

## § 8. UNA REALTA' A PIU' DIMENSIONI.

Resta da discutere se i risultati fondamentali della cosiddetta "teoria KAM" (da Kolmogorov-Arnold-Moser) debbano considerarsi come una risposta conclusiva al problema fisico-matematico della meccanica celeste. Mi pare che la risposta debba essere dialettica: se da una parte questi risultati sono decisivi, e non possono più essere ignorati dai ricercatori in astronomia come dai filosofi della scienza, dall'altra occorre tenere presente l'insorgere di tre ordini di difficoltà: quelle matematiche, quelle fisiche, quelle di metodologia sperimentale.

Le difficoltà matematiche derivano principalmente dall'osservazione, già anticipata al § 4, che una parte delle difficoltà del problema degli  $n$  corpi ( $n \geq 3$ ) deriva dall'elevata dimensionalità dello spazio delle fasi. Ora i teoremi di Kolmogorov-Arnold e di Siegel-Moser si estendono al caso di  $N$  gradi di libertà dimostrando *l'esistenza di tori invarianti di dimensione  $N$*  (nello spazio delle fasi di dimensione  $2N$ ) *su cui il moto è condizionalmente periodico non degenerare*. Ma sulla varietà di livello dell'integrale primo  $I$  noto (per esempio  $I = H$  integrale di Jacobi nel caso del problema dei 3 corpi ristretto spaziale, con  $N = 3$ ) che hanno dimensione  $2N-1$ , un toro di dim.  $N$  non separa lo spazio perchè ha codimensione  $N - 1 > 1$  (per  $N \geq 3$ ). Perciò un'orbita periodica di 1<sup>a</sup> specie nel problema ristretto tridimensionale è "circondata" da tori  $S^1 \times S^1 \times S^1$  invarianti, ma mescolate inestricabilmente a questi vi sono regioni piene di orbite che possono aggirare i tori ed avvicinarsi come allontanarsi indefinitamente dall'orbita periodica di 1<sup>a</sup>











con i metodi di *Cowell* e di *Adams*).

Il conflitto culturale tra "numerici" e "analisti" sembra al centro del dibattito scientifico attuale; poichè tuttavia i dati sperimentali deducibili dalle traiettorie delle sonde spaziali sono utilizzabili solo se filtrati attraverso una considerevole analisi numerica dei dati, e nello stesso tempo è un'illusione pensare che non vi siano limiti all'uso dei metodi tipo differenze finite nella soluzione di equazioni differenziali *per un lungo arco di tempo*, sembra difficile che una verifica delle teorie meccaniche (sia classiche che relativistiche) su problemi delicati come gli asteroidi o i satelliti dei pianeti esterni possa essere ottenuta senza una sintesi dei due tipi di metodologie.

#### *Bibliografia:*

- H. Poincaré, "*Leçons sur les Hypothèses Cosmogoniques*" Hermann 1913  
 G. Darwin, "*La Marea*" Torino 1905  
 A. A. V. V. , "*Il sistema solare nelle esplorazioni spaziali*" ed. Le Scienze , 1976 .  
 R. Greenberg, "*Orbit-Orbit resonances in the solar system: varieties and similarities*" *Vistas in Astronomy* 21 (1977) 209-239.