

"In questi giorni l'angelo della topologia ed il diavolo dell'algebra astratta si contendono l'anima di ogni settore matematico particolare".

H. Weyl

... "La teoria ondulatoria del moto di una particella di De Broglie-Einstein, secondo la quale una particella non è niente altro che una specie di cresta di spuma sull'onda della radiazione"

E. Schrödinger

### Thom e la storia delle scienze.

Abbiamo già detto che l'attuale dibattito è carente in un punto essenziale: manca di una prospettiva storica. Invece le analisi storiche sono in grado di gettare molta luce sulla nostra controversia. Si tratta però di individuare prima quale strumento storico è adatto perché ci sono storie della matematica che sarebbero sinceramente da ostacolo.

Sono quelle apologetiche, che sembrano scritte per assegnare una patente di nobiltà all'ultimo arrivato sul trono. Di questo tipo sono le note storiche agli *Eléments* del Bourbaki o l'*Abrégé d'histoire des mathématiques* diretto da Dieudonné <sup>(75)</sup> nelle quali si traccia la genealogia delle strutture astratte, ignorando il resto e deformando i punti di vista originali dei protagonisti. Ma anche Zeeman ha fatto una operazione simile nei confronti di Eudosso e di Euclide. Naturalmente in questo ultimo caso si scoprono (in Eudosso) gli antenati del calcolo infinitesimale (già legato alla velocità) e persino dell'algebra astratta (cosa non si farebbe per deprimere il presunto bourbakista Galois) <sup>(76)</sup>. Sarebbe facile a questo punto contrapporre ad ambedue una genealogia del pensiero geometrico, che peraltro nella Grecia post pitagorica è storicamente più

---

75) Bourbaki 1960; Dieudonné 1978

76) Zeeman 1974

verosimile perché Euclide sistema geometricamente (più che assiomaticamente) i risultati matematici dell'epoca <sup>(77)</sup>.

Ma il punto è proprio di non limitarsi a fare la cronistoria dei risultati od una loro ricostruzione razionale alla Popper, bensì di guardare alla storia come ad una successione di controversie, di cui ha interesse capire come e perché si sono sviluppate. Accogliendo il suggerimento di Kuhn di non ridurre la storia della scienza agli aneddoti ed alle cronologie, <sup>(78)</sup> respingendo decisamente le "ricostruzioni razionali" a posteriori dei risultati di Popper (ma anche di Lakatos), occorre muoversi verso ricostruzioni *integrali* delle scelte di evoluzione tirando in ballo *necessariamente* le istituzioni, l'ambiente culturale, quello sociale e politico <sup>(79)</sup>. Solo in questo caso la storia è utile "allo stato presente ed alle prospettive future" della matematica, riducendosi negli altri casi o ad un particolare settore accademico (per gli storici di professione) o ad una funzione esornativa (per i matematici attivi).

Possiamo ora porre sul tappeto la questione principale: quale è la relazione della controversia sulle catastrofi con quelle avvenute in passato? Per fortuna nella nostra topologia -l'asse storico non ne porta infatti con sé una naturale dipendendo essa dal punto di vista storiografico particolare assunto - le discontinuità (le rivoluzioni) prodotte dalle controversie sono relativamente poche, perché dipendono da come vengono immersi i fatti matematici e scientifici nei vari contesti culturali e sociali. Senza tale immersione stabilizzante si oscillerebbe arbitrariamente tra l'estremo di Popper (nessuna rivoluzione) o quello di Feyerabend e dell'ultimo Kuhn (una infinità di microrivoluzioni) estremi che

---

77)Struik 1967,52 e 64.

78)Kuhn 1962,19.

79) Forman 1971,1974 e?;Tonietti?; Donini 1978 e 1979;Baracca et al. 1979.

sarebbe facile fare toccare <sup>(80)</sup>.

Ebbene, le posizioni di Thom suonano sensibili alle argomentazioni sostenute da chi, attraverso queste controversie scientifiche di fondo, è stato espurgato dall'asse di sviluppo dominante. Così nell'opposizione tra il punto di vista aristotelico verso quello galileiano, tra Cartesio verso Newton, tra Poincaré verso Hilbert, tra Einstein e Schrödinger verso Bohr e Heisenberg, le sue simpatie vanno verso i primi. Il paradigma delle catastrofi sedimenta quindi dentro di sé queste lateralità storiche per riproporle oggi. Ma, e qui sta il punto, nella situazione scientifica attuale esse non possono sembrare come progetti sconfitti definitivamente, bensì come problemi accantonati e non risolti che tornano alla luce. Questioni considerate non matematiche, non scientifiche, non importanti da tre secoli di un certo "progresso" scientifico (e sociale) sono riproposte come degne di attenzione, anzi come nuovo asse di evoluzione, perché Thom, figlio di quelle grandi controversie, non ne accetta in toto gli esiti rimettendoli in discussione.

Fissiamoci per poter andare un po' di più nei dettagli sugli ultimi grandi scontri dai quali è nato l'attuale assetto scientifico in fisica ed in matematica. Fissiamoci cioè su quegli eventi storici dell'inizio del secolo e degli anni '20 che hanno dato origine allo schema algebrico-formalista ed a quello quantistico.

Quando Hilbert fa irruzione nella scena col suo celebre teorema della base <sup>(81)</sup> fa esclamare a Gordan

Questa non è matematica, è teologia <sup>(82)</sup>.

In realtà, questo teorema di esistenza segna la "morte" della teoria degli

---

80) Lakatos & Musgrave 1970; Kuhn 1975; le rivoluzioni scientifiche sono coerenti con quelle sociali e queste ultime sono relativamente rare; Cfr. Tonietti 1976,25; Donini 1978 e 1979; Baracca et al. 1979.

81) Hilbert 1890; Kline 1972,930

82) Ibidem; Fisher 1966, 145.

invarianti <sup>(83)</sup> e scandisce un periodo di controversie che cambierà profondamente l'immagine della matematica. Tanto da portarci a credere che, con la pubblicazione di *Moderne Algebra* di van der Waerden, <sup>(84)</sup> la "non matematica" di Hilbert è ormai diventata la linea di evoluzione dominante almeno in Germania, che allora era ancora il paese guida nelle scienze.

Il progetto di ricerca hilbertiano, esposto nel 1900 attraverso i ventitre problemi, comincia a segnare dei nuovi criteri di rilevanza, dei modi nuovi di fare ricerca <sup>(85)</sup>. Esso si scontrava con il punto di vista di H. Poincaré, che rappresenta la continuità con la matematica ottocentesca <sup>(86)</sup>. In genere si tende a credere che la questione principale del contendere fossero i fondamenti con le tre possibili alternative, tra formalisti logicisti ed intuizionisti. In realtà l'elemento centrale di scontro, soprattutto alla luce dei problemi che l'esito di esso ci costringe ad affrontare oggi aggravati, era l'autonomia della matematica dalle altre scienze.

Tutta l'opera matematica di Poincaré riceve continuamente stimoli, sia sotto la forma di problemi da affrontare, sia sotto quella di intuizioni su come risolverli, dalla fisica. Si pensi al nucleo della sua attività di studioso, costituito dal problema dei tre corpi, la teoria qualitativa delle equazioni differenziali e la topologia combinatoria, che *in Poincaré* non è separabile in tre settori distinti. Oggi è facile considerare Poincaré essenzialmente un matematico, perché la solita perniciosa concezione del progresso lineare ce lo ha sedimentato ed imbalsamato in tale ruolo ma non bisogna dimenticare che il nostro ha conteso la teoria della relatività ristretta ad Einstein e diceva la sua sui quan

---

83) Weyl 1939,27; Fisher 1966

84) van der Waerden 1931

85) Hilbert 1900

86) Poincaré 1900

ti al primo congresso Solvay <sup>(87)</sup>.

Hilbert al contrario autonomizza la matematica da tutto il resto facendone un modello astratto di razionalità, di rigore formale privo di radici in un contesto esterno. Coi *Fondamenti della Geometria* si propone un sistema assiomatico che taglia i riferimenti, presenti in Euclide, col mondo reale dei concetti di punto, retta, piano. La unica legittimazione possibile in tal caso rimane nella coerenza interna, nella completezza e nella decidibilità della matematica, ridotta ad un sistema formale di segni sulla carta <sup>(88)</sup>. Addirittura l'analisi, lo strumento principe del programma di filosofia naturale newtoniano, deve venire rigorizzata <sup>(89)</sup> per la seconda volta fondando i numeri reali ed introducendo la topologia generale (tutt'altra cosa da quella combinatoria di Poincaré).

Non che Hilbert non si interessasse più di fisica, anzi ha sempre voluto che uno dei suoi assistenti a Gottinga fosse un fisico <sup>(90)</sup>, ma ora il rapporto si rovescia e per lui la fisica è matematica applicata, un settore in cui verificare *a posteriori* la potenza dei metodi di algebra astratta, di analisi funzionale creati, in supposta autonomia, dalla comunità dei matematici. La prima tecnica da esporre in fisica diventa naturalmente l'assiomatica (sesto problema <sup>(91)</sup>), e da qui discende l'interesse per quella teoria - la relatività generale - che pareva permettere, all'interno di una ottica unificante di tutti i fenomeni (dalla gravitazione all'elettromagnetismo), la riduzione della fisica a po

---

87) Il ruolo di Poincaré nel dibattito sulla relatività ristretta è ben noto perché valga la pena di ricordarlo, piuttosto è meno noto che Poincaré abbia partecipato al congresso Solvay e si sia interessato dei quanti: Langevin & De Broglie 1912; Mc Cormmach 1967

88) Hilbert 1899

89) che il rigor mortis di cui parla Zeeman 1974,607 cominci ad essere inoculato in questa occasione?

90) Forman 1970,159

91) Hilbert 1900,454-55 della tr. ingl.

chi generalissimi principi<sup>(92)</sup>. Anche se questo si rivela impossibile, tutta via si può sempre convincere che un repertorio di *metodi matematici* è indispensabile per la fisica, e sarà il Courant & Hilbert volume I<sup>(93)</sup>. Testo opposto a *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste* di Poincaré nel quale la invenzione di nuove teorie matematiche è sollecitata direttamente da un problema fisico particolare<sup>(94)</sup>. Grazie a questa inversione nel rapporto tra matematica e fisica non sarà più tanto difficile arrivare all'indifferenza teorizzata esplicitamente oggi dai Bourbakisti ed accettata da tanti matematici cosiddetti puri<sup>(95)</sup>.

Diversamente da Poincaré - che ce l'ha implicitamente nel rapporto intimo (a priori) con le scienze della natura - Hilbert deve dare lui esplicitamente i suoi criteri di rilevanza e proprio tale compito ha il suo elenco dei problemi matematici presentato al congresso di Parigi.

Questa *grande trasformazione* della matematica è ovviamente e profondamente toccata dal programma matematico formalista col suo criterio di verità interno, ma sarebbe sbagliato ridurla ad esso. Infatti, mentre nella sua formulazione logica la linea di evoluzione hilbertiana è bloccata dai teoremi di ostruzione degli anni '30<sup>(96)</sup>, il processo di automizzazione va avanti, diventando soprattutto specializzazione interna alla matematica fino ad arrivare alla frammentazione esasperata di oggi. Piaccia o meno, e con buona pace del Bourbaki, gli ultimi cent'anni ci hanno fatto passare dalla matematica alle matematiche<sub>↓</sub><sup>(97)</sup>. E nessun metodo generale, logico-formalista, nessuna filosofia neopositivista, nessun attrezzario di strutture è stato in grado, né mai lo sarà, di farci

---

92) Hilbert 1915/17 e 1924; Mehra 1974; Earman & Glymour 1978

93) Courant & Hilbert 1924

94) Poincaré 1892

95) Weil 1948,317; Dieudonné 1964,248; Dieudonné 1965,543 cit. in Fang 1970, 93-94; Bourbaki 1948,46.

96) Gödel 1931

97) "La matematica o le matematiche?" questo è il sottotitolo di Bourbaki 1948.

apparire in ciò una qualche unità.

Già circa un terzo dei problemi esposti da Hilbert nel 1900 ha a che fare con l'algebra, ma solo qualche decennio dopo l'algebra formale (cosiddetta moderna) sarà il nuovo paradigma con cui ristrutturare le discipline classiche e garantire nuove linee di evoluzione. A questo punto il criterio di rilevanza si è trasformato nel privilegiare un settore, l'algebra, a scapito di altri, la geometria, e si è costituito in punto di vista generale, che attira al suo interno la comunità dei matematici e la sua produzione di ricerca. A questo punto cioè possiamo dire che le matematiche si sono *algebrizzate* e che la transizione da "non matematica" a "matematica" egemone si è compiuta. Come sempre la vitalità di un nuovo punto di vista si misura anche dalla capacità di inglobare i risultati di quelli diversi e così la topologia da combinatoria diventa algebrica <sup>(98)</sup>. Come sempre processi di tale natura hanno caratteristiche nazionali e sono essenzialmente legati alle trasformazioni culturali e sociali generali, perciò avvengono a partire da situazioni singolari e poi, se del caso, si estendono. Ad esempio l'Italia rimane quasi completamente fuori da questo processo di algebrizzazione e seguita a sviluppare la sua (ancora feconda) ottica *à la Poincaré*, tant'è che l'algebra formale passa nell'insegnamento universitario addirittura solo dopo la seconda guerra mondiale negli anni '60. Mentre in Francia l'ottica algebrica va di pari passo con l'affermazione del gruppo bourbakista di Dieudonné, Weil, Chevalley, H. Cartan. Ma appunto essi la importa

---

98) Kline 1972, 1180; "In ogni caso, una parte considerevole della topologia è confluita, durante gli ultimi quindici anni circa, nella cosiddetta topologia algebrica che iniziò circa trent'anni fa con molta geometria e poca algebra ed oggi consiste di molta algebra e poca topologia" in Lefschetz 1962, 287-288.

no dalla mittel Europa, negli anni '30 e '40, dove va individuato il centro promotore principale attorno a nomi, oltre Hilbert, come Emmy Noether, Emil Artin, van der Waerden <sup>(99)</sup>.

Dobbiamo allora concludere che Thom - le cui analogie vanno largamente a Poicaré, anche perché va ricordato come quest'ultimo non considerasse estraneo alla sua professione occuparsi di filosofia e di questioni generali - ha il grosso difetto di non essersi accorto che la linea di evoluzione a lui più consona è già stata "irrimediabilmente" battuta? Se non avessimo messo in guardia dalle ricostruzioni storiche apologetiche e/o razionali (esse stanno sempre dalla parte dei vincitori) sembrerebbe inevitabile far precipitare Thom attraverso una opportuna sezione di una catastrofe a cuspidi modellante la rottura appena descritta degli anni '20 (fig. 2) - in compagnia di coloro che lo considererebbero, in tutte le sue manifestazioni, più matematico dei suoi critici. Ma la storia non può mai essere appiattita e ridotta alla proiezione su una linea (il progresso scientifico), così rimasero laterali e semisepolti, cercando di divincolarsi strenuamente dal trionfante paradigma algebrico-formalista, altri filoni ad esso antagonisti. Antagonismo, lo ripetiamo, che non è riconducibile o limitabile solo alle questioni logico-matematiche tipo l'intuizionismo, che più di ogni altro ha contrastato tra i matematici attivi la scuola hilbertiana, ma che ha coinvolto le pratiche di ricerca e quindi anche i prodotti della comunità dei matematici.

Alludiamo alle posizioni di matematici come P. Alexandrov, L. Pontrjagin, G.D. Birkhoff, V. Volterra, oltre ai dichiaratamente intuizionisti L. Brouwer e H. Weyl, tutti chi più chi meno eredi del punto di vista

---

99) Il manuale di van der Waerden 1931 viene dalle lezioni di E. Noether ed E. Artin; Birkhoff 1976.

à la Poincaré, non solo perché alcuni ne sono i diretti continuatori dell'opera scientifica (in topologia, equazioni differenziali, sistemi dinamici ...), ma soprattutto per voler mantenere, almeno sullo sfondo, il suo rapporto con le scienze della natura<sup>(100)</sup>. E' vero che tutti i tre punti di vista sulla TdC - quello di Arnold/Guckenheimer, di Thom e di Zeeman - fanno un qualche riferimento a questi matematici; ed è financo possibile che essi gravitino anche nelle argomentazioni dei più rumorosi attacchi ad essa, ma - e qui sta il punto - le loro posizioni sono in genere reinterpretate e filtrate attraverso l'ottica *à la Hilbert*. Così diventa possibile dichiarare che si può discutere la posizione di Zeeman, perché in quanto *matematico applicato* occupa un posto legittimo, anche se poi qualcuno gli deve dire onestamente che si sbaglia. Ma che non si prenda in considerazione uno come Thom, perché è invece un *matematico ispirato!*

I fatti storici stanno invece altrimenti e se qualche-duno potessero mai legittimare questo è Thom. Bisogna però avere la pazienza di andarli a cercare nei testi e di prenderli come sono senza ripuliture di comodo. Non conoscendo alcuna analisi completamente adatta allo scopo<sup>(101)</sup> sono costretto ad accennarla qui per sommi capi e pertanto mi limiterò (ma è solo una questione di spazio) a due dei matematici più pertinenti: Volterra e Weyl.

Nel primo lavoro di Volterra sulle equazioni integrali che portano il suo nome si legge:

- 
- 100) Si ricordi questa frase di P. Alexandrov (1956, 215 ed. ingl.):  
"Precisamente questi argomenti meccanici, fisici ed anche astronomici hanno prodotto la rapida crescita della topologia contemporanea, che forma una parte così significativa dello sviluppo generale della matematica del presente secolo" - notando che la topologia di cui parla è quella combinatoria di Poincaré e non quella generale - e poi si prendano in esame ad esempio il testo di G.D. Birkoff sui sistemi dinamici, quello di Pontrjagin sulle equazioni differenziali ecc.
- 101) Kline 1972 è un testo storico attento in modo particolare al rapporto tra la matematica e la fisica.

Ad una classe di problemi che si hanno frequentemente da risolvere appartiene il seguente: trovare una funzione  $f(\alpha)$  atta alla integrazione tale che sia

$$\phi(x) = \int_0^a f(\alpha)F(\alpha,x)d\alpha \quad 0 \leq x \leq a$$

in cui  $\phi(x)$  e  $F(\alpha,x)$  sono funzioni note... (102)

Ma quale è la classe di problemi che "ispira" tale tipo di equazione integrale?

Il problema dell'equilibrio della elettricità sopra le calotte di una superficie conduttrice in rivoluzione soggette all'induzione di coibenti elettrizzati, disposti simmetricamente rispetto all'asse di rivoluzione rientra nel problema generale ora considerato (103).

Infatti il lavoro di Volterra è significativamente intitolato: "Sopra un problema di elettrostatica". Del resto Volterra è stato professore di Fisica Matematica e di Meccanica Razionale a Pisa, Torino e Roma. Nel 1901 tiene un discorso ufficiale a Roma dal titolo "Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali" in esso si legge:

E' naturale invece nei più il desiderio di volger la mente fuori dalla cerchia della pura analisi matematica; d'informarsi, di comparare la riuscita dei vari mezzi di cui essa dispone, e classificarli in vista delle loro applicazioni, onde poter rivolgere la propria attività a perfezionare i più utili, a rafforzare i più deboli, a crearne dei più potenti.

Ma è intorno a quelle scienze nelle quali le matematiche solo da poco tempo hanno tentato di introdursi, le scienze biologiche e sociali, che è più intesa la curiosità, giacché è forte il desiderio di assicurarsi se i metodi classici, i quali hanno dato così grandi risultati nelle scienze meccanico-fisiche, sono suscettibili di essere trasportati con pari successo nei nuovi ed ine-

---

102) Volterra 1884,188

103) Volterra 1884,191

splorati campi che si dischiudono loro dinanzi (104).

Nella seconda metà degli anni '20 Volterra viene stimolato da D'Ancona a studiare le fluttuazioni biologiche delle specie. Nell'inverno '28/'29 tiene al nuovo Istituto Poincaré (costruito coi fondi della fondazione Rockefeller) delle lezioni, pubblicate a Parigi nel 1931, col titolo *Leçons sur la Théorie Mathématique de la lutte pour la vie*. Nella prefazione è scritto:

Questa opera non si rivolge ai soli matematici che ci vedranno degli sviluppi analitici, ma anche ai naturalisti che ci troveranno delle leggi biologiche.

Prima si era reso omaggio a Poincaré:

ricordando quanto egli abbia insistito in alcuni dei suoi lavori classici sul ruolo che possono giocare nella *philosophie naturelle* lo studio qualitativo degli integrali delle equazioni differenziali (105).

Si sente la necessità di insistere sull'"interesse pratico" dello studio riferendosi alla "industria della pesca" e si passa a trattare tramite equazioni differenziali ed integro-differenziali (problemi ereditari) le fluttuazioni numeriche degli individui di specie biologiche in rapporto all'ambiente, ma soprattutto quando una specie divora un'altra. Certo ci sono anche differenze notevoli con Thom, perché attraverso un impianto analitico si cercano soluzioni quantitative, ma non ci si scandalizza affatto se:

si utilizza la geometria in recenti ricerche sulla forma e la crescita di essere organici per descrivere le forme stesse ed il loro sviluppo (106).

e si cita placidamente *On Growth and Form* di D'Arcy Thompson che, come sappiamo, è uno dei punti di partenza del paradigma delle catastrofi

---

104) Volterra 1901, 15 della rist.

105) Volterra 1931, VI

106) Volterra 1931, 1-2

di Thom.

Si può allora concludere che Volterra come Thom, nonostante che il matematico italiano rimanga interno ad una ingenua fede nella scienza di tipo positivisticò, non teme di perdere la propria credibilità matematica e/o scientifica perché si ispira ai fenomeni naturali e si occupa direttamente di biologia.

Ma forse più vicino a Thom è Hermann Weyl, almeno per importanti aspetti della loro concezione scientifica. L'insistere sul *continuum* come elemento di base della sua filosofia matematica mette sicuramente Weyl nell'ala "geometrica" dello intuizionismo storico (F. Klein, H. Poincaré) vista come distinta da quella "numerica" (Kronecker, costruttivismo)<sup>(107)</sup>. Ma egli, anche nelle polemiche antiformaliste inevitabili, non ha mai assunto i toni esasperati alla Brouwer, perché lo divideva dal matematico olandese, che prendeva posizioni di politica scientifica internazionale "völkisch" e più filogermaniche dei matematici tedeschi, l'antinazismo profondo<sup>(108)</sup>.

E' in ogni caso un antiformalismo praticato:

Nel cercare di evitare riferimenti continui alle componenti [di vettori] siamo obbligati ad adottare una profusione di nomi e simboli oltre ad una intricata successione di regole per fare i calcoli, così che il bilancio tra vantaggi e svantaggi pende la considerevolmente verso il lato negativo. Una enfatica protesta va sollevata contro queste orge di formalismo che turbano la pace persino dello scienziato più tecnico<sup>(109)</sup>.

Così - di nuovo - è meglio, piuttosto che su questioni di logica matematica, indicare le sue somiglianze con Thom sul piano dei rapporti tra pratiche della ricerca, concezioni della matematica e scienze della natura.

107) Weyl 1918a

108) Born & Einstein 1969, 116-117 della tr. it.

109) Weyl 1918b, 54 della tr. ingl.

La prima cosa da notare allora riguarda il peso notevole e dichiarato che hanno nel suo operare matematico le questioni della filosofia e della fisica del tempo. Husserl, la relatività generale e la fisica dei quanti rimangono riferimenti costanti nei suoi numerosi scritti.

Nella prefazione a *Spazio Tempo Materia* scrive:

... era mio desiderio presentare questo grande soggetto [la teoria della relatività generale] come una illustrazione del mescolarsi del pensiero filosofico matematico e fisico, uno studio che mi è particolarmente caro.

Come stanno le cose oggi non c'è altra alternativa che lasciare le singole scienze procedere ciascuna lungo queste linee dogmatiche, vale a dire, seguire in buona fede i cammini sui quali sono condotte da motivi ragionevoli propri ai loro metodi peculiari ed alle loro limitazioni particolari. Il compito di gettare una luce filosofica su queste questioni è cionondimeno importante perché è radicalmente differente da quelli che assolvono le numerose scienze individuali.

Tutti gli inizi sono oscuri. Visto che il matematico opera con i suoi concetti lungo linee disciplinate e formali, dovrebbe soprattutto ricordarsi di volta in volta che le origini delle cose giacciono ad una profondità più grande di quella cui i suoi metodi gli permettono di arrivare. Oltre alla conoscenza ottenuta dalle scienze particolari, ci rimane il compito di *comprendere*. Nonostante il fatto che i punti di vista della filosofia oscillino da un sistema all'altro, non possiamo farne a meno, a meno che si voglia trasformare la conoscenza in un caos senza significato<sup>(110)</sup>.

Mi sembrò che la tesi da esso portata avanti, della compenetrazione di pensiero scientifico e pensiero filosofico, fosse sempre attuale... Con gli anni io sono diventato più cauto circa le implicazioni metafisiche della scienza... e tuttavia la scienza perirebbe senza l'appoggio di una convinzione ideale della esistenza di verità e realtà, e senza il continuo scambio fra i suoi dati e le sue costruzioni da un lato, e la costruzione di idee dall'altro<sup>(111)</sup>.

---

110) Weyl 1918b, IX, 2, 10 della tr. ingl.

111) Weyl 1949, VIII della tr. ingl.

Riferimenti espliciti ad Husserl si trovano ad esempio in *Spazio Tempo Matematica* ed in *Filosofia della Matematica e delle Scienze Naturali* (112)

Weyl vive il momento della ristrutturazione scientifica fra le due guerre mondiali e coglie l'intima coerenza fra i profondi mutamenti della fisica e della matematica:

Esiste a mio avviso un parallelismo facilmente visibile tra i più recenti sviluppi della matematica e della fisica (113).

Questa ultima osservazione ci ricorda che la funzione della matematica è quella di essere al servizio delle scienze naturali (114).

Che vada messo tra gli "ispirati" e non tra gli "applicati" è chiaro da un commento che fa tracciando una acuta storia della teoria degli invarianti:

In tempi recenti l'albero della teoria degli invarianti ha mostrato nuova vita ed ha cominciato a fiorire di nuovo, principalmente come conseguenza dell'interesse per i problemi teorici degli invarianti risvegliato dagli sviluppi rivoluzionari della fisica matematica (teoria della relatività e meccanica quantistica)... (115).

E' difficile pensare che Weyl, studente a Gottinga e poi addirittura successore alla cattedra di Hilbert dal 1929 fino al nazismo (dopo essere stato a Zurigo) potesse non confrontarsi con gli algebristi del suo tempo. Tuttavia, mentre avveniva il distacco dell'"algebra formale" dalla "matematica classica", <sup>egli</sup> ~~lui~~ continua a pensare "geometricamente" la matematica. Seguita a parlare del *continuum* dei reali dove gli altri vedono solo il "campo" dei reali, il concetto di gruppo è definito come gruppo di trasformazioni e motivato nella sua genesi come strumento, soprattutto come strumento geometrico per la classificazione proposta da F. Klein nel programma di Erlanger (116).

---

112) Weyl 1918b,5 tr. ingl.; Weyl 1949,145 e seg. tr. it.

113) Weyl 1928,VIII tr. ingl.

114) Weyl 1949, 74 tr. it.

115) Weyl 1939, 28

116) Weyl 1928, 110-112 tr. ingl.; Weyl 1939, 13-14.

Si cita il manuale di van der Waerden, ma il termine algebra è quasi esclusivamente impiegato nel significato di algebra di matrici (117).

In questo si rende conto di apparire un conservatore:

La mia giustificazione per aver proceduto in un modo molto più conservatore di quanto sarebbe probabilmente parso desiderabile alla nostra giovane generazione di algebristi, consiste nel desiderio di non sacrificare il passato (118).

La questione da quale parte stesse Weyl nel dibattito sulla causalità in fisica è delicata e non la tratto in questa sede (119). In questo contesto mi preme però far notare come Weyl, nel presentare la meccanica quantistica, la impervi essenzialmente sull'equazione di Schrödinger, nonostante che gli appaia "meno stringente", perché:

conduce più velocemente ai principi fondamentali della meccanica quantistica ed alle conseguenze più importanti per le scienze sperimentali (120).

La verità però a mio avviso risiede nell'ottica "continuista" che pervade l'interpretazione di Schrödinger e la matematica che questo fisico adopera. Weyl conclude infatti il capitolo matematico del suo libro sulla meccanica quantistica con le parole:

Gli strumenti algebrici e geometrici sviluppati in questo capitolo offrono un mezzo naturale di esprimere la meccanica quantistica: essi già ricoprono una posizione dominante nella fisica classica dei mezzi continui (121).

Forse questo fatto può non colpire troppo chi impara la meccanica quantistica sui manuali di scuola britannica o statunitense o francese, che preferiscono utilizzare (in rapporto alle loro tradizioni scientifiche) la più agile equazione di Schrödinger rispetto alla meccanica delle ma

---

117) Weyl 1939,79

118) Weyl 1939, VII

119) Cfr. Forman 1971 e ?

120) Weyl 1928, 48 tr. ingl.

121) Weyl 1928,40 tr. ingl.

trici di Heisenberg, Born e Jordan, ma non si dimentichi che, ai tempi in cui Weyl scriveva il suo libro, in Germania c'erano testi sulla meccanica quantistica come quello di Born e Jordan che neanche menzionano l'equazione di Schrödinger (122).

Per corroborare ulteriormente l'argomentazione sulla somiglianza tra Weyl e Thom si può menzionare una polemica del primo contro la quantità ed un apprezzamento di Aristotele:

Da tempo immemorabile la matematica è stata considerata come la scienza della quantità, o come la scienza dello spazio e dei numeri ... Questo punto di vista appare oggi troppo ristretto, se si tiene conto dei campi quali la geometria proiettiva o la teoria dei gruppi. Di conseguenza non occorre preoccuparsi in modo particolare di cosa si intenda per quantitativo. Del resto lo sviluppo stesso della matematica ha messo in dubbio il fatto che la quantità sia una categoria ben determinata e filosoficamente importante.

Per gli interi appare più appropriato l'ordine naturale che Aristotele introduce in opposizione alla concezione platonica del numero (123).

Abbiamo già incontrato poco sopra il dibattito sulla meccanica quantistica tra le due guerre, menzionando anche proprio il protagonista che viene in mente leggendo Thom, cioè Schrödinger. Come è ben noto il suo punto di vista (124)

---

122) Born & Jordan 1930.

123) Weyl 1949, 75, 77 tr. it. Ci si riferisce all'infinito potenziale di Aristotele, preferito all'infinito attuale di Platone, tipico della teoria degli insiemi. Ma si badi a non derivarne un presunto antiplatonismo generale di Weyl da contrapporre al realismo platonico di Thom. Tanto in Weyl quanto in Thom coabitano aspetti sia aristotelici che platonici perciò le posizioni relative vanno confrontate sul singolo problema matematico concreto. In questo caso è rilevante il comune antiformalismo. Cfr. p. 24-25.

124) Forman 1971; Tonietti 1976; Donini 1978 e 1979; Baracca et. al. 1979.

ondulatorio e causale venne statisticizzato e ridotto a strumento di calcolo. Ma, se lo si legge in originale, si trovano delle posizioni esplicitamente continuiste e si scopre che anche lui si è occupato di biologia.

Proprio nel lavoro che dimostra l'equivalenza formale tra meccanica ondulatoria e meccanica delle matrici, Schrödinger espone i due punti di vista come paralleli all'opposizione continuo verso discreto:

Nella meccanica di Heisenberg le variabili continue classiche sono rimpiazzate da dei sistemi di numeri discreti che dipendono da due numeri interi (matrici) e che sono determinati da equazioni *algebriche*. Gli autori stessi chiamano la loro teoria "la vera teoria del discontinuo".

Di contro, la meccanica ondulatoria fa un progresso rispetto alla meccanica classica, in una direzione esattamente opposta, vale a dire *verso una teoria del continuo*. Questa teoria sostituisce i fenomeni meccanici, descritti classicamente da un numero finito di funzioni soluzione di un numero finito di equazioni differenziali ordinarie, con un *campo continuo* di fenomeni nello spazio delle configurazioni governato da una equazione a *derivate parziali* unica ...<sup>(125)</sup>.

In tal modo gli aspetti discreti delle scienze naturali - in questo caso le righe dello spettro dell'atomo di idrogeno - vengono dedotti da un modello continuo, una equazione del tipo delle onde. L'ala acausale ricava invece il discreto dal discreto (la matrice). La meccanica quantistica *secondo Schrödinger* è dunque da questo punto di vista una teoria analoga alla TdC e Zeeman si sbaglia se crede che:

Soltando recentemente è stato elaborato un metodo matematico per descrivere i fenomeni discontinui e divergenti <sup>(126)</sup>.

Del resto Schrödinger non rappresenta un'anomalia isolata nel dibattito tra i fisici degli anni '20, perché le sue posizioni sono affini a quelle di Einstein e di De Broglie da cui deriva <sup>(127)</sup>. Così Einstein seguita

---

125) Schrödinger 1926, 72 rist.

126) Zeeman 1976, 16 tr. it.

127) Forman 1969; Bergia 1979

a cercare una teoria generale dei campi, simile alla relatività generale, le cui singularità siano i quanti<sup>(128)</sup>.

Come sempre, quando c'è scontro tra punti di vista antagonisti, le questioni ideologico-filosofiche tendono a venire alla ribalta anche nelle scienze<sup>(129)</sup>. Quindi non c'è da meravigliarsi se il dibattito sulla meccanica quantistica è intriso di progetti di sviluppo e di dichiarazioni programmatiche. Ma anche in questo Schrödinger si distingue perché viene da lui ammesso esplicitamente, come fattore non eliminabile dalle teorie scientifiche, l'influenza dell'ambiente culturale e del clima politico generale, che non è visto come una ingerenza indebita nei vari fatti scientifici, al contrario come un elemento necessario<sup>(130)</sup>.

Gli interessi espliciti di Schrödinger per le questioni della biologia sono ampiamente documentabili dal suo saggio *Che cos'è la Vita?*<sup>(131)</sup>. Esso è tutt'altro che esornativo perché discute proprio l'influsso della nuova fisica nei confronti dei problemi biologici classici ed ha avuto un notevole impatto sull'assetto generale della disciplina. Va subito detto che le idee sulla biologia di Schrödinger sono sicuramente diverse da quelle di Thom su molti aspetti determinanti, basti pensare all'insistenza del primo sui meccanismi genetici ed alla sua ottica riduzionistica. Tuttavia la distinzione proposta, tra le regolarità della fisica come derivanti "dal disordine" (cioè dal "meccanismo statistico") e le regolarità della biologia che producono "l'ordine dall'ordine" (la struttura genetica), conduce ad aspettarsi che le leggi fisiche non bastino a spiegare la materia vivente. Solo che secondo Schrödinger il nuovo princi

---

128) Born & Einstein 1969, 27 tr. It.

129) Forman 1969 e 1971

130) Schrödinger 1932

131) Schrödinger 1944.

cipio dei quanti viene subito in soccorso (132)

In ogni modo questo interesse per la biologia da parte di un fisico teorico di professione è stato qualcosa di più di una eccentricità o di un caso. Né era isolato nel contesto del dibattito sulla meccanica quantistica (133), né poteva sembrare fuori luogo al Cavendish e nei laboratori di Copenhagen, che tanta parte ebbero anche per l'assetto attuale della biologia avendone avuto per la fisica. Già, si tratta proprio dell'assetto che Thom critica, ma come escludere allora per partito preso oggi che una nuova crisi delle scienze esatte possa coinvolgere ed essere stimolata da un particolare modo di guardare ai problemi della biologia?

---

132) ibidem 189-190 tr. it.

133) Jordan 1947, 61 e seg. "Fin dal 1922 molti scienziati hanno percepito che nello studio dei processi di emissione e di assorbimento della luce la fisica è andata vicina al problema della vita "L.L. White Archimedes or the Future of Physics London 1928, 95 citato in Forman?