questioni nominalistiche...

Giovanni Sambin: Io mi scaldo quando mi viene dato dello psicologista, e non lo sono, quando mi viene detto che io non uso la teoria di adeguatezza della verità, per esempio – che è una cosa a cui voglio rispondere. Cioè quello che mi scalda è quando non mi viene concesso... so di essere una minoranza, ma voglio che questa minoranza abbia la dignità delle armi, perché dal punto di vista teorico ce l'ha. E non che sia trattata come una visione di second'ordine, dove la prima è quella classica. Voglio che sia riconosciuto che la scelta classica è un'opinione come tutte le altre...

Arcangelo Rossi: E che si occupa di certe cose, mentre quella intuizionistica di altre...

Giovanni Sambin: Esatto.

Arcangelo Rossi: L'altra cosa, a livello quasi di battuta, ma che secondo me ha qualche senso... a proposito della pipa, c'è il famoso quadro di Duchamp – mi correggo, di Magritte...

Giovanni Sambin: ...Ceci n'est pas une pipe...

Arcangelo Rossi: ...allora, è proprio quello che non bisogna esagerare... cioè l'invito dell'artista – molto profondo – è a non confondere le rappresentazioni che uno si fa delle cose con la realtà...

Giovanni Sambin: Certo, io sono d'accordissimo.

Arcangelo Rossi: Non vorrei che tu invece sottolineassi troppo...

Giovanni Sambin: No, assolutamente. Scusa se approfitto dell'occasione – e di te come cavia – per chiarire cosa intendo con “verità”. Allora, per me verità non è il valore zero-uno – perché questo chissà chi lo decide – ma questo non vuol dire che tutto è psicologico. Per esempio, la verità è che quel quadro lì è di Magritte, non di Duchamp...

Arcangelo Rossi: Sì, d'accordo...

Giovanni Sambin: Ma vedi... come questo è un piccolo esempio di come il concetto di verità io ce l'ho, solo che non è il tuo, Carlo.

Carlo Dalla Pozza: Quello che hai appena usato è esattamente il mio!

Giovanni Sambin: Ma non è zero-uno! Io non ho nessun bisogno di vero-falso! Non ho nessun bisogno del terzo escluso. Vivo tranquillo senza. I modelli matematici sono per te, perché *tu* altrimenti non capisci il mio punto di vista! Io non ne ho bisogno. Io non ho bisogno degli spazi topologici, delle categorie, dei topoi... per capire la logica intuizionistica. Mi è naturale da quando a venticinque anni stavo cambiando mestiere perché la logica classica non la mandavo giù, quindi per me è naturalissimo. È per te che è difficile! Sei tu che hai bisogno dei modelli topologici! Ma non dire che la logica intuizionistica si spiega solo in modo complicato! Quella è la strada che segui tu. Non è una cosa oggettiva...

Carlo Dalla Pozza: Uhm... no. Comunque, la questione che diceva Claudio secondo me è importante: andare a capire le interrelazioni che ci sono.

Giovanni Sambin: Esatto...

Carlo Dalla Pozza: E questo significa capire qual è il modo di sistemare questi rapporti che soddisfi meglio il rasoio d'Occam. Cioè, in altri termini, se io prendo le varie teorie... teorie fuzzy, intuizionistiche, classiche della verità...

voglio sapere ad un certo punto come costruire i rapporti tra queste logiche in modo che il sistema e le relazioni siano quelle più semplici possibili. Allora... l'ipotesi mia è che io parto dalla verità, poi introduco la nozione di prova, poi introduco la nozione di probabilità (per la plurivalenza), e credo che questo sia l'assetto più economico e anche più intuitivamente digeribile. Perché – oltre la semplicità – se due teorie hanno pari potere esplicativo e pari semplicità, quella che ha un carattere intuitivamente più facile è anche quella da preferire: perché dobbiamo fare tanta fatica per capirci?

Giovanni Sambin: Perché altrimenti poi cadiamo con Padre Pio e Berlusconi... bisogna stare molto attenti a quello che è facile. Molto attenti. Perché può essere molto pericoloso. Comunque, ognuno ha le sue opinioni. L'importante è capire i mutui rapporti. Secondo me i rapporti tra logica classica e logica intuizionistica sono molto semplici: la logica classica è la parte negativa della logica intuizionistica, quella parte che non ha un connettivo "or" e non ha il quantificatore esistenziale \exists . Tutto quello che dici, come classico, io lo capisco perfettamente bene. E ci possiamo intendere quanto vuoi. Semplicemente, quando tu dici $A \vee B$ io capisco $\neg(\neg A \& \neg B)$, quando tu dici $\exists xA(x)$ io capisco $\neg\forall x\neg A(x)$. Quando *io* dico $\exists xA(x)$ – come distinto da $\neg\forall x\neg A(x)$ – tu non mi capisci, perché per te sono identici e per me no. Quindi la relazione è ovvia, è facilissima [il riferimento è alla traduzione negativa di Gödel-Gentzen].

Carlo Dalla Pozza: D'altra parte, pure io capisco perfettamente te quando parli con me...

Giovanni Sambin: Beh, tanto meglio...

Carlo Dalla Pozza: ...ti traduco come una restrizione sulla logica classica...

Giovanni Sambin: Sì... mi traduci come un valore di verità...

Carlo Dalla Pozza: Allora, il problema è quello di andare a vagliare tra queste due diverse traduzioni qual è quella che presenta la maggiore utilità, ove per utilità devi aggiungere la semplicità anche...

Giovanni Sambin: Secondo me, è prematuro cercare di decidere questo. Siamo ancora alla fase in cui ci conosciamo l'un l'altro. È come se stessi a deciderci se è meglio essere cattolici o protestanti o musulmani. Sarebbe quanto meno precoce cercare di decidere una cosa del genere – oppure rischiosissimo. Cioè, va a finire come stiamo vedendo che va a finire, ogni volta che qualcuno prova a fare valutazioni comparative. Per ora direi che conviene rimanere alle traduzioni da una all'altra...

Carlo Dalla Pozza: Sì, certo, però questo è il centro del discorso: il problema delle relazioni.

Giovanni Sambin: Anche secondo me.

Carlo Dalla Pozza: Ha ragione Claudio su questo aspetto. Forse è prematuro, come dici tu. Però non è vero che poi le discussioni... se tu immagini da quando le facciamo... tu mi hai invitato due volte da te, quindi abbiamo discusso calorosamente, delle volte con Enrico Martino, ricordi? Però in questo modo si tessono dei fili...

Giovanni Sambin: Eh... un po' alla volta...

Claudio Garola: Un'osservazione. Come accennato nel corso del dibattito, abbiamo già lavorato su questi argomenti. Insieme con Dalla Pozza, la relazione tra verità classica e verità intuizionistica è stata interpretata come relazione tra verità e prova [si veda *Dalla Pozza e Garola 1995*]. Inoltre, io recentemente ho analizzato (anche se con scarso successo di pubblico, perché è difficile, nel mio campo, richiamare l'attenzione su queste tematiche) il concetto di verità quantistica, che è diverso dal concetto di prova intuizionistica. Si tratta di un concetto di prova empirica all'interno di una teoria specifica (la nozione di prova empirica cambia infatti da teoria a teoria) [si veda *Garola 1992* per un'analisi preliminare, e successivamente *Garola, 2005*, poi semplificato e approfondito in *Garola 2017*]. In questa ottica 'dallapozziana' abbiamo quindi già delle tecniche specifiche, che Carlo ha applicato anche in altri casi. Se poi a un certo punto vogliamo chiamare verità la nozione di verità intuizionistica, mi divertirebbe molto stare al gioco, perché tanto le relazioni strutturali fra nozioni restano le stesse. Così tu, Carlo, dovresti cambiare tutti i nomi...

Giovanni Sambin: ... ma c'è un nome molto naturale che è "consistenza"...

Claudio Garola: Ecco sì, quindi io volevo aggiungere a quanto si era detto prima l'informazione che un primo studio delle relazioni fra le diverse nozioni è stato già fatto.

Giovanni Sambin: Ci sono anche dei problemi non solo filosofici ma tecnici. Questa analogia... bisogna vedere se si riesce a farne un teorema – dimostrabile in qualche senso – di corrispondenza tra il mio cubo e la soluzione pragmatica di Carlo...

Carlo Dalla Pozza: Sì, questa è una cosa che va studiata...

Giovanni Sambin: Tutto ciò a me va benissimo, io non ho obiezioni. Ripeto, quello che a me preme è che quando per esempio si usa la parola "adeguatezza", si sia consapevoli che si sta usando l'adeguatezza rispetto alla verità classica. La definizione di Tarski si può dare tale e quale senza nessun problema in ambito costruttivista, intuizionista... E si parla di "adeguatezza della definizione di verità", non si chiama "di Tarski" perché probabilmente Tarski inorridirebbe,

ma formalmente è la stessa identica cosa. Semplicemente uso un meta-linguaggio costruttivo per cui la disgiunzione diventa una disgiunzione mia e l'implicazione diventa un'implicazione mia. Ma non c'è nessun motivo per cui "adeguatezza" voglia dire *quel* concetto lì di verità. Quindi, questo è un punto specifico per spiegare il mio punto generale. E cioè, a me preme che si riconosca che come ci sono tante religioni, ci sono tanti modi di intendere la verità. Non c'è nessun obbligo, nessuna norma che ci dice che *quello* deve essere l'unico.

Claudio Garola: Vorrei fare un'ultima osservazione, basata su esperienze personali. Tu mi stai dicendo che richiedi dignità teorica per una posizione che ritieni di minoranza. Questa richiesta a prima vista mi stupisce, perché a me sembra che la posizione di minoranza – per come l'ho vissuta io – sia invece un'altra. Infatti, proprio nel tentativo di stabilire i rapporti tra verità quantistica e verità classica, io mi sono trovato di fronte ad un muro. L'ostilità era ed è dovuta al fatto che si vuole asserire la pluralità delle verità e dei punti di vista. Esisterebbero cioè molte nozioni di verità, e ogni teoria si costruirebbe da sola la propria nozione. Questa posizione sembra favorire punti di vista alternativi, come il tuo, il quale non sarebbe quindi, almeno nel mio ambiente, di minoranza. Tuttavia, a ben vedere, essa nega qualcosa che anche tu ritieni importante e che costituisce il terreno comune fra noi: viene infatti sostanzialmente respinta, a livello di scuola, l'idea che si possano e si debbano stabilire relazioni fra le diverse nozioni (nel mio caso, non viene accettata la mia tesi che verità quantistica e classica possono coesistere perché si tratta di nozioni meta-linguistiche distinte e correlate).

Giovanni Sambin: Sono d'accordissimo. Lungi da me dire "ognuno ha il suo concetto di verità". Comunque, ribadisco che la visione costruttiva nell'ambito di logica e matematica è una soluzione di assoluta minoranza – basta vedere il numero di articoli pubblicato, il numero di posti dati alla logica e, all'interno dei logici, andare a vedere quali sono i costruttivisti (e sono, ti assicuro, meno dell'uno per cento). Quindi è una minoranza, eccome! Non solo è una minoranza, ma spesso viene trattata come una perversione intellettuale da sopportare ma... ti assicuro che nelle discussioni di una mailing-list – FOM, Foundations of Mathematics – si leggono delle assurdità tali dette sul costruttivismo, e nessuno obietta, che dimostrano chiaramente come se ne sappia pochissimo e come sia ancora una minoranza. E purtroppo viene deciso cos'è senza nemmeno conoscerlo. Quindi a me preme che – prima di dire che non va bene – che almeno si conosca che cosa dice. Questo, come costruttivista

in genere. Quello che ci metto come Giovanni è il legame del costruttivismo con la visione biologica. E quindi con l'evoluzione, con i concetti...

Carlo Dalla Pozza: Io vorrei fare un'osservazione finale, perché in realtà ci sono più punti in comune di quanto a te possa sembrare in questo momento.

Giovanni Sambin: Mi farebbe piacere.

Carlo Dalla Pozza: Tu parli di riconoscere la dignità di diverse concezioni. Diverse concezioni della verità sono sostanzialmente connesse a diverse logiche. Se tu pensi che ancora attualmente l'immagine prevalente – e pensa, dall'82 al '99–2000, alle posizioni di un Prawitz, di un Dummett, di un Sundholm – è quella di un'incompatibilità tra logica classica e logica intuizionistica, e del fatto che una delle due deve essere quella corretta e l'altra scorretta, e che ad essere corretta è la logica intuizionistica... allora ti rendi conto che, per superare questa posizione (che io trovo filosoficamente becera), si tratta di dire che sono logiche che catturano nozioni diverse. Questa dovrebbe essere anche la tua posizione... che poi tu dici che catturano nozioni diverse di verità e io dico di no, non tutte di verità... discutiamone.... però c'è un punto di convergenza tra me e te, ed è l'*integrazione*.

Giovanni Sambin: Sono d'accordo.

Carlo Dalla Pozza: Scusa se mi scaldo ma mi sembra che si vadano a vedere sempre i punti di tensione, perché abbiamo cominciato dal basso anziché dall'alto...

Giovanni Sambin: È anche quello che diceva sostanzialmente Claudio Garola. C'è da ricordare che... Prawitz, Dummett, Sundholm et cetera... sono d'accordo che sbagliano, ma tieni presente che possono sembrare una maggioranza se visti dall'interno di un certo campo; se invece vai a vedere gli articoli pubblicati in filosofia analitica, vedi subito che sono una minuscola minoranza, che ha bisogno di difendersi in un modo spesso sbagliato. E quindi loro quando insistono sulla logica intuizionistica è perché si sentono accerchiati.

Carlo Dalla Pozza: D'altra parte, le concezioni di Dalla Chiara e alcune di Putnam (che lo prendo più in considerazione, perché ogni due anni ha una posizione diversa)... del Localismo in logica. Dicono: no, non è che una logica è corretta, e l'altra è scorretta; ognuna sta in un settore, ognuna in una teoria... E neanche questo funziona più, perché io posso allora prendere una teoria, suddividerla in sotto-parti e dotare ognuna di queste sotto-parti di una logica diversa, così se hanno una contraddizione interna alla teoria la elimino completamente. Questo non è un modo corretto di agire. Dunque, la posizione che abbiamo in comune è questa: l'*integrazione*. Che poi questa integrazione

richieda concetti diversi, con cui vanno catturate queste logiche, che questi concetti diversi tu voglia chiamarli concetti diversi di verità e io non voglia chiamarli concetti diversi di verità... è una questione da discutere senza dubbio, è una questione più propriamente filosofica (mentre l'altra è più tecnica)...

Giovanni Sambin: No no, va benissimo. Come in ogni discussione, bisogna stare bene attenti a non usare le parole col significato che si presume unico quando un altro le usa in un modo diverso. I classici dicono sempre: gli intuizionisti si limitano, si tarpano le ali, si tolgono dei principi logici. È sbagliatissimo! Gli intuizionisti semplicemente hanno una logica così tanto più espressiva che riescono a dire delle cose che i classici non dicono...

[Sirena di chiusura di Palazzo Parlange]

Carlo Dalla Pozza: Dobbiamo scappare perché sennò ci chiudono dentro...

Riferimenti bibliografici

Dalla Pozza, C. e Garola, C. (1995), “A Pragmatic Interpretation Of Intuitionistic Propositional Logic”, *Erkenntnis* 43 (1): 81–109.

Garola, C. (1992), “Truth Versus Testability In Quantum Logic”, *Erkenntnis* 37 (2): 197–222.

Garola, C. (2005), “A Pragmatic Interpretation of Quantum Logic”, arXiv: quant-ph/0507122.

Garola, C. (2017), “Interpreting Quantum Logic as a Pragmatic Structure”, *International Journal of Theoretical Physics*, DOI: 10.1007/s10773-017-3309-7.

Sambin, G., Battilotti, G. e Faggian, C. (2000), “Basic Logic: Reflection, Symmetry, Visibility”, *The Journal Of Symbolic Logic* 65 (03): 979–1013.

Sambin G. (2002), “Steps towards a dynamic constructivism”, in P. Gärdenfors, J. Wolenski, K. Kijania-Placek (Eds.), *In the scope of Logic, Methodology and Philosophy of Science*, vol. I, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, pp. 263–286.

Sambin, G., (to appear), *Positive Topology and the Basic Picture. New structures emerging from constructive mathematics*, Oxford University Press.