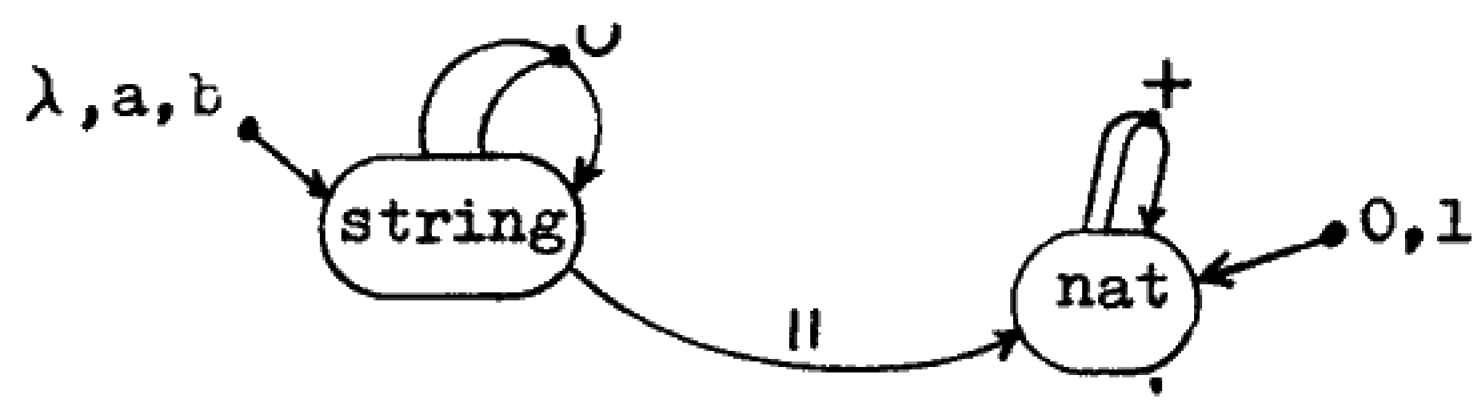
IV

TERMINI ASSEGNAMENTI VALUTAZIONI

Data una segnatura Σ quale



i termini di tale segnatura sono tutte le espressioni co= struibili utilizzando gli operatori della segnatura per denotare elementi di una, Σ-algebra, per esempio:

$a,\ b,\ a \cup b,\ (a \cup b) \cup \lambda, \ldots$

$0,\ |a|,\ |a| + 1, \ldots$

Se oltre agli elementi della segnatura si usano variabili di tante sorte quante sono quelle della segnatura, per esempio

$x, y \ldots$ di tipo nat

$\alpha, \beta \ldots$ di tipo string

abbiamo altre espressioni quali

$\alpha,\ \alpha \cup a,\ (\alpha \cup \beta) \cup b, \ldots$

$x,\ |\alpha \cup a| + x, \ldots$

Una definizione formale della nozione può darsi per induzione.

Richiamiamo che A^n indica l'insieme delle n-uple su A e che A^* è l'insieme di tutte le possibili n-uple con $n \in N$, cioè $A^* = \bigcup_{n \in N} A^n$ $(A^0 = \lambda)$

Definiamo quindi per induzione l'insieme $L(A)$ delle liste su A

$$L_o(A) = A$$

$$L_{i+1}(A) = (L_i(A))^* \cup L_i(A)$$

$$L(A) = \bigcup_{i \in N} L_i(A)$$

per esempio se $a, b \in A$ allora

$$a \,,\, (a,b) \,,\, (\,(a,b),b\,), \quad (\,(a,b,b),\,((a,b),b)\,)$$

sono elementi di $L(A)$ (spesso per abbreviare ometteremo virgole e/o parentesi esterne)

19.- DEFINIZIONE

Sia $\quad V = (V_s \mid s \in \mathcal{S})$

una famiglia $\mathcal{S}$-indicizzata di insiemi di elementi detti variabili.

La famiglia $T_{\Sigma}(V)$ di <u>termini</u> è costituita da insiemi di liste su costanti di Σ e variabili di V :

$$T_{\Sigma}(V) = (\,(T_{\Sigma}(V))_s \mid s \in \mathcal{S}\,)$$

definita come segue per induzione

i) $\quad \Sigma_s \subset (T_{\Sigma}(V))_s \quad$ e $\quad V_s \subset (T_{\Sigma}(V))_s$

ii) $\quad \sigma \in \Sigma_{u,s} \,,\; t \in (T_{\Sigma}(V))_u \Rightarrow (\sigma, t) \in (T_{\Sigma}(V))_s$

Utilizzando tale definizione, il termine informalmente indicato con $|\alpha \cup a| + x$ è completamente tradotto, secondo la condizione ii), nel termine formale

$$(+,(\,(||,(\cup,(\alpha,a))\,),\; x)\,)$$

Per denotare tramite un termine un elemento di una Σ-algebra bisogna dare valore alle variabili e interpretare gli operatori del termine con operazioni dell'algebra.

Poichè i termini sono formalmente definiti per induzione, possiamo definire formalmente per induzione la valutazione di termini.

20.- DEFINIZIONE

Sia A una famiglia $\mathcal{S}$-indicizzata di domini di un'algebra, un <u>assegnamento</u> su A è una famiglia ρ di funzioni

$$\rho = (\rho_s \mid s \in \mathcal{S})$$

tali che $\rho_s : V_s \longrightarrow A_s \quad \forall\, s \in \mathcal{S}$

Indichiamo con Ass(V,A) l'insieme degli assegnamenti di V in A .

Diciamo <u>valutazione</u> di $T_\Sigma(V)$ in $\underline{\underline{A}} \in \Sigma$-alg la famiglia di funzioni

$$[\![\ ]\!]_s : (T_\Sigma(V))_s \times Ass(V,A) \longrightarrow A_s \quad \forall\, s \in \mathcal{S}$$

definita per induzione :

i) $[\![v]\!]_{s\rho} = \rho v \quad \forall\, v \in V_s$

ii) $[\![\sigma]\!]_{s\rho} = \sigma^A \quad \forall\, \sigma \in \Sigma_s$

iii) $[\![\sigma\, t]\!]_{s\rho} = \sigma^A([\![t]\!]_{u\rho}) \quad \forall\, \sigma \in \Sigma_{u,s}$