0. NOTAZIONE

Indichiamo con $\mathbb{N}$ l'insieme dei numeri naturali $\{1,2,\ldots\}$, con $\mathbb{R}$ l'insieme dei numeri reali, con $\bar{\mathbb{R}}$ l'insieme dei numeri reali ampliato, cioé $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R}\cup\{-\infty,+\infty\}$, con Q l'insieme dei numeri razionali e, infine, con $\mathbb{C}$ l'insieme dei numeri complessi.

Per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ oppure $f : \bar{\mathbb{R}} \to \mathbb{R}$, sarà $C(f)$ l'insieme dei punti di continuità di f. Se f è definita in $\bar{\mathbb{R}}$, $-\infty$ appartiene a $C(f)$ se $f(-\infty) = \lim_{x\to-\infty} f(x)$, mentre $+\infty$ appartiene a $C(f)$ se $f(+\infty) = \lim_{x\to+\infty} f(x)$. Se f è monotona, essa ammette al più un'infinità numerabile di punti di discontinuità, che sono salti, e quindi $C(f)$ è denso in $\mathbb{R}$ e in $\bar{\mathbb{R}}$ a seconda del caso. Si indicherà con $f(x+0)$ il limite a destra di f in x e con $f(x-0)$ il limite a sinistra: $f(x+0) = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(x+t)$,

$$f(x-0) = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(x-t).$$

Naturalmente dire che $x\in\mathbb{R}$ appartiene a $C(f)$ equivale a dire $f(x+0) = f(x-0)$. $C_B(A)$ è l'insieme delle funzioni continue e limitate definite in $A(= \bar{\mathbb{R}}$ oppure $= \mathbb{R})$.

Infine data una variabile aleatoria (v.a.)X sullo spazio di probabilità (Ω,F,P) si chiama funzione caratteristica (f.c.) di X la funzione $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ definita da

$$\phi(t) := E[\exp(itX)] = \int_\Omega \exp(itX)d= = \int_{\mathbb{R}} \cos t\, X\, dF(x) + i\int_{\mathbb{R}} \sin t\, x\, dF(x)$$

essendo F la funzione di ripartizione (f.r.) di X. Poiché esiste una corrispondenza biunivoca tra f.c. e f.r., si parlerà indifferentemente di f.c. di X o di F.