

IL RUOLO DELLE SOSTITUZIONI NELLE INSEGNAMENTO / APPRENDIMENTO. (**)

PASQUALINA MARGIOTTA (*)

1. - INTRODUZIONE.

La Logica, considerata da Piaget come modello che consente la completa formulazione delle operazioni mentali raggiungibili nei vari livelli di sviluppo, sta incontrando nella Scuola grande interesse: nei **Programmi Didattici per la Scuola Elementare** si parla di Educazione logica intesa come argomento di riflessione e di cura continua da parte dell'insegnante piuttosto che come oggetto di insegnamento esplicito e formalizzato, onde favorire e stimolare lo sviluppo cognitivo del fanciullo e scoprire eventuali carenze o difficoltà; nei **Nuovi Programmi per la Scuola Media del '79** ([39]), si punta l'attenzione sull'opportunità di concorrere alla chiarificazione del linguaggio e del pensiero logico attraverso una riflessione sull'uso dei connettivi, in considerazione del particolare momento evolutivo dell'allievo che gradualmente passa da

(*) I.P.S.I.A., Vl. S. G. Bosco, Galatina, (Lc). - Membro del Nucleo di Ricerca Didattica - Progetto M.U.R.S.T. 40% - " Ricerche di Matematica ed Informatica per la Didattica", operante presso il Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce.

(**) Lavoro eseguito nell'ambito delle attività del Nucleo e presentato in un seminario nel quadro delle attività del Progetto Pluriennale di ricerca: "Collaborazione tra Università e Scuola Secondaria Superiore, Problemi Culturali e didattici nei nuovi programmi di Matematica ed Informatica per la S.S.S.- Aggiornamento, ricerca e sperimentazione" nell' a.a. 1990 / '91.

modelli concettuali intuitivi e naturali a modelli più formali (cfr.[2]). Nella scuola dell'obbligo, però, l'attenzione è più rivolta agli aspetti semantici che non a quelli sintattici.

Nei Programmi del Biennio della Scuola Secondaria Superiore si avverte la spinta nelle direzioni della matematizzazione della realtà e della formalizzazione, direzioni che anziché contrapporsi si intrecciano tra loro con reciproco vantaggio, arricchendo e completando la valenza formativa dell' insegnamento matematico.

L'uso dei linguaggi di programmazione, nei quali la logica dei predicati diventa strumento per descrivere problemi, fa acquisire un risvolto decisamente operativo alla trattazione della Logica.

La pratica del calcolatore rende continuamente necessaria la distinzione tra aspetti linguistici e metalinguistici, tra livello sintattico e livello semantico.

Secondo H. Poincaré, in matematica, occupandoci delle relazioni tra enti ci interessiamo degli aspetti riguardanti le forme delle scritture piuttosto che della natura degli enti stessi, dal momento che è possibile sostituire alcuni enti con altri lasciando inalterate le relazioni.

Da questo punto di vista appare utile la trattazione di aspetti riguardanti la forma delle scritture e le regole che consentono il passaggio da una rappresentazione ad un' altra.

Ciò richiede una corretta manipolazione ed una gestione consapevole di simboli, attività, queste, sulle quali ancora ci si interroga per stabilire se si tratta del frutto di abilità acquisite o di capacità innate.

2. - SOSTITUZIONI : GENERALITÀ.

Le sostituzioni (ss) introdotte in Logica Matematica (cfr.[34]), costituiscono una "soglia" sulla quale inciampano i logici, e pertanto sono argomento di studio approfondito come oggetto matematico.

Le ss, i cui caratteri essenziali sono:

- (CI) Configurazione Iniziale,
- (CD) Codice,
- (CF) Configurazione Finale,

si possono classificare (cfr. [18]) in ss **dirette** (assegnati CI e CD, determinare la CF) e ss **inverse** (assegnate CI e CF, determinare il CD).

La complessità del CD dipende dal numero di enti presenti (univoco, o plurivoco) e dal suo modo di operare sulle configurazioni assegnate.

Il **CD** può essere:

rilevante (se modifica la CI dando luogo ad una CF diversa, per es.

[CI] PASTA, [CD] $P = C$, [CF] CASTA),

irrilevante (se non modifica la CI, per es.

[CI] PASTA, [CD] $B = Z$, [CF] PASTA),

o **ambiguo** (se opera su enti ripetuti o già presenti, per es.

[CI] PASTA, [CD] $A = S$, [CF] PSSTS, PASTS, PSSTA, PSATS).

3. - SOSTITUZIONI E APPRENDIMENTO.

E' noto che tre sono i **requisiti principali per l' apprendimento: motivazione, attenzione, imitazione.** In queste note non ci si vuol soffermare su di essi in quanto molto è stato scritto e detto in sedi più idonee (per es. cfr.[1], [11], [15], [26], [28], [31], [32], [35], [37]); piuttosto, si vuol puntare l'attenzione su altri aspetti, meno noti ma particolarmente significativi ai quali è opportuno dare adeguato risalto.

Ai requisiti su citati occorre aggiungere la **discriminazione uditiva** che spesso incide in maniera determinante sull' apprendimento, in quanto un deficit uditivo può provocare, in relazione all' entità, un ritardato, mancato, o alterato sviluppo del linguaggio.

Un ritardo semplice del linguaggio comporta difficoltà a livello fonologico e fonetico; un ritardo specifico del linguaggio, invece, comporta alterazioni a livello fonetico, fonologico, sintattico, lessicale, semantico .

E' interessante rilevare, senza entrare in questioni tecniche, che dal punto di vista logopedico (cfr.[12]) la **sostituzione** intesa come **produzione di un suono linguistico diverso da quello richiesto** (per esempio cane → tane) rientra (assieme con l'omissione e la distorsione) tra i **disturbi fono-articolatori** ed è un **processo fisiologico e patologico:**

- **fisiologico**, legato allo sviluppo e all'evoluzione del linguaggio che avviene nei primi 4-5 anni di vita del bambino (**dislalie evolutive:** per es. **sole** diventa **tole**);

- **patologico**, il cui campo di applicazione è estremamente vasto e complesso, basti pensare alla **dislalia** (disturbo fono-articolatorio che permane dopo i 5 anni, in cui si ha la sostituzione di fonemi, per es. l al posto di r), alla **dislessia** (in cui si sostituiscono i grafemi), alla balbuzie, ecc...

Questo mostra come i concetti logici di sostituzione intervengano nella diagnosi precoce di difficoltà e carenze.

Nell'insegnamento / apprendimento, le ss rivestono un importante ruolo al quale occorre dare adeguato risalto in quanto esse intervengono, spesso

inconsapevolmente, nell'interazione concreto - astratto, nel passaggio da una rappresentazione ad un'altra, e si rivelano essere un "termometro" sensibile alla determinazione di carenze cognitive.

A questo proposito è necessario chiarire cosa intendere, in queste note, per soggetti con difficoltà di apprendimento in contesti d'insegnamento / apprendimento: concordando con il pensiero di S.Soresi (cfr. [9],[35],[36]), intendiamo riferirci a **soggetti con doti intellettive normali, ma con difficoltà nell' apprendimento della matematica** (non a soggetti demotivati), cioè **con difficoltà in settori specifici; soggetti, quindi, con abilità normali in tutti gli ambiti tranne che in alcuni aspetti, per es. nel settore logico-matematico, e che richiedono interventi educativi mirati e centrati sul tipo specifico di difficoltà.**

Per difficoltà logico-matematiche intendiamo:

- difetti di logica in relazione alle sintesi spaziali;
- difficoltà nella progettazione dell' azione per la soluzione di un problema;
- difficoltà nella perseveranza di procedure (attività che facilita il mantenimento dell'apprendimento, anche se ostacola la generalizzazione);
- difficoltà di calcolo.

Alcuni materiali didattici incentrati sulle sostituzioni, tendenti ad indagare sulle capacità/abilità di effettuare ss, somministrati a ragazzi di scuola media (per i dettagli si rimanda a [22]) hanno fornito interessanti indicazioni e stimoli evidenziando che alcune difficoltà nell'apprendimento possono essere determinate dall' insufficiente comprensione dei meccanismi di sostituzione che consentono il passaggio da una rappresentazione ad un'altra.

A queste difficoltà si possono aggiungere problemi percettivi, espressivi e di comunicazione, che incidono in modo rilevante sull'apprendimento, generalmente determinati da:

- disturbi nella percezione di relazioni spaziali;
- disturbi motori e percettivi;
- difficoltà linguistiche;
- difficoltà di memoria (a breve o a brevissimo tempo);
- difficoltà a livello di pensiero rappresentativo.
- esperienze inadeguate d'insegnamento,

Dall'analisi dei materiali testati sono emerse, infatti, fondamentalmente:

- difficoltà linguistiche (insufficiente comprensione di semplici testi);
- non adeguata comprensione /acquisizione del concetto di sequenza di simboli o parole;
- difficoltà nel riconoscere elementi variabili ed elementi costanti (aspetto fondamentale per avviare un discorso di tipo informatico);
- difficoltà nell'effettuare sostituzioni simultanee, da cui la necessità di svolgere attività con le sequenze, effettuando sostituzioni nelle stesse, giungendo alla sostituzione simultanea di più elementi;
- difficoltà nel seguire istruzioni;
- difficoltà nella comprensione della distinzione tra scambi e sostituzioni;
- problemi di lateralizzazione.

I materiali testati hanno offerto una significativa correlazione tra l'incapacità di effettuare correttamente sostituzioni e difficoltà nell' apprendimento sul piano generale, nonché nella percezione visiva, nell' orientamento spaziale o temporale, nella lateralizzazione in generale, e nelle capacità espressive.

Da ciò, la necessità di indagare fin dai primi giorni di scuola in tale direzione, per individuare carenze e/o difficoltà di questo tipo ([38]), intervenire adeguatamente, stimolare e favorire lo sviluppo delle capacità logiche dell' allievo (cfr.[11],[15], [16],[28],[29],[30],[31]).

4. - SOSTITUZIONI E INTERDISCIPLINARIETÀ.

Le ss non trovano un'esplicita collocazione nei Programmi della scuola dell'obbligo, compaiono solo in quelli per la Scuola Secondaria Superiore, eppure i ragazzi le incontrano e le manipolano più spesso di quanto non si possa immaginare, sia in ambiti non scolastici (es. sostituzione di una lampadina, di una foto in un album, ecc.), che in molteplici attività didattiche delle varie discipline in tutto l'arco scolastico.

In molti casi, il concetto di sostituzione è già presente nei ragazzi, anche se non ben definito: l'insegnante può e deve valorizzarlo richiamandolo all'attenzione quando interviene, in situazioni anche non matematiche. Per questo è interessante mettere in luce, nello svolgimento delle varie materie, la presenza delle sostituzioni.

La gestione corretta e consapevole delle ss può facilitare la comprensione e l'acquisizione dei contenuti in una **visione interdisciplinare intesa come fatto intrinseco di ogni conoscenza.**

Applicazioni delle ss s' incontrano, infatti, in vari campi (per i dettagli si rimanda a [23]) e rivestono una grande importanza didattica e scientifica:

- in Geografia: il larghissimo e disinvolto uso di notazioni convenzionali (codici) per sostituire elementi della realtà (per es.[7],[8],[14]) richiede una gestione rigorosa delle ss per la corretta lettura e interpretazione di una carta geografica, di una piantina, ecc.; scale numeriche e grafiche, coordinate geografiche, strumenti statistici quali istogrammi, areogrammi, ideogrammi, diagrammi cartesiani, sono rappresentazioni grafiche che diventano significative e leggibili solo quando si associa loro un codice di lettura (la legenda): sostituendo anche un solo elemento di essa si può modificare radicalmente la situazione.
- in Storia: rappresentazioni visive, mediante diverse colorazioni di regioni, dell'intensità di determinati fenomeni (per es. la densità di popolazione) o di situazioni (per es. l'estensione dell' Impero Romano) (per es.

[3],[13]); drappi di uno o più colori (bandiere) associati secondo ben precisi disegni dalla configurazione geometrica talvolta piuttosto complessa, richiedono una corretta interpretazione dei codici di lettura;

- in Lingua: i linguaggi verbali e non verbali presentano una casistica molto vasta di applicazioni di sostituzioni, per es. l'elisione, l'apocope, ecc. (cfr. [10],[24],[25]).

- in Educazione Musicale: le ss intervengono nella valutazione della correttezza di una battuta in un tempo prefissato: ad una misura si sostituisce un gruppetto di note di valore complessivo equivalente, per es. ad una minima si sostituiscono due semiminime, oppure due crome ed una semiminima; inoltre, le attività con le ss favoriscono: - la simbolizzazione di suoni e rumori con l'invenzione di forme spontanee di notazione; - la registrazione grafica, mediante segni convenzionali, della durata e delle caratteristiche di un evento sonoro; - l'adozione di sistemi "facili" per la lettura e l'interpretazione.

Anche l'operazione di "trasporto di tonalità" è un problema da affrontare con ss.

- in Matematica, tra le innumerevoli applicazioni, ricordiamo:

-- le ss (una inversa ed una diretta) necessarie per individuare frazioni equivalenti ad una frazione assegnata;

-- le trasformazioni geometriche;

-- le ss di costanti (valori numerici, espressioni letterali o numeriche) alle variabili che intervengono nelle formule esprimenti relazioni tra enti geometrici e algebrici.

-- le ss intervengono nella trasformazione di un'equazione del tipo

$$(*) \quad (2x^2 - x - 4)^2 = (x^2 - x - 1)^2$$

in modo da poterla risolvere applicando la legge di annullamento del prodotto: assumendo la (*) come configurazione iniziale (CI) e applicando il codice

$$(CD) \quad \begin{cases} A = 2x^2 - x - 4 \\ B = x^2 - x - 1 \end{cases}$$

si ottiene la configurazione finale :

$$(CF) \quad A^2 = B^2 \quad ,$$

da cui :

$$(3x^2 - 2x - 5) * (x^2 - 3) = 0$$

e quindi :

$$(x + 1) * (x - 5/3) * (x + \sqrt{3}) * (x - \sqrt{3}) .$$

-- Inoltre, le ss intervengono profondamente nello studio delle relazioni nella determinazione dei domini semantici, nel passaggio dalla rappresentazione insiemistica della relazione a quella sagittale; sono essenziali per la formulazione di alcune leggi fondamentali della Logica Matematica, quali la caratterizzazione assiomatica dell'uguaglianza tra le relazioni di equivalenza:

$$\text{per ogni } x, y \quad (x = y \rightarrow (A(x,x) \rightarrow A(x,y)))$$

(Principio di Indiscernibilità degli Identici).

--In campo algebrico, le ss conservano le operazioni di (+) e di (*) rivelando la propria natura di omomorfismo, per es.

$$(CI) \quad x + 2 * x * y \quad ,$$

$$(CD) \quad x = 4, \quad y = 3 \quad ,$$

$$(CF) \quad 4 + 2 * 4 * 3 \quad .$$

-- Esse intervengono, inoltre, in: equazioni, sistemi, disequazioni algebriche, espressioni letterali; metodo di sostituzione, ...

E' importante sottolineare come il problema della soddisfacibilità porti con sè la sostituzione con costanti.

Manipolando opportunamente le sostituzioni e familiarizzando gradualmente con variabili e costanti, è possibile acquisire consapevolezza nella determinazione dei domini semantici, usare in modo adeguato e preciso alcuni strumenti tecnico-matematici, superare alcune difficoltà operative e introdurre concetti importanti, quali, ad esempio, quello di funzione e della sua rappresentazione grafica, in modo molto naturale (per i dettagli si rimanda a [21]), anche senza richiedere particolari prerequisiti matematici.

5. - CONCLUSIONI.

L'attenzione alle sostituzioni come "oggetto matematico" non è finalizzata ad uno sterile arricchimento delle materie curriculari, ma vuol recuperare il ruolo che le ss hanno di significativo ed efficace "organizzatore intrinseco" delle varie discipline.

Nell' insegnamento / apprendimento le ss intervengono nell'evoluzione del linguaggio e ricoprono un significativo ruolo didattico contribuendo a migliorare sia la comprensione dei metodi e dei ragionamenti (matematici e non) che l'acquisizione dei contenuti, favorendo e stimolando lo sviluppo cognitivo dell'alunno.

Pertanto, è consigliabile rendere partecipi delle problematiche tutti gli insegnanti curriculari per individuare comuni strategie didattiche mirate ad aiutare i ragazzi nel processo di astrazione, nella concettualizzazione e nella matematizzazione della realtà.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D.P. AUSUBEL, Educazione e processi cognitivi. Guida psicologica per gli insegnanti., Edizione ital. a cura di D.Costamagna, Franco Angeli Editore, Milano, 1983.
- [2] F. Arzarello, La logica nella scuola media, Atti del Convegno 'Matematica e sue applicazioni nell'insegnamento della scuola secondaria (11-19 anni)', L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, Vol.12 N.2- Febr.1989.
- [3] C. CARTIGLIA, Uomini Fatti Storia.1°, Loescher ,Torino 1989.
- [4] F. CATINO - M. MICCOLI, Le sostituzioni e i colori , Giochi nella scuola d'infanzia, preprint.
- [5] V. CHECCUCI - G. PRODI, Proposte didattiche per la Matematica, La Scuola, Brescia 1983.
- [6] A. CHIRENTI - C. MARCHINI, Le sostituzioni con l'ausilio del calcolatore, Informatica, Telematica e Scuola, 2, n.4, Luglio 1988, pp.14 - 22.
- [7] G. CORBELLINI, Il Marcopolo : Italia ,Marietti Scuola, Casale Monferrato, 1990.
- [8] G. CORBELLINI, Il Marcopolo : Strumenti, Marietti Scuola, Casale Monferrato, 1990.
- [9] C. CORNOLDI - S. SORESI, La diagnosi psicologica nelle difficoltà di apprendimento, ERIP Editrice, Pordenone, 1980.

- [10] A. DIATTO - R. MORTARA, Come parli, come scrivi, Schede per l'accertamento della competenza linguistica all'inizio della prima media, G.B. Petrini, Torino, 1979.
- [11] G. DI STEFANO, Lo sviluppo cognitivo, Giunti Barbera, Firenze, 1973.
- [12] F. Fanzago, Trattamento logopedico delle dislalie e delle insufficienze velo-faringee, Quaderno di Acta Phoniatica Latina n.2, Padova, 1983.
- [13] G. FERRARI - A. MARINELLI - G. MONTI, Pagine del Tempo, 1°, Istituto Geografico De Agostini, Novara, 1986.
- [14] G. FORTE - M. TANARA UBERTAZZI, Geografia, 1°, Istituto Geografico De Agostini, Novara, 1989.
- [15] J. LANGER, Teorie dello sviluppo mentale, Giunti Barbera, Firenze, 1973.
- [16] R. MAGER, Gli obiettivi didattici, Lisciani e Zampetti, Teramo, 1977.
- [17] C. MARCHINI, Le Sostituzioni e la didattica della Matematica, Bollettino U.M.I.(7) 4-A , 1990 , pp. 145 - 153.
- [18] C. MARCHINI, Le sostituzioni e le relazioni, L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, 13 - n.7, Luglio 1990, pp. 732 - 744.
- [19] C. MARCHINI, Attività del Gruppo di Lecce nella Didattica della Logica per le scuole primarie, Atti del XII Incontro di Logica Matematica, Roma 6 - 9 Aprile 1988, (1989), pp.255 - 260.

- [20] C. MARCHINI, Modelli e Logica, Atti del Convegno su Matematica e sue Applicazioni nell' Insegnamento della Scuola Secondaria (11-19 anni), Marina d'Aurisina, 27-29 Ottobre 1988, L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, 12 - n.2 , Febr. 1989, pp. 187 - 192.
- [21] P. MARGIOTTA, Sostituzioni e Cubiche in prima media: una proposta didattica, L' Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, 13 - n.4, Aprile 1990, pp.427 - 438.
- [22] P. MARGIOTTA, Un' esperienza con le sostituzioni nella Scuola Media, La Matematica e la Sua Didattica, Anno V, n.2, Aprile - Giugno 1991, pp. 32 - 36.
- [23] P. MARGIOTTA, Le sostituzioni in un' ottica interdisciplinare, L'Educazione Matematica, Anno XII-, Serie III, Vol. 2, n.1 - Aprile 1991, pp. 23 - 44.
- [24] F. MARIUCCI MARINI, Il Primo Libro :40 schede di verifica, G. D'Anna, Firenze,1988.
- [25] F. MARIUCCI MARINI, Il Primo Libro.L'Educazione Linguistica, G. D'Anna, Firenze, 1988.
- [26] A. MEDNICK SARNOFF, Psicologia dell' apprendimento, trad. e present. di P. Tampieri, Martello, Milano, 1971.
- [27] E. MENDELSON, Introduzione alla Logica Matematica, Boringhieri, Torino, 1972.
- [28] P. OLERON, Le attività intellettive, Giunti Barbera, Firenze, 1973.
- [29] M. PELLEREY, Progettazione Didattica, S.E.I., Torino, 1984.

- [30] J. PIAGET, I meccanismi percettivi, Giunti Barbera, Firenze, 1975.
- [31] C. PONTECORVO - M. PONTECORVO, Psicologia dell' Educazione. Conoscere a scuola, Il Mulino, Bologna, 1986.
- [32] PROCESSI di apprendimento e applicazioni psicologiche, Scritti di: Adelman, Barp, Calegari,... A cura di C.Cornoldi, Franco Angeli Editore, Milano, 1983.
- [33] G. PRODI, Processi cognitivi e apprendimento della Matematica nella Scuola Elementare, La Scuola, Brescia , 1984.
- [34] H. RASIOWA - R. SIKORSKI, Mathematics of metamathematics, PWN, Warszawa, 1963.
- [35] S. SORESI, Guida all' osservazione in classe, Giunti Barbera, Firenze, 1983.
- [36] S. SORESI - G. TAMPIERI - L. DOMENIS, Griglia per l'esplorazione delle abilità di base, ERIP Editrice, Pordenone, 1985.
- [37] E. TOLMAN, L' uomo psicologico. Saggi sulla motivazione e l'Apprendimento, Ed. ital. a cura di C. Cornoldi ed E.Sanavio, Milano, 1976.
- [38] A. VARI, Nuovi esercizi di prelettura e prescrittura, La Scuola, Brescia,1979.
- [39] C. VENTURI, Programmi e Programmazione: Scuola Media Anni 80, Zanichelli, Bologna, 1982.
- [40] P. VIGHI - M. MICHELOTTI VENE' - P. AVANZINI FERRABINI, La statistica e i mass media, La Matematica e la sua Didattica, Anno II, n.2, Maggio - Agosto 1988, pp 33- 40.