

"Questa non è matematica, è teologia"

P. Gordan

Thom ed il paradigma delle catastrofi.

Guckenheimer ha recentemente scomposto la controversia sulle catastrofi in tre pezzi, esemplificandoli nelle persone e nelle opere di Arnold, Thom e Zeeman. Mentre il primo si è occupato della classificazione delle singolarità delle funzioni "smooth" a valori reali ed il terzo insiste "sopra le catastrofi elementari come modelli per i fenomeni discontinui", "Per Thom la TdC è un modo di vita"⁽³⁰⁾. Questa tripartizione è un indubio elemento di chiarezza nel senso che le distinzioni precedenti hanno un fondamento di realtà, ma esse sono pertinenti alle critiche di Guckenheimer e finalizzate alla sua tesi. Cercando di superare quindi i limiti di questa tesi proporremo al contempo una lettura che tiene conto anche di altri elementi (proprio quelli taciuti da Guckenheimer), ma che soprattutto organizza i piani del discorso in modo diverso. Si potrebbe essere tentati a questo punto di dare ragione a Bacone -egli credeva che la verità scaturisse meglio dall'errore che dalla confusione, - perché gli "errori" di Guckenheimer permettono una discussione più chiara e motivata di tante confusioni precedenti. Per fortuna il passaggio dall'errore alla verità non è mai lineare (chi non ha paura con Thom dei circoli viziosi può pensarlo come una catastrofe)⁽³¹⁾ e richiede anche un po' di "confusione". Intendendo però con "confusione" un modo (fuorviante) di chiamare la pertinenza e la coerenza dei modelli esplicativi ad una propria ottica, ad una propria ideologia e concezione del mondo, ad un proprio progetto generale che in quanto tale ha anche valenze sociali e politiche oltre che conoscitive. E' proprio perché la comunità scientifica, per altri versi così sofisticata e raffinata nell'esoterismo delle sue terminologie, sem-

30) Guckenheimer 1978,15-16

31) Thom 1976a,305

bra nel caso delle controversie di fondo così restia a procurarsi gli strumenti e le categorie linguistiche adatte, che con troppa facilità molte questioni vengono liquidate sotto l'etichetta della "confusione".

Proprio dai testi di Arnold risulta invece che non si dà un unico sistema dinamico per descrivere un fenomeno in evoluzione, ma la particolare scelta dipende dalle caratteristiche del fenomeno che si considerano importanti rispetto alla utilizzazione della descrizione astratta. In particolare è ben noto che se si richiede stabilità rispetto a "piccole variazioni dei parametri, per renderlo empiricamente utilizzabile, risulta difficile fare a meno dell'attrito (anche se è molto scomodo trattarlo). Credo che l'evoluzione della matematica - sia nel caso della storia passata sia per il futuro - possa essere descritta da diversi sistemi dinamici pertinenti ai diversi aspetti che si vogliono evidenziare, ma sono empiricamente utilizzabili e stabili solo quelli che tengono conto dell'agire reale dei ricercatori all'interno della comunità ed all'interno della società generale. Il moto in questo mezzo risulta irrealistico ed incomprensibile se si trascurano gli infiniti attriti legati alle istituzioni scientifiche, alle regole del gioco accademico, alle convenzioni tacite ma invalicabili, alle concezioni del mondo. E si sa che l'attrito, oltre a stabilizzare, frena anche e permette i cambiamenti di direzione.

Il difetto principale di Guckenheimer consiste nel fatto che togliendo il mezzo trascura l'attrito sovrasemplificando la situazione, ed è per tale ragione che il suo modello esplicativo liquida Thom in mezza colonna. Sempre per questo la parte matematica è appiattita sulla teoria delle singolarità delle applicazioni "smooth" e la parte "esterna" sui modelli empirici di Zeeman. Diviso ed indebolito il fronte (avverso) in questo modo il gioco diventa facile, facendo vedere con qualche dettaglio che i modellini di Zeeman sono vuoti o falsi nelle predizioni. Della teoria del

le catastrofi secondo Thom poi non mette conto o non si deve discutere perché "non scientifica", ma filosofica e "poiché è largamente speculativa è difficile discuterla in modo stringente"⁽³²⁾. Non resta quindi come parte sana che un settore matematico ben definito cui hanno contribuito in tanti e che esisteva ben da prima che questa teoria venisse fuori. In questo modo la controversia viene dissolta e si ha davanti a ben vedere un'analisi della TdC come deduzione da assiomi taciti, ma quasi indiscussi, del tipo "la matematica ai matematici" e "*ne sutor ultra crepidam*"⁽³³⁾.

L'analisi di Guckenheimer è conservatrice allora, non perché porta a simpatizzare per l'identificazione della TdC con un particolare settore della matematica⁽³⁴⁾, ma perché vanificando il dibattito impedisce la trasformazione. Tale identificazione non è infatti conservatrice, bensì insostenibile. E' sociologicamente insostenibile perché se fosse vera non si spiegherebbe tutta questa accesa controversia. E' storicamente insostenibile perché l'unico modo filologicamente sensato di sapere cosa sia una teoria consiste nel leggere i testi in cui è stata proposta e secondo Thom la TdC non è confinabile alle classificazioni delle singolarità. In caso contrario/si gioca con le parole o meglio si tratta di un problema un po' differente, l'accoglienza della teoria da parte della comunità scientifica, anche se dal punto di vista degli scienziati attivi tali problemi appaiono di fatto coincidere. Quest'ultimo quindi è del tutto lecito e strettamente collegato al primo, ma (e non per caso) rispetto a questo l'articolo di Guckenheimer non ci aiuta molto. Nonostante che esso sia anche interpretabile come un intervento che suggerisce alla comunità dei matematici di non accogliere come valida la teoria di Thom, l'unica frase esplicita al proposito è

32) Guckenheimer 1978,16

33) Chevalley & Weil 1957,659

34) Guckenheimer 1978,15

La TdC nel senso generale di Thom rischia di più il pericolo di essere irrilevante che sbagliata (35).

A questa affermazione si può affiancare l'altra, di Thom, che "Ciò che limita il vero non è il falso, è l'insignificante"⁽³⁶⁾. Allora è inutile girare intorno alla questione centrale: cosa fa l'irrilevanza o la significanza di una teoria, di un teorema? I matematici in genere paiono estremamente impreparati o restii a rispondere a simili domande. Eppure non si può negare come esse siano essenziali. D'altra parte è evidente che solo in un'ottica non specialistica e generale si può operare i necessari confronti. Se vogliamo chiamarla filosofia dobbiamo aggiungere che questo tipo di "Filosofia" è necessaria ai matematici perché non separabile dalle loro pratiche di ricerca, se vogliono sfuggire in qualche modo all'insignificanza. Ma allora Thom ha il grande merito di metter questo problema sul tappeto e non può essere liquidato come un matematico che ha cambiato mestiere bensì come uno che legittimamente cerca dei criteri di significanza. Se i suoi criteri non vanno bene lo si dica e si spieghi perché, ma purtroppo proprio questo è mancato alla controversia dando invece l'impressione che i silenzi sulle posizioni espresse o le sue deformazioni fossero dei modi di evitare un problema irritante e spinoso. Se questi criteri esistono si rendano espliciti e poi si spieghi se vale la pena di mantenerli, perché il paradigma delle catastrofi ne propone apertamente alcuni che capovolgono la normale scala di valori. Vediamo allora un po' analiticamente quali sono i ribaltamenti più importanti.

A. Weil scriveva:

Noi abbiamo imparato a far risalire tutta la nostra scienza ad una fonte unica, composta solamente di qualche segno e di qualche regola di impiego di questi segni, ridotto senza dubbio inespugnabile dove non potremmo rinchiuderci senza pericolo di carestia, ma sul quale ci sarà sempre possibile ripiegare in caso di incertezza e di pericolo esterno (37).

35) ibidem, 16

36) Thom 1975a, 79

37) Weil 1948, 309.

e J. Dieudonné ancora più sicuro e chiaro:

Persino se la matematica dovesse essere separata a forza da tutti gli altri canali della ricerca umana, ci rimarrebbe cibo per secoli per pensare ai grandi problemi che dobbiamo ancora risolvere all'interno della nostra scienza (38).

Thom è invece scappato da simili cittadelle fortificate perché rischiava di morire di fame; evidentemente ha pensato che valeva la pena di affrontare i pericoli esterni, tanto più che le protezioni si erano fatte sempre più inefficaci. Il paradigma della catastrofi si proietta infatti al di fuori della matematica trovando la sua legittimazione ed i suoi stimoli sui problemi posti dalla biologia e dalla linguistica (39). Il problema della classificazione e della dinamica delle "forme" non è infatti un problema puramente matematico, ma è in rapporto ad esso che si dà significato alle teorie matematiche utili alla sua soluzione. Lo stesso si può dire per la classificazione delle frasi elementari delle lingue naturali.

Non sempre il privilegiare le legittimazioni interne alla matematica assume le forme esasperate ed ideologiche del bourbakismo (A. Weil e J. Dieudonné sono tra i fondatori di questo progetto) perché è usuale naturalmente che esso si manifesti più per indizi che esplicitamente. Si scorrono i nomi e le motivazioni delle medaglie Field e si troverà una conferma (40). Perché se no nella relazione finale del congresso internazionale dei matematici di Helsinki del 1978 sarebbe giunta l'eco della richiesta di dare più spazio alla matematica applicata?

La cosa che "rischia" di rendere rilevante il paradigma delle catastrofi è che questi criteri di significanza sono in crisi, convincono sempre di meno. Tale crisi è visibile addirittura in chi più aveva progettato di

38) Dieudonné 1964, 248

39) Thom 1972; Zeeman 1977a; Thom 1970-1973c-1974a ed altri saggi riportati in Thom 1974b.

40) E. 1978

assolutizzare in criteri generali per *tutta* la matematica le proprie inclinazioni settoriali. Così il bourbakismo che all'inizio misurava la rilevanza di una teoria e di un teorema dalla capacità di far risaltare le strutture (algebriche, topologiche, d'ordine), dalla capacità di collegarle insieme in edifici matematici sempre più complessi, sempre più astratti e generali (N. Bourbaki era un *generale*, che però essendo troppo generale perdeva le sue battaglie), dalla capacità di usare i risultati ottenuti come strumenti per dissodare altri settori,⁽⁴¹⁾ oggi appare sempre di più una visione della matematica che consegna ad un ristretto gruppo di persone - gli organizzatori dei seminari bourbaki - il giudizio su ciò che è buono o cattivo. Il criterio che una volta riguardava i contenuti matematici si è ridotto ad essere solo un criterio sociologico, cioè legittimato dalla corporazione dei matematici, anzi da una particolare sottocorporazione, dotata di quali particolari carismi non si sa bene⁽⁴²⁾. Se fossimo costretti ad adottare il punto di vista di J. Dieudonné, che una volta per far capire cosa intendesse per matematica si mise ad agitare il *Mathematical Review*, dicendo a gran voce "La mathématique c'est ça", non ci resterebbe che ammettere che criteri di rilevanza non ce ne sono più perché questa illustre rivista è la notte dove tutti i teoremi sono neri, cioè veri⁽⁴³⁾.

L'attuale divisione specialistica del lavoro di ricerca, come rappresentata efficacemente dalla sessantina di settori allineati nel *Mathematical Review* o nel *Zentralblatt für Mathematik* si può allora dire proficua? Garantisce certo molta produttività cartacea e la riproduzione allargata

41) Bourbaki 1948; Israel 1975; Fang 1970; Tonietti 1979

42) Dieudonné 1977 ha recentemente introdotto la "densità bourbachista" per misurare i settori che rientrano nel suo criterio di rilevanza.

43) Efficace comportamento scenico tenuto al Colloque International de Luxembourg nel 1976, lo stesso di Thom 1976e.

della comunità dei matematici, ma purtroppo tanta insignificanza.

Non c'è dubbio che i bourbakisti sono stati la minoranza rumorosa che ha influenzato la maggioranza silenziosa, anche se non tutti si sono lasciati incantare, anche se ogni contesto nazionale ha le sue particolarità;⁽⁴⁴⁾ non c'è dubbio che gli ultimi sessant'anni passeranno nella storia come quelli che hanno visto l'algebrizzazione della matematica⁽⁴⁵⁾. Ebbene alle ossa discrete ed agli scheletri dell'algebra formalista il paradigma delle catastrofi preferisce la carne ed i fluidi continui della geometria. E questa proposta non può allora essere ricondotta tranquillamente a qualche settore della matematica presente da prima - le singolarità delle applicazioni C^∞ , i sistemi dinamici, la teoria qualitativa delle equazioni differenziali, l'analisi globale sulle varietà, proprio perché riguarda la rilevanza di questi settori nel contesto generale, il modo "geometrico" e non "algebrico" di considerarli. E' questa ottica, valorizzante l'intuizione geometrica a scapito degli automatismi algebrico-formali, che non permette di considerare al momento la proposta di Thom come un nuovo settore della matematica o la trasformazione senza rotture di qualche vecchio, bensì un paradigma⁽⁴⁶⁾. Intendendo sottolineare con questo termine sia la discontinuità radicale, la soluzione di continuità, sia la capacità di informare e di sottomettere problemi diversi.

44) Tonietti 1979

45) Eilenberg 1969

46) La specializzazione esasperata e la frammentazione in tanti settori è il meccanismo principale che ostacola il consolidarsi in paradigmi antagonisti dei fermenti e delle tensioni presenti nella comunità scientifica. In effetti se lo scontro tra punti di vista differenti rimane interno al mondo dei ricercatori, esso viene facilmente scaricato nella creazione di nuovi settori di ricerca, di nuovi ambiti accademici e di carriera. Il nostro establishment scientifico specialistico promuovendo solo le innovazioni settoriali cancella le ideologie e le ottiche generali, rifiutando la stessa possibilità concettuale del paradigma. Per questo ogni trasformazione radicale è per sua natura necessariamente ideologica, antispecialistica ed aperta verso l'esterno della comunità della ricerca. Il limite principale dell'analisi di Kuhn consiste nell'accorgersi poco di questa opposizione tra paradigma e divisione del lavoro accademico, ma si veda anche Kuhn 1975.

E' proprio questa capacità che è mancata a settori ovviamente di grande importanza, come la teoria qualitativa delle equazioni differenziali, tenuti al margine -tranne in qualche comunità scientifica particolare come la russo-sovietica ed in altre oasi- dal più forte paradigma algebrico-formalista ⁽⁴⁷⁾. Il senso di crisi legato all'indebolirsi degli attuali criteri di rilevanza non si riduce ovviamente al paradigma delle catastrofi, anche se mi pare che sia esemplificato e coagulato al meglio da esso, un altro indizio di una nuova ricerca di legittimazione esterna è costituito ad esempio dai recenti interessi manifestati da M. Atiyah ed S. Novikov per la fisica matematica e la fisica teorica ⁽⁴⁸⁾.

Attraverso l'ottica delle catastrofi si introduce una esigenza di riflessione e rifondazione della attuale frammentazione in discipline. Ma questa operazione non va eseguita sul piano formale elevandosi a livelli sempre più generali che comprendono i sottostanti come casi particolari. Non va eseguita neanche cercando, attraverso acidi o diffusioni ad alta energia, gli atomi ultimi dell'organismo matematico. Tutte indagini che uccidono la vitalità della matematica la quale deve invece ritrovare la sua ragione di esistenza nei problemi particolari. Problemi che il paradigma delle catastrofi individua soprattutto all'esterno come abbiamo già detto.

47) La generazione degli Alexandrov, Andronov, Pontrjagin ha conservato una sua tipica continuità con la matematica dell'ottocento, anche a causa del taglio engelsiano di una ideologia che cerca le giustificazioni nelle applicazioni produttive. L'attuale generazione di matematici tende però ad appiattirsi sugli standard internazionali.

48) Atiyah 1978; Novikov 1978. Cfr. anche le loro lezioni al congresso internazionale dei matematici di Helsinki 1978.

Quindi non il generale formale, ma il generale concreto e pertinente a problemi particolari. In questo schema le opposizioni ontologiche, continuo vs discreto, geometria vs algebra, intuizione vs ragione formale, perdono in parte la loro impronta riduzionistica per diventare dei modelli pertinenti alle particolari caratteristiche da mettere in luce nei fenomeni studiati.

Pertinenza come aderenza ad un fine, fine intriso come sempre di elementi ideologici e soggettivi non eliminabili dall'impresa scientifica. Da questo punto di vista la rivendicazione di Thom della propria ontologia è pienamente legittima e molto più onesta delle pretese antimetafisiche, positivistiche volgari e pragmatiche dalla vista corta di molti suoi critici.

Come in caso contrario capire la sua insistenza nel ricavare "la catastrofe" cioè la discontinuità, la rottura dell'equilibrio, la genesi delle forme ed il loro trasformarsi, il cambiamento del tipo topologico di una varietà, attraverso un modello che "immerge" tutti questi casi in un *continuum*? *Continuum* che viene rivendicato come entità primordiale attraverso l'intuizione che gli esseri viventi hanno dello spazio-tempo che li circonda. *Continuum* che è in grado quindi di generare e rendere ragione anche del suo opposto il discontinuo. Diversamente da ogni idea che pretenda invece di ricostruire ogni fenomeno montando, come in una macchina, un numero finito e discreto di elementi ultimi. Pretesa questa ultima che va giudicata anche per la sua inefficacia in problemi particolari. Così la meteorologia, nonostante le sue reti di satelliti e computer, si trova in uno stato miserevole perché ha di fronte fenomeni che sono globali e non locali per loro natura.

In genere le attuali procedure di ricerca e di conoscenza limitano ed arrestano l'indagine dei fenomeni agli elementi intrinseci, coniugando

un paradigma del tipo: tanto più si capisce scientificamente un fatto quanto più si è in grado di isolarlo, renderlo indipendente e scomporlo. Quello delle catastrofi è invece del tipo: il significato di un fenomeno si ottiene solo considerandolo in rapporto al contesto che lo contiene. Questo insistere sull'ambiente ne fa una specie di ecologia della scienza e della matematica. Ad esempio i numeri reali non vanno smontati, rimontati e ridotti ad un semplice caso particolare di strutture generalissime intrecciando sulla base di un insieme relazioni algebriche topologiche ed assiomi opportuni, bisogna invece fare riferimento alla *retta* reale che definisce l'ambiente senza il quale campo, distanza ed ordine perdono significato.

Così inteso il paradigma delle catastrofi può essere articolato nel ribaltamento operato da Thom nei confronti della didattica basata sulla teoria degli insiemi, sull'algebra formale, sulle strutture astratte. Meglio la geometria euclidea che sviluppa l'intuizione e che offre problemi da risolvere proponibili all'allievo ⁽⁴⁹⁾. L'insegnamento della matematica cosiddetta moderna è dunque un errore perché è la stessa matematica moderna che va criticata fino in fondo. Per questo il duro attacco di Thom alla didattica insiemistica si sostiene di più rispetto agli altri proprio perché è più radicale e coinvolge globalmente tutta la matematica senza limitarsi a criticare l'efficacia di un metodo di insegnamento ⁽⁵⁰⁾.

Sulle due gambe di un articolato ed affascinante programma di ricerca e di una proposta didattica ad esso collegata marcia allora una critica radicale all'impostazione formalistica della matematica. Così corredato il paradigma delle catastrofi riesce ad essere una specie di con

49) Thom 1971 e 1973b

50) Questi sono i limiti di posizioni come quella di Griffiths & Howson 1974.

troaltare del bourbakismo, che è stato l'unico recente programma di ricerca in matematica che ~~fosse~~^{si} arrivato fino a proporre esplicitamente una didattica coerente (per giunta ottenendo, in Francia, una riforma dell'insegnamento plasmata su di esso).

Nonostante che in Thom le proposte didattiche, come in molti altri casi del resto, non riescano a superare i limiti di una matematica elitaria e con funzioni selettive, le sue mi paiono almeno potenzialmente più aperte a recepire le intuizioni e la spontaneità degli alunni (51). A questo proposito risulta interessante l'esperienza didattica fatta in una scuola elementare romana. Si trattava di eseguire delle esperienze di caduta dei gravi. Certo l'insegnante voleva stimolare gli alunni a ritrovare la legge di Galileo, ma avendo scelto di lasciare libera iniziativa alla spontaneità egli ha dovuto per un paio di mesi eseguire esperimenti di caduta nell'aria. In tal modo i bambini hanno scoperto non la costanza dell'accelerazione per tutti i corpi bensì la dipendenza della legge di caduta in un mezzo *continuo* dalla *forma* del corpo, arrivando a classificare dei pezzi di carta secondo la forma relativa (52). Peccato che ai maestri non si insegni la teoria delle catastrofi o che la rigidità dei programmi, insieme ai pregiudizi scientifici, impedisca loro di impararla dagli allievi.

La critica di Thom al formalismo non si limita al paradiso insiemeistico cantoriano in cui Hilbert ci voleva confinare, ma tocca ovviamente anche la questione del rigore. Supponiamo che la correttezza di una proposizione in una teoria formale sia stata verificata dopo 10^{30} operazioni elementari da una macchina di Turing velocissima.

51) Boiti et al. 1979.

52) Esperienza fatta da Paolo Guidoni e raccontata durante una conferenza tenuta nel 1977 all'università di Lecce.

Ora quale matematico accetterebbe senza esitare la validità di una simile dimostrazione, data l'impossibilità di verificare tutti i suoi passaggi?⁽⁵³⁾

Domanda singolarmente profetica, se si pensa che recentemente è stata offerta una soluzione del famoso problema dei quattro colori che fa uso *necessario* ed intensivo di un veloce calcolatore. Ma la reazione dei matematici pare che non sia stata come Thom si aspettava, nel senso che non si è levato molto clamore attorno a questo nuovo modo di dimostrare, certo non molto ortodosso rispetto a quello che normalmente si usa nella ricerca. Alla luce di questo fatto bisogna piuttosto credere che l'idea del rigore normalmente posseduta da un ricercatore medio è sì formalista, ma innestata su una interpretazione pragmatica che assegna la parola finale ai "maggiori specialisti del tempo"⁽⁵⁴⁾ (nel nostro caso i referee dell'*Illinois Journal of Mathematics*).

Per Thom invece "un teorema è innanzitutto l'oggetto di una visione", non etimologicamente la visione di Dio, ma quella di un risultato matematico inteso in senso realistico raggiunto attraverso l'intuizione⁽⁵⁵⁾. Non vogliamo addentrarci nella *vexata questio* dell'"esistenza reale" dei concetti e dei risultati matematici, anche perché questa affermazione si trova mescolata alle posizioni più varie -ad esempio in Dieudonné coabitata senza troppi problemi con lo stesso formalismo, in C. Davis col mate

53) Thom 1971, 696

54) Appel, Haken 1977

55) Thom 1971, 697.

rialismo ⁽⁵⁶⁾ - e quindi mi pare più importante discutere i contesti matematici in cui si inserisce.

Del resto il realismo di Thom non si limita all'ontologia, piuttosto anch'esso lo spinge nella direzione su cui abbiamo più volte insistito, cioè ad occuparsi di settori quali la fisica, la biologia, la linguistica. Si può dunque accettare di incasellare la proposta di Thom nella cosiddetta matematica applicata? Credo di no e questo per diversi motivi. La biologia è infatti un settore diverso tanto dai settori applicati classici come la fisica matematica, quanto da quelli nuovi come l'informatica. Inoltre - e questo è l'aspetto fondamentale - il modello di Thom non è applicativo, bensì *integrativo* tra la matematica ed i tre settori menzionati. Si apre così la possibilità di critica e di proposte innovative radicali rispetto ai punti di vista settoriali comunemente accettati e queste critiche sono coerenti con la sua concezione generale delle scienze e della matematica. Le possiamo solo accennare in questa sede, ma meriterebbero ciascuna un intervento particolare ed analitico.

Mentre la biologia appare orientata, in rapporto alla chimica ed alla fisica, a dare delle ricostruzioni molecolari dei processi vitali, Thom si fissa sulla morfogenesi. Riallacciandosi al "grande visionario" d'Arcy Thompson ed a Waddington si propone anzi un modello efficace "senza fare ricorso a proprietà speciali, a ciò che sta sotto le forme o alla natura delle forze agenti". Gli embriologi riescono infatti a predire cosa capita nei vari stati di sviluppo di un uovo di rana con ben maggiore precisione dei geologi che sono invece incapaci di predire la forma

56) Dieudonné 1970, 145; Davis 1974, 40. Mentre il realismo di Thom è platonico, quello di Dieudonné rappresenta solo la "convenienza" mentale dei matematici. C. Davis invece propone che "l'esistenza matematica è l'usabilità nel ruolo di un nome - di - oggetto - esistente all'interno dei ragionamenti matematici".

delle rocce come risultato dell'erosione atmosferica. Nonostante che nel secondo caso si pretenda di saperne di più sugli agenti.⁽⁵⁷⁾ Per certi processi basta dunque - direbbe un fisico - la cinematica nel senso che la dinamica vi è inclusa e non risulta necessario conoscere separatamente le forze in gioco. La morfogenesi dei fenomeni inanimati farebbe allora bene ad imparare dalla biologia. Si tratta di una concezione della biologia che si lega a quella non riduzionistica di Waddington, la quale si accorge dell'inefficacia e della mancanza di praticità del cercare di analizzare il cuore od una cellula muscolare nei termini di geni o di molecole. Per questo ha senso perseguire la costruzione di una "biologia teorica" autonoma, in quanto né la fisica né la chimica sono in grado di garantire una base teorica sicura⁽⁵⁸⁾. A una biologia materialistica volgare, che considera spiegato un fenomeno vitale solo quando l'ha ridotto a combinazione di molecole e di geni e che quindi ricostruisce gli esseri viventi come macchine, Thom contrappone una concezione delle scienze che, tenendo invece ferma l'integrità degli esseri viventi, vede il mondo come un organismo. E' uno di quegli aspetti che dà al paradigma delle catastrofi un sapore pregalileiano ed antinewtoniano. Aspetto intimamente legato al fatto che nella proposta di Thom la TdC non è predittiva bensì classificatoria.

Si salda in tal modo l'ottica delle grandi classificazioni delle specie con quella delle classificazioni matematiche. Quasi tutti i settori matematici classificano infatti qualcosa - dai gruppi finiti alle algebre, dai nodi alle equazioni differenziali, dai numeri alle applicazioni. La TdC lo fa sciogliendo le singularità (si pensi ai minimi, massimi e flessi)

57) Thom 1968,153-54. Le posizioni di Thom sull'evoluzione richiamano Lamarck e questo naturalmente è una provocazione anche per i biologi più inclini alla simpatia: "il tentativo di fornire una interpretazione lamarkiana per le origini evoluzioniste di organi, proteine e geni ... in fondo non convince" Goodwin 1973,208.

58) Waddington 1968 e nella prefazione a Thom 1972,6-7.

dei germi di funzioni differenziabili particolarmente semplici (al massimo di due variabili) attraverso l'immersione strutturalmente stabilizzante in una varietà differenziabile (superficie liscia) ottenuta aggiungendo al massimo quattro parametri. In tal modo si ottengono le sette catastrofi elementari, classificazione completa a meno di (particolari) omeomorfismi e dell'aggiunzione di una forma quadratica ⁽⁵⁹⁾.

La distinzione con Zeeman va introdotta nel momento in cui questo ultimo pretende di farne un modello predittivo, come se si trattasse di una equazione del moto che prevede il punto nel quale il grave passerà ad un dato tempo e con quale velocità. Si tratta invece di un modello radicalmente antinewtoniano perché non si studia l'evoluzione di un fenomeno fissato il potenziale, ma si classificano le possibili evoluzioni classificando i "conflitti" che le producono. Più precisamente, attraverso l'analisi delle trasformazioni continue dei potenziali (intesi come variabili) e dei relativi minimi, si rappresentano i "conflitti" tra gli oggetti stabili del mondo reale, associando ad ogni oggetto un minimo. Sono infatti le trasformazioni della forma del potenziale (prima sono presenti ad esempio due minimi, poi uno di essi sparisce) che dominano dinamiche e conflittualità diverse ⁽⁶⁰⁾. (Cfr. fig. 1).

Ci si può chiedere, tutti i possibili conflitti sono descrivibili con una delle sette catastrofi (la più usata è la cuspidè)? Si riesce inoltre a predire quando si determinerà un conflitto e come andrà a finire? È la prima domanda che polarizza l'interesse di Thom diversamente dalla seconda alla cui risposta tende particolarmente Zeeman. Thom è infatti un contemplativo mentre Zeeman è un applicativo. Siamo di fronte ad un contrasto tra punti di vista incommensurabili, difficilmente riconducibili

59) testi citati nella nota 18

60) La significativa diversità con Zeeman è illustrata nel modo migliore da Thom che distingue un "modo fisico" da un "modo metafisico" (il suo) di intendere la TdC, Thom 1976b.

l'uno all'altro attraverso passaggi continui od aggiunzioni finite. La comunità dei ricercatori preferisce discutere Zeeman perché risulta falsificabile -e di fatto si trovano controesempi empirici alla sua TdC. Invece Thom viene accusato di non essere falsificabile perché la sua teoria non è empiricamente verificabile, spiegando tutto finisce per non spiegare nulla ⁽⁶¹⁾. Sarebbe meglio dire che non sembra oggi tecnologicamente utilizzabile, perché guarda dalla spiaggia il formarsi ed il distruggersi delle onde nel mare, il rincorrersi delle nubi nel cielo.

Ma questa tendenza ad un modello universale buono a tutti gli usi sul quale plasmare i fenomeni è un difetto che ha solo il paradigma delle catastrofi? In realtà è tipico di ogni paradigma e gli accusatori non si accorgono di coniugarne altri profondamente diversi, ma dalle medesime pretese: con un computer potente, un milione di dollari ed una equipe di ricercatori affiatati (cioè formati al paradigma dalla scuola) si conosce qualsiasi fenomeno. Allora quello di Thom ha il vantaggio di essere poetico ed innocuo, mancando degli aspetti inquietanti che l'altro sicuramente comporta ⁽⁶²⁾.

E' dunque sempre più vero che Thom mescola l'estetica e la filosofia con le scienze, ma in realtà finisce per assomigliare proprio per questo ad altri modelli che difficilmente possono essere considerati oggi non scientifici. Sia infatti la relativa "indifferenza" agli esperimenti, sia infatti la riduzione dei fenomeni alle forme geometriche sono aspetti che ricordano la teoria della relatività generale di Einstein, ma su questo ritorneremo nella parte storica ⁽⁶³⁾.

61) Thom 1977d, 26; Sussmann 1978

62) Pollock 1956; Martin & Norman 1970; Manacorda 1976

63) E' ben noto come le teorie della relatività di Einstein soddisfino più a requisiti di semplicità e simmetria che a discriminanti controlli sperimentali. Bergia 1979; Wechsler 1978.

Criticando i modelli fisici quantitativi classici, Thom privilegia dunque i modelli qualitativi in cui ci si occupa dell'andamento generale del fenomeno, come ad esempio nel passaggio dalla fase liquida a quella gassosa nel caso dell'acqua che bolle. Ma tale scelta non può neanche in questo caso essere una pura scelta di settore (la meccanica statistica e le transizioni di fase) perché si allarga subito ad una critica generale verso il modo di porsi della fisica di fronte ai fenomeni. La critica di Thom alla smania di "calcolabilità" -in genere i ricercatori pensano che ciò che non è calcolabile e riducibile a numero non serve scientificamente - si poggia sull'osservazione che la "stabilità strutturale" è il genere incompatibile con essa:

la fisica attuale ha sacrificato la stabilità strutturale alla calcolabilità, voglio credere che non abbia da pentirsi per questa scelta (64).

Nel caso della linguistica la critica al modello formalista, che pretende di studiare le lingue naturali attraverso strumenti come le macchine di Turing od i sistemi formali, è ancora più netta o chiara. Dopo Saussure per scientificizzarsi e matematizzarsi i linguisti hanno scelto in genere la strada della scomposizione delle frasi in elementi ultimi discreti e finiti (i fonemi) da ricombinare linearmente ed algebricamente nel monoido libero delle collane (strings). La distinzione tra le collane ben formate (che fanno parte del linguaggio) e le altre viene perseguita su base formale, cioè fissando le regole di combinazione permesse. Una frase ben formata si genera allora come un teorema si ottiene dagli assiomi attraverso le regole di derivazione della metamatemica formalista e finitista. Il significato delle parole e delle frasi non gioca dunque alcun ruolo nel processo, anzi si cercherebbe di ricondurlo alla descrizione formale. Così l'essere dotate di significato sarebbe proprietà caratteristica solo delle frasi ben formate ed a differenti strutture corrispondono

64) Thom 1972, 48

significati diversi. Si risolvono in tal modo le ambiguità come quella del famoso esempio chomskiano "They are flying planes"⁽⁶⁵⁾.

Questo tipo di matematizzazione algebrica e formalista delle lingue naturali è largamente fallito, nel senso che esistono dei teoremi di ostruzione ad una matematizzazione completa⁽⁶⁶⁾. Funziona quindi solo in casi particolari ed essendo un programma di ricerca essenzialmente fondato sulla lingua inglese ha dei controesempi notevoli, come le lingue della famiglia del cinese⁽⁶⁷⁾. Se si sostiene ancora è soprattutto perché si appoggia ai sistemi linguistici discreti, finiti ed automatici, cioè formali per definizione, come quelli utilizzati per il software dei computer.

All'opposto Thom propone una descrizione matematica delle lingue naturali di tipo topologico, geometrico e continuista. Attraverso le sette catastrofi elementari si classificano le frasi atomiche caratterizzanti una azione (od uno stato) che si svolge in genere tra un numero di agenti (actants) inferiore a quattro. *Il gatto prende il topo* viene associata allora ad un grafico di cattura (fig. 1), la cui dinamica è descritta dall'evoluzione della curva potenziale che passa da due minimi (gatto e topo) ad uno solo (gatto). Questo "conflitto" tra due minimi del potenziale si ottiene attraverso una opportuna sezione della catastrofe a cuspidi, quella generata dallo scioglimento universale della funzione $V'(x)=x^4/4$. L'ottica geometrizzante, che accompagna sempre Thom, si lega in questo caso alla proposizione del "significato" come punto di partenza ineliminabile per una descrizione efficace delle lingue naturali⁽⁶⁸⁾. Anzi il significato linguistico in questa ottica è messo in stretto rapporto con l'azione reale che descrive. Pertanto il programma linguistico

65) Gross & Lentin 1970; Gross 1972

66) Gross 1972,32; Thom 1974b, 150-51

67) E' soprattutto la schematizzazione in una struttura lineare che non funziona a mio avviso per il cinese. Per la lingua scritta è evidente che la distinzione tra tratti segmentari e sopra-segmentari perde significato, mentre per quella parlata la presenza di almeno quattro toni pertinenti alla comunicazione impone di non trascurare gli elementi soprasegmentari. Inoltre gli ideogrammi cinesi sono particolarmente sensibili al contesto.

68) Thom 1970 e 1973c.

di Thom assume la caratteristica di una classificazione di cose ed azioni reali, caricandosi di somiglianze con i cataloghi tipici del pensiero medievale.

Che questo suo interesse linguistico non sia casuale ed episodico, ma rientri sotto il paradigma delle catastrofi, lo si può capire anche dalla critica fatta da Thom al dogma della separazione tra linguaggio matematico e linguaggio comune. Alla luce di tutto quanto detto fino ad ora, non può più meravigliarci che, partendo dall'osservazione della ineliminabilità di fatto del discorso comune dalle descrizioni scientifiche, si arrivi a rivalutare pienamente la carica intuitiva presente nelle lingue naturali. Si vedono ora come pregi, perché rendono possibile la comunicazione sociale, quegli aspetti che una certa (maggioritaria) tradizione scientifica considera come dei difetti, cioè l'ambiguità, l'analogia, la sensibilità al contesto... Difetti che, come è ben noto, hanno portato e portano tuttora purtroppo certuni a considerare la matematica logicizzata e formalizzata come il modello supremo di razionalità universale ⁶⁹⁾.

Non abbiamo volutamente usato fino ad ora termini filosofici come positivismo, idealismo, neopositivismo logico, esistenzialismo o (peggio) razionalismo, irrazionalismo, perché nonostante che Thom sia *homo philosophicus*, per descrivere le sue posizioni generali è bene partire dalla sua pratica scientifica e culturale. Certe categorie della tradizione accademica sono infatti a mio avviso inadeguate a rendere la complessità dell'intera questione. Per questo preferisco usare il termine *ideologia* che permette di non fare riferimento diretto a classificazioni storiche ormai invecchiate ⁽⁷⁰⁾. Sarebbero adeguate se cadessimo nell'errore di considerare il paradigma delle catastrofi come la somma senza interferenza di una parte matematica e di una parte filosofica, accettando quindi

69) Ad esempio si veda la teoria dell'analogia in Thom 1976b, 250-51

70) Donini & Tonietti 1977; Tonietti?; Cfr. Rossi 1977.

quelle divisioni accademiche che invece finiscono per togliere al paradigma gran parte della sua vitalità singolare e critica nei confronti dell'establishment scientifico.

Questo non toglie che le posizioni di Thom siano dichiaratamente anti positivistiche. Ma proprio se si fa riferimento alla sua pratica di ricerca ci si deve accorgere che non per questo la sua ideologia è classi ficabile come idealistica ⁽⁷¹⁾ o precomtiana ⁽⁷²⁾. Letture queste forte mente riduttive nei confronti della potenzialità del paradigma di rappre sentare la sensibilità alla crisi ed i fermenti di possibile trasforma zione dell'attuale assetto scientifico. Certo sta dalla parte della fi losofia del divenire a partire da Eraclito fino a Nietzsche e concepisce il mondo come un animale piuttosto che come una macchina, similmente ad Aristotele ed alle filosofie classiche cinesi. Certo la famosa legge he geliana della trasformazione della quantità in qualità viene ripresa nel la catastrofe che la modella matematicamente e ad essa si ricorre quan do si vuole derivare la discontinuità dalla continuità. Ma che tutti co loro che sono sensibili alla "qualità" ed ai valori della vita siano ni potini di Hegel o vitalisti è un gioco retorico che comincia col non di stinguere Marx da Hegel (o Marx da Comte) e finisce per dare la potente di irrazionalità a tutti, da Horkheimer all'ultimo Wittgenstein, da Kuhn a Foucault.

Dopo aver distinto l'ideologia di Thom, legata al paradigma delle ca tastrofi ed alle sue pratiche scientifiche e culturali, dalle interpreta zioni riduttive - tanto quelle solo matematiche, quanto quelle solo fi losofiche - non ci rimane che concludere riprendendo una questione solle vata all'inizio. Cosa resta del paradigma delle catastrofi se togliamo l'ideologia di Thom? Quasi nulla, non resta a ben vedere neanche la ma tematica di Thom, bensì qualche teorema o risultato reinterpretato in senso formalista.

71) Pomian 1977; Benincasa 1978.

72) Levy-Leblond 1977, 439

Ma questo dipendere criticamente dall'espressione esplicita di una concezione generale delle scienze e della matematica non è tipico solo di Thom, esistono altri scienziati che rivendicano questa necessità. Tra i matematici l'esempio più interessante dopo di lui è quello di A. Robinson che fa appello apertamente a quella che addirittura chiama la "metafisica". Ed è difficile capire le motivazioni della analisi non-standard se non si tiene presente questa "metafisica". A. Robinson rivendica persino una sua concezione storica, invitando a riprendere in esame le ricostruzioni lineari ed apologetiche del passaggio dagli infinitesimi di Leibniz al rigore del limite secondo Cauchy-Weierstrass⁽⁷³⁾. Sollecitazione salutare e sfida aperta agli storici del progresso che a mia conoscenza ha raccolto solo Lakatos⁽⁷⁴⁾.

Anche il paradigma delle catastrofi esige un simile ripensamento della storia delle matematiche, soprattutto perché in caso contrario non si riuscirebbe a conoscerne la genesi ed a valutarne a pieno la portata. Vedremo che il paradigma delle catastrofi implica di riconsiderare l'immagine dello sviluppo scientifico nel suo complesso.

73) Robinson 1966,4; Robinson 1972.

74) Lakatos 1978.