Convegno Nazionale Matematica senza Frontiere Lecce, 5-8 marzo 2003

Modelli matematici per le applicazioni del GPS nel campo della climatologia

Francesco Vespe¹, Gabriella Zammillo²

¹Agenzia Spaziale Italiana - Centro di Geodesia Spaziale "G.Colombo"- Matera ² Dipartimento di Matematica "E. De Giorgi"- Univesità di Lecce vespe@asi.it, gabriella.zammillo@unile.it

Sommario

Il sistema GPS è stato realizzato dal Dipartimento della Difesa Americano per applicazioni nel campo della navigazione satellitare. Tuttavia, in questi ultimi anni, gli sviluppi tecnologici e soprattutto la messa a punto di modelli matematici sempre più raffinati hanno permesso di estendere l'utilizzo della tecnologia GPS nelle Osservazioni della Terra. Di particolare importanza, dal punto di vista della modellizzazione matematica, è la sua applicazione nel campo della climatologia e meteorologia. Infatti l'uso della tecnica della radio occultazione, applicato al sistema GPS, ha fornito uno strumento aggiuntivo da dedicare all'indagine sulle variazioni climatiche. Il presente lavoro pertanto sará, nella prima parte, dedicato ad illustrare i principi ed i modelli matematici sul quale si fonda il sistema GPS. Nella seconda parte invece verranno descritti i modelli matematici che servono per estrarre informazioni di tipo climatologico con l'uso della tecnica di radio occultazione.

1 Introduzione

Il sistema GPS (Global Positioning System), sistema di posizionamento globale, conosciuto anche come NAVSTAR (Navigation System with Time and Ranging) messo a punto dal Dipartimento della Difesa degli USA nel 1973 per scopi militari, ma progettato in maniera tale che potesse essere usato dai civili anche se con precisione minore, è un sistema satellitare basato su una costellazione di 24 satelliti (21 attivi e 3 di riserva) che orbitano attorno alla terra ad una quota di circa 20.200 Km, capace di fornire 24 ore su 24 la posizione planimetrica ed altimetrica di un qualunque punto della superficie del pianeta, sia immobile che mobile.

I 24 satelliti, distribuiti su 6 diversi piani orbitali, sono inclinati di 55^0 rispetto all'equatore. I 4 satelliti di ciascun gruppo sono posizionati in maniera uniforme sul piano orbitale, ma tale posizione varia a seconda delle esigenze del centro di controllo terrestre.



Figura 1: Costellazione di 24 satelliti.

Il grande interesse scientifico suscitato dal sistema di navigazione satellitare e l'intenso sviluppo algoritmico conseguente, hanno reso possibile diffondere le applicazioni pratiche anche nel settore non militare: dal controllo della navigazione aerea e marittima nelle aree trafficate alla determinazione della posizione di mezzi navali e terrestri impiegati nelle estrazioni petrolifere; dall'utilizzo nelle automobili come indicatore continuo della posizione su di una mappa rappresentata su un monitor ad utile strumento di posizione, sia statico che dinamico, nelle misure geodetiche, geofisiche ad altrettanto mezzo d'indagine nel campo della climatologia. Il sistema è diviso in tre segmenti:

- 1. Segmento Spaziale: formato da una costellazione di 24 satelliti;
- 2. Segmento dell'Utilizzatore: costituito da una serie di ricevitori;
- 3. Segmento di Controllo: costituito da una rete di monitoraggio e di mezzi per il controllo dei satelliti.

Il sistema di controllo terrestre ha la funzione di seguire il moto orbitale dei satelliti ed il funzionamento dei loro orologi e quindi di aggiornare continuamente i dati conservati nelle memorie di bordo. In secondo luogo, compito del sistema di controllo terrestre è quello di intervenire modificando la posizione dei satelliti quando si allontanano troppo dalla posizione assegnata oppure disattivarli o sostituirli in caso di cattivo funzionamento. Tale sistema è composto da una serie di stazioni dislocate in maniera piú o meno uniforme attorno al globo.



Figura 2: segmenti di controllo



Figura 3: Stazioni

Centro operativo del sistema è la Master Station Control nel Colorado Sprigs. Tutte le altre stazioni svolgono la funzione di stazioni monitor, cioè misurano con continuità la distanza dai satelliti e stimano altri dati utili a garantire il corretto funzionamento degli apparati di bordo. I dati rilevati sono raccolti ed inviati alla Master Station Control che provvede a calcolare i dati orbitali di tutti i satelliti, le correzioni degli orologi collocati a bordo ed altri dati destinati a fare parte del messaggio che verrà inoltrato ai singoli satelliti dalle Stazioni di Aggiornamento (Monitor Station).

I dati vengono immagazzinati ogni otto ore su una frequenza di servizio e poiché il corretto utilizzo del sistema richiede grande precisione nella determinazione del tempo, la Master Station Control è dotata di una serie di orologi atomici che hanno la funzione di conservare il tempo del sistema al quale vengono riferiti tutti gli altri orologi, sia a terra che a bordo dei satelliti.

2 Principio di funzionamento

La costellazione dei 24 satelliti è stata progettata in maniera tale da consentire la presenza di almeno 4 di essi sopra l'orizzonte di una qualsiasi località terrestre e con una elevazione superiore a 5^0 .

Dal punto di vista analitico il ricevitore ricava dal messaggio di navigazione (codice D), la posizione istantanea dei satelliti rispetto ad un sistema di assi cartesiani con l'origine nel centro della terra, gli assi X e Y orientati nel piano equatoriale (precisamente X nella direzione del meridiano di Greenwich, Y in direzione 90^{0} est) e Z coincidente con l'asse polare.



Indicando con X_S, Y_S, Z_S le coordinate del satellite e con X, Y, Z le coordinate generiche di un osservatore O di quota Q si ottiene:

$$(X - X_S)^2 + (Y - Y_S)^2 + (Z - Z_S)^2 = R_V^2$$
(1)

che rappresenta l'equazione della sfera di posizione, cioè della sfera che ha per centro il satellite considerato dove:

$$R_V = R + c \cdot e_R \tag{2}$$

 con

R = distanza misurata; c = velocità della luce; e_R = errore sugli orologi. La risoluzione del sistema di quattro equazioni consente di determinare le coordinate X,Y,Z del ricevitore e l'errore dell'orologio. Note le coordinate X,Y,Z è possibile ricavare $\varphi \in \lambda$.

3 Misura delle distanze

Per calcolare le distanze fra il punto di cui si vuole determinare la posizione ed i satelliti che vengono presi in considerazione, il sistema GPS misura il tempo che le onde radio emesse da ciascun satellite impiegano per raggiungere il punto in questione.

Measuring distance from a satellite



Figura 4: Misura delle distanze

Ciascun satellite trasmette continuamente dei segnali codificati. I ricevitori terrestri, mediante un proprio orologio interno, misurano la differenza tra l'istante di ricezione e l'istante di trasmissione del segnale; tale differenza moltiplicata per la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche (300.000 Km al secondo) consente di ricavare la distanza fra il satellite ed il ricevitore. Quindi:

$$v \cdot \Delta t = R. \tag{3}$$

Ovviamente la misura dell'intervallo di tempo deve essere precisa. Basti pensare che, se il satellite che viene preso in considerazione si trova sulla verticale del punto (cioè alla sua minima distanza da esso), il segnale emesso dal satellite impiega solo 0,06 secondi per raggiungere il ricevitore.

4 Il segnale trasmesso

I satelliti trasmettono i segnali su due bande di frequenza diverse (dette frequenze portanti) entrambe multiple di una frequenza fondamentale ($f_0 =$

10.23MHz). Esse sono denominate L_1 ed L_2 .

$$\begin{array}{rcl} L_1 &=& 10, 23 \times 154 = 1575, 42 M Hz & (\lambda = 19 cm) \\ L_2 &=& 10, 23 \times 120 = 1227, 60 M hz & (\lambda = 24 cm) \end{array}$$

dove

 λ = la lunghezza d'onda; c = velocità della luce; f = frequenza.

I segnali che vengono trasmessi sulla frequenza L_1 sono modulati secondo tre codici:

- il codice C/A (codice di libero accesso);
- il codice P (codice protetto);
- il codice D (messaggio di navigazione).

I segnali trasmessi invece sulla frequenza L_2 sono modulati solo sul codice P e D.

Tali codici consistono in sequenze di cifre binarie (bit 0 e 1) generate apparentemente a caso, in realtà le sequenze sono ripetute ad intervalli di 1 msec per il codice C/A e di 7 giorni per il codice P. Per questo motivo i codici C/A e P sono detti di tipo PSEUDO RANDOM.

Se col codice C/A si possono raggiungere precisioni assolute di posizionamento dell'ordine di 15m (100m degradando artificialmente il segnale ricorrendo alla SELECTIVE AVAILABILITY), il codice P consente una precisione assoluta molto maggiore dell'ordine di 1m e diventa inaccessibile quando si ricorre all'ANTI-SPOOFING, cioè quando lo si cripta introducendo il codice Y.

Il codice C/A generato dal satellite arriva all'utilizzatore con un ritardo

$$\Delta t = \frac{R}{c} \tag{4}$$

dove R è la distanza tra il satellite e il ricevitore.

Il ricevitore, a sua volta, genera di codice C/A analogo a quello in dotazione dei satelliti.

Entrambi i codici dovrebbero essere sincronizzati con il GPS Time, ma tale sincronismo non risulta perfetto per via degli orologi interni al ricevitore pertanto ai due segnali viene applicata la tecnica dell'autocorrelazione.

Il segnale risultante dalla correlazione assume valore massimo quando i due segnali risultano sincronizzati, valore nullo o molto piccolo quando risultano sfasati.

La tensione in uscita dal correlatore comanda il dispositivo che genera il ritardo stesso in modo da ottenere automaticamente il valore massimo del segnale.

Dopo la fase di aggancio individuato dal valore massimo del segnale, qualsiasi variazione di distanza prodotta dal moto relativo fra satellite e ricevitore, produce uno sfasamento nei codici in ingresso al correlatore. In questo modo la misura del ritardo, e quindi della distanza, è continua.

Nelle figure è evidenziato il ritardo di propagazione del segnale e la successiva sincronizzazione.







Figura 6: Sincronizzazione

I ricevitori a standard geodetico sono in grado di effettuare anche la misura di fase della portante.

L'equazione della misura di fase è data da :

$$\lambda \Phi_r^s(t_r) = \rho_r^s(t_r) + c\left(\delta t^s - \delta t_r\right) - \delta \rho_{ion} + \delta \rho_{trop} + \delta \rho_{rel} - \lambda N\left(t_0\right)$$
(5)

dove

λ	=	la lunghezza d'onda portante;
$\rho_{r}^{s}\left(t_{r}\right)$	=	la distanza geometrica tra satellite e ricevitore;;
δt^s	=	l'errore di sincronismo dell'orologio del satllite;
δt_r	=	l'errore di sincronismo dell'orologio del ricevitore;
δho_{ion}	=	l'errore dovuto alla ionosfera;
δho_{trop}	=	l'errore dovuto alla troposfera;
δho_{rel}	=	l'errore dovuto agli effetti relativistici;
$N\left(t_0\right)$	=	l'ambiguità di fase iniziale.

Su entrambe le frequenze vengono trasmessi messaggi di navigazione che contengono informazioni su:

- le effemeridi, cioè la posizione esatta per un dato istante e i parametri relativi all'orbita del satellite;
- istante di trasmissione del messaggio;
- le correzioni dell'orologio di bordo;
- informazioni sullo stato del satellite;
- la correzione per i ritardi causati dalla rifrazione ionosferica e troposferica.

Queste informazioni vengono elaborate dalle stazioni di controllo e trasmesse al satellite ad intervalli di circa 1 ora. I parametri contenuti nelle effemeridi restano validi per circa 4 ore.

Poiché il segnale proveniente dal satellite per giungere al ricevitore deve attraversare la ionosfera (costituita da particelle cariche) e la troposfera (composta da strati più o meno densi e carichi di vapori), la velocità di propagazione dei radio segnali viene alterata.

Gli errori causati dalla troposfera sono simili a quelli causati dalla ionosfera anche se più difficili da determinare e quindi da correggere.

386



Figura 7: Errori

più schematicamente:



Figura 8: Errori

Altre tipologie d'errore da non trascurare nelle misure GPS sono:

- errori dipendenti dai satelliti (orologio e posizione);
- errori dipendenti dal ricevitore e dalle antenne;
- errori introdotti dal sistema di controllo terrestre;
- errori indotti dalle condizioni ambientali (multipath).



Figura 9: Multipath

Mentre tutte le altre tipologie di errore possono essere ridotte con le tecniche differenziali del DGPS (Differenzial GPS), quelli dovuti al rumore prodotto dal ricevitore o per multipath, (come in figura, cioè per sdoppiamento del segnale quando questo giunge all'antenna non direttamente dal satellite, ma riflesso da una o più superfici a terra) non possono essere eliminati con la stessa tecnica.

5 Tecnica del differenziale

Un ricevitore posto in una stazione di riferimento di cui sono note le coordinate geografiche e l'altezza, confronta in continuazione la sua posizione con quella calcolata. Dal confronto delle due posizioni si possono determinare gli errori che si ritiene siano comuni a tutti i ricevitori situati entro una determinata area attorno alla stazione. Tali correzioni vengono poi trasmesse con modalità diverse a seconda della stazione DGPS. Perché poi possano essere utilizzate, un ricevitore GPS deve essere dotato di un'opportuno optional e di un ricevitore supplementare funzionante nella banda di trasmissione della stazione di riferimento.

In questo modo gli errori dovuti direttamente ai satelliti vengono completamente annullati, mentre quelli causati dalla propagazione ionosferica e troposferica si riducono all'aumenntare della distanza dalla stazione di riferimento.

6 Tecnica della Radio Occultazione

La Radio Occultazione (RO) è una tecnica che permette di utilizzare la costellazione GPS per scopi ben diversi da quelli per cui il sistema stesso è nato: cioè il posizionamento a terra e la navigazione. Il metodo della RO, concepito alla fine degli anni 60, è stato adoperato per sondare le atmosfere

planetarie. Le missioni interplanetarie hanno infatti usato in modo massiccio questa particolare tecnica per ricavare i profili verticali di numerosi parametri atmosferici come la temperatura, la pressione e gli elementi chimici. Solo nel 1988 Yunck et al.[10] hanno pensato di adoperare la RO per l'atmosfera terrestre.

Il segnale GPS è una comune onda elettromagnetica e la sua propagazione attraverso l'atmosfera terrestre obbedisce alle equazioni di Maxwell. Secondo queste, ogni mezzo di propagazione è caratterizzato da un indice di rifrazione dispersivo complesso (i.e. dipendente dalla frequenza) ed avente distribuzione spaziale e temporale.

Nel caso del segnale GPS e degli studi di RO, si è soliti assumere che l'indice di rifrazione sia monocromatico e reale (i.e. indipendente dalla frequenza e con assorbimento nullo). La lunghezza d'onda dei segnali GPS, inoltre, è piccola rispetto alle dimensioni lineari caratteristiche del problema e per questo, in prima approssimazione, si possono utilizzare per lo studio della RO i metodi dell'ottica geometrica.

La tecnica di RO terrestre è basata sulla geometria di fig.10, in cui vi è un satellite GPS trasmettitore (T) ed un satellite ricevitore (R) in orbita circolare bassa, comunemente detto LEO (Low Earth Orbit), la cui altezza può variare tra 400 km e 1500 km.

I due satelliti sono posti rispetto alla Terra in modo tale che il segnale radio attraversi sia gli strati dell'atmosfera ionizzata (ionosfera) che gli strati dell'atmosfera neutra (stratosfera e troposfera). Tale tecnica, indicata in letteratura anche col nome "Limb Sounding", si definisce in questo modo proprio perché tale configurazione geometrica si realizza quando il satellite GPS, visto dal LEO, sta per essere eclissato dal disco terrestre.

In assenza d'atmosfera, un segnale trasmesso dal punto T e ricevuto nel punto R dovrebbe propagarsi lungo la traiettoria in linea retta, indicata in figura dal vettore unitario \hat{e} .

Dato che l'atmosfera è ricca di gas neutri e ionizzati, l'onda elettromagnetica è incurvata dalla rifrattività differenziale della stessa (rispetto alla distanza dalla superficie terrestre) e tale incurvamento produce una modifica in fase ed ampiezza del segnale. A causa di ciò, il segnale dal GPS al LEO si propagherà lungo una traiettoria diversa da quella geometrica, le cui linee tangenti al trasmettitore ed al ricevitore hanno, rispettivamente, la direzione dei versori \hat{e}_t ed \hat{e}_r . In queste condizioni, il segnale sarà ricevuto dal LEO anche quando è "occultato" geometricamente dal disco Terrestre.



Figura 10: La geometria d'occultazione del segnale nell'atmosfera

La conseguenza di questo incurvamento della traiettoria nell'atmosfera sarà uno shift Doppler aggiuntivo, misurato dal ricevitore, rispetto a quello atteso. Tale shift addizionale è chiamato "perturbazione atmosferica" della frequenza (Fjeldbo et al.[3]) e viene espresso in funzione dei precedenti tre versori \hat{e}, \hat{e}_t ed \hat{e}_r , della velocità del trasmettitore \vec{v}_t e di quella del ricevitore \vec{v}_r secondo le equazioni:

$$\Delta f = \frac{f}{c} \left[(\vec{v_t} \cdot \hat{e_t} - \vec{v_r} \cdot \hat{e_r}) - (\vec{v_t} \cdot \hat{e} - \vec{v_r} \cdot \hat{e}) \right], \tag{6}$$
$$\Delta f = \frac{f}{c} \left[\vec{v_t} \cdot (\hat{e_t} - \hat{e}) - \vec{v_r} \cdot (\hat{e_r} - \hat{e}) \right];$$

Assumendo che l'atmosfera abbia simmetria sferica, la perturbazione della frequenza Δf può essere messa in relazione con l'angolo d'intersezione tra le due linee tangenti alla traiettoria del segnale (Teunissen P.S.G., Kleusberg A. [8]). Questo angolo non è altro che la misura della deflessione totale subita dal segnale a causa dell'attraversamento dell'atmosfera.

Ora tenendo conto della legge di Snell sulla rifrattività per un mezzo a simmetria sferica, risulta:

$$a = n(r) r sin\varphi(r) = n(r_0) r_0 sin\varphi(r_0).$$
(7)

Poiché le mutue posizioni geometriche del trasmettitore e del ricevitore cambiano continuamente, discendendo o risalendo all'interno dell'atmosfera, si ottiene tutta una serie di misure dell'eccesso Doppler, corrispondenti ai diversi strati dell'atmosfera.



I principali vantaggi di tali misure, come già accennato, consistono nel fatto che possono essere effettuate in qualsiasi condizione meteorologica e non hanno bisogno di calibrazione in quanto gli orologi vengono periodicamente sincronizzati dalla MSC mentre il ricevitore calcola le differenze singole tra due epoche permettendo di eliminare, dalle misure di fase, il termine di ambiguità ed ogni tipo di *bias*. Il secondo passaggio consiste nel trasformare l'eccesso Doppler in deflessione geometrica della radiazione:

$$\begin{cases} \Delta f = \frac{f}{c} \left[\left(\vec{v_t} \cdot \hat{e_t} - \vec{v_r} \cdot \hat{e_r} \right) - \left(\vec{v_t} \cdot \hat{e} - \vec{v_r} \cdot \hat{e} \right) \right] \\ R_t sin\left(\alpha + \beta \right) = R_t sin\left(\epsilon + \delta \right) \end{cases}$$
(8)

dove:

 $\begin{array}{l} \alpha = \mbox{ angolo compreso fra i versori } \hat{e_t} \mbox{ ed } \hat{e} \\ \beta = \mbox{ angolo compreso fra i versori ed } \hat{e_t} \mbox{ ed } \hat{R}_t \\ \delta = \mbox{ angolo compreso fra i versori ed } \hat{e_r} \mbox{ ed } \hat{e} \\ \epsilon = \mbox{ angolo compreso fra i versori ed } \hat{e_r} \mbox{ ed } \hat{R}_{Leo} \\ \mbox{ con } \gamma = \alpha + \delta \mbox{ che rappresenta la deflessione } \Phi. \end{array}$

Il terzo è quello di esprimere la deflessione in funzione della rifrattività :

$$\gamma(a) = 2a \int \frac{1}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} \frac{d\ln(n)}{dr} dr \tag{9}$$

Il passo successivo è invece quello di operare una inversione di tipo integrale applicando una trasformata di Abel per isolare nella relazione (9) il valore della rifrattività in funzione di "a'':

$$\ln(n(a)) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\gamma(x)}{x^2 - a^2} dx \tag{10}$$

Questo passaggio è cruciale poiché si è fatta l'ipotesi che la rifrattività sia solo funzione della distanza radiale dalla terra e della simmetria sferica dell'atmosfera. Queste condizioni sono più che ragionevoli nella stratosfera e nell'alta e media troposfera; rischiano di essere però poco precise per la bassa troposfera. Per questo motivo si sta cercando di fare l'assimilazione nei modelli meteorologici e climatologici dell'atmosfera direttamente degli angoli di rifrazione senza attraversare le "forche caudine" della trasformazione di Abel.

Successivo passo è quello di trasformare il profilo di rifrattività trovato in quello di temperatura e pressione. A questo punto sono necessarie due equazioni:

$$N = a_1 \frac{P}{T} + a_2 \frac{P_w}{T^2} \tag{11}$$

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{gm_d}{a_1 R} N + \frac{a_2 gm_d}{a_1 R} \frac{P_w}{T^2} + \frac{g(m_d - m_w)}{R} \frac{P_w}{T}$$
(12)

Nella (11) è espressa la nota equazione di Smith e Weintraub che lega la rifrattività alla temperatura, pressione totale e pressione dovuta al contenuto di vapor d'acqua presente nell'atmosfera. Nella (12) invece abbiamo l'equazione dell'equilibrio idrostatico espresso sempre in funzione dei 3 parametri. A ben vedere sono in ballo due equazioni in tre incognite, ma per la stratosfera e l'alta troposfera possiamo considerare il contenuto di vapor d'acqua, e di conseguenza, la relativa pressione Pw trascurabile.

In questo modo possiamo estrarre i profili di temperatura.

Per quanto riguarda invece i profili della bassa troposfera il problema è risolvibile se prendiamo, dai modelli atmosferici ECMWF o NCEP i valori di pressione e temperatura che ci permettono così di chiudere il sistema di equazioni.

Alternativamente possiamo inserire come terza equazione quella del ritardo troposferico zenitale stimato dal GPS di terra :

$$ZTD = 10^{-6} \int_{ground-GPS}^{\infty} \left(a_1 \frac{P(h)}{T(h)} + a_2 \frac{P_w(h)}{T(h)^2} \right) dh$$
(13)

Ultimamente, in un lavoro di Vespe et al. [9] è stato proposto un nuovo metodo che permette di determinare anche il profilo di vapor d'acqua senza la necessità di inserire dati esterni alla RO.

Il metodo consiste nel "fittare" i dati di rifrattività stimati per la parte superiore dell'atmosfera (con T < 250K) con un modello di aria secca (Hopfield) e ricavare il contributo della rifrattività della parte umida negli strati più interni per differenza, fra la rifrattività osservata e quella estrapolata con il modello dovuta alla sola componente secca.

Per estrarre i profili, i passaggi sono complessi ed articolati.

Nella figura 11 si illustra un tipico profilo di temperatura estratto con la tecnica della radio occultazione, in figura 12 invece, si presenta un confronto dei profili di pressione di vapor d'acqua ricavati con metodi e tecniche di misura diverse.

Fino ad ora abbiamo solo descritto i principi sui quali si basa la RO e la catena algoritmica che porta alla stima dei profili di temperatura e pressione. Tuttavia la cosa è più complessa di quanto appaia poiché nella equazione (6) sono implicite alcune complicazioni che rendono particolarmente delicato il trattamento di questo tipo di dati.

La prima complicazione consiste nel fatto che la misura di fase della portante è afflitta drammaticamente dagli errori degli orologi: in particolar modo quello del ricevitore.

In secondo luogo, la corretta misura dell'eccesso doppler dipende dalla bontà di come è determinata la posizione sia dei satelliti GPS, sia del ricevitore come indicato dai versori nella formula (6). Per ovviare a queste difficoltà occorre poggiarsi su di una rete di stazioni globali (20 possono essere più che sufficienti) da usare come sponda per abbattere gli errori sulle misure della fase e sulla determinazione dell'orbita.



Figura 11: Profilo estratto con la radio occultazione(missione Gps-Met del 1995)



Figura 12: Profili di pressione di vapor d'acqua ottenuti con la RO, attraverso la missione CHAMP (linea verde e simbolo GFZ, dai palloni sonda (linea rossa e simbolo RAOB), quelli estratti dai modelli (linea blu e simbolo ECMWF) ed il metodo proposto da Vespe et al.. (linea Magenta, simbolo BPV.

Riferimenti bibliografici

- http://www.nauticoatiglio.lu.it/navmoderna/navmod.htm Bertolini M. - Appunti di Navigazione Moderna - (1998)
- [2] Bevis M.,et al: GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor Using the Global Positionig System - Journal of Geophisical Research, Vol. 97, No.D14, pp.15.787-15.801 (1992)
- [3] Fjeldbo G., A.J. Kliore, V.R. Eshleman: The neutral atmosphere of Venus as studied with the mariner V radio occultation experiments -Astron.J., 76, 123-140, (1971)
- [4] www.ictp.trieste.it/ĩadionet/2000_school/lectures/carlo/GPS/index.htm Fonda C. - Global Positioning System - (2000)
- [5] Kursinski E.R. et al.: Observing tropospheric water vapor by radio occultation using the global positionig system - Geophys.Res.Lett., 22, 2365 - 2368, (1995)
- [6] Kursinski E.R. et al.:- Observing Earth's atmosphere with radio occultation measurements using the Globa Positioning System - Journal of Geophisical Research, Vol.102, No. D19, Pagg. 23429 - 23465, (1997)

- [7] Melbourne W.G. et al.: The application of spaceborne GPS to atmospheric limb sounding and global change monitoring- JPL Publ.,94-18, Californian Institute of Technology, Pasadena, (1994)
- [8] Teunissen P.J.G.; Kleusberg A.: GPS for geodesy (cap 15) Springer-Verlag (1997).
- [9] Vespe F., C. Benedetto, R. Pacione: Water vapor retrieval by GNSS Radio Occultation Technique with no external information - (2002) http://www.cosmic.ucar.edu
- [10] Yunck T.P., G.F. Lindal, C.H. Liu: The role of GPS in precise Earth observation - Proc. IEEE Position Location and Navigation Symposium, (Plans 88), (1988)
- [11] http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps_ftoc.html