PREMESSA. -

In [3] Levine ha introdotto un metodo per ottenere raffinamenti di topologie detti estensioni semplici. Tali estensioni sono state studiate anche da Borges (cfr. [1]) e da Reynolds (cfr. [4]) e possono contribuire a risolvere problemi concernenti la determinazione di topologie massimali rispetto a determinate proprietà topologiche.

Ricordiamo che, dati uno spazio topologico (S,τ) *e un sottoinsieme* X *di* S, *si dice estensione semplice di* τ *rispetto ad* X *la topologia su* S $\tau(X) = \{A \cup (A' \cap X) / A, A' \in \tau\}$.

Ovviamente non tutti i raffinamenti di una qualsiasi topologia τ *si possono ottenere come estensioni semplici rispetto ad un opportuno sottoinsieme di* S; *in questo lavoro stabiliamo un criterio per riconoscere se un raffinamento* τ' *di* τ *è un'estensione semplice di* τ *e per individuare un sottoinsieme* X *di* S *(che in generale non è unico come mostra la proposizione 1) tale che sia* $\tau' = \tau(X)$.

Indicheremo con $cl\, X (int\, X)$ *la chiusura (la parte interna) di* X *nello spazio topologico* (S,τ); *con* $cl_{\tau'} X (int_{\tau'} X)$ *la chiusura (la parte interna) di* X *rispetto ad una qualsiasi altra topologia* τ' *su* S. $\tau(x)$ *sarà l'insieme degli intorni aperti del punto* x *di* S *nella topologia* τ. *Se* $X \subseteq S$, CX *sarà il complementare di* X *in* S *mentre se* $X \subseteq Y \subseteq S$, *indicheremo con* $C_Y X$ *o anche con* $Y-X$ *il complementare di* X *in* Y.

Definizione 1. -

Dato uno spazio topologico (S,τ) ed un sottoinsieme $X \subseteq S$, si dice estensione semplice di τ rispetto ad X la topologia

$$\tau(X) = \{A \cup (B \cap X) / A, B \in \tau\}.$$

Ovviamente una base di tale topologia è la famiglia

$$B(X) = \tau \cup (\tau \cap X)$$