2.3 Societé Mathématique de France e American Mathematical Society

J.L. Lions, F. Murat
"ENNIO DE GIORGI (1928–1996)",
Gazette des Mathématiciens, n.71, janvier 1997, 30 – 34.

Ennio De Giorgi est mort à Pise le 25 octobre 1996.

Né en 1928 à Lecce, ville du sud de l' Italie avec laquelle il conservera toujours de profondes attaches, il obtient la "laurea" (la maîtrise italienne) à Rome en 1950. Dès 1951, il y commence son travail de recherche à l' Institut pour les Applications du Calcul, dirigé par Mauro Picone, dont il devient l' un des assistants.

Difficile d' imaginer maître et élève plus différents. Le maître d' une grande rigueur vestimentaire, d' un classicisme parfait, l' élève d' une imprévisible fantaisie, toujours équipé d' un très étrange béret. Mais Picone, observateur averti des évolutions de la science sait reconnaître les talents: De Giorgi est classé "catégorie exceptionelle". L' assistant est libéré de toute contrainte et travaille à sa guise, à son rytme, paresseux et lent semble–t–il, en fait d' une redoutable efficacité.

Ce sont les problèmes du calcul des variations qui attirent d' abord son attention, à commencer par le problème des surfaces minima où il s' illustre dès 1954. Il a déjà des idées très originales en théorie de la mesure géométrique lorsqu'il écoute, à Rome, une conférence de Renato Caccioppoli. Malgré la très grande notoriété de Caccioppoli, De Giorgi n'hésite pas à intervenir à la fin de la conférence et à proposer des solutions alternatives. Selon Eduardo Vesentini, alors jeune chercheur comme De Giorgi, Caccioppoli reconnaît tout de suite le caractère exceptionnel de cette intervention.

"Exceptionnel" est le mot qui revient chez tous ceux qui ont eu l' occasion de rencontrer De Giorgi. Jugeons en par ses travaux.

Théorie des surfaces minima et théorie géométrique de la mesure.

Dès le début de son activité de recherche, De Giorgi s' intéresse aux problèmes de la théorie géométrique de la mesure. Il donne une définition rigoureuse du périmètre d' un ensemble borélien et applique cette notion à l' étude des surfaces minima en démontrant en particulier la version n–dimensionelle du théorème classique de Bernstein: si $n \leq 8$, les seuls graphes minimaux complets de $\mathbb{R}^n$ sont les hyperplans. En 1969, il prouve dans un article en collaboration avec E. Bombieri et E. Giusti que ce résultat est faux si $n \geq 9$.

Il retourne aux applications de la théorie géométrique de la mesure au calcul des variations dans les années 80: il introduit l'espace SBV des fonctions à variation bornée "spéciales", i.e. celles dont les dérivées au sens des distributions sont des mesures qui ne comportent qu'une partie absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et une mesure de dimension $(n-1)$ concentrée sur les sauts de la fonction. Il utilise cet espace pour étudier des problèmes du calcul des variations "à discontinuité libre" (en ce sens que l'ensemble de discontinuité de la fonction n'est pas fixé a priori), comme les problèmes de segmentation d' images. En 1989 il démontre en collaboration avec M. Carriero et A. Leaci l' existence d' une fonction qui minimise dans SBV la fonctionnelle de Mumford et Shah.

Plus récemment, il élabore une théorie générale du mouvement d' une surface selon sa courbure moyenne, et propose toute une série de conjectures dans ce domaine. Il formule aussi un problème de Plateau général dans un espace métrique de dimension finie ou infinie.

Régularité des solutions des équations elliptiques.

En 1956 De Giorgi prouve que toute solution d' une équation elliptique scalaire du 2ème ordre sous forme divergence à coefficients bornés est Hölderienne. Ce théorème, connu sous le nom de "Théorème de De Giorgi", est le maillon décisif qui permet de résoudre le 19ème problème de Hilbert, c'est–à–dire de montrer que la fonction qui minimise une fonctionnelle intégrale convexe du calcul des variations est analytique si la fonctionnelle est analytique. Ce résultat et sa démonstration ont eu une influence considérable sur l' étude de la régularité des solutions des équations elliptiques.

En 1968 De Giorgi montre par un contre–exemple que ce résultat de régularité ne peut s' étendre aux systèmes.

Théorie générale des équations aux dérivées partielles.

En 1955, De Giorgi donne le premier exemple de non unicité pour le problème de Cauchy pour des équations aux dérivées partielles linéaires de type hyperbolique à coefficients réguliers. En 1971, il démontre, en collaboration avec L. Cattabriga, l' existence de solutions analytiques dans tout le plan pour des équations linéaires à coefficients constants avec un second membre analytique. En 1979, il prouve, en collaboration avec F. Colombini et S. Spagnolo, que le problème de Cauchy est bien posé dans les espaces de Gevrey pour des équations hyperboliques dont les coefficients ne sont pas réguliers par rapport au temps.

Γ–convergence.

En 1973, dans un article en collaboration avec S. Spagnolo, puis en 1975, dans un article en italien intitulé "Sur la convergence de suites d' intégrales du type des surfaces", De Giorgi introduit une nouvelle notion de convergence de fonctionnelles, la Γ–convergence, qui va se révéler un outil extrêmement puissant et fécond pour étudier des suites de problèmes du calcul des variations. Plusieurs centaines de publications ont déjà utilisé cette notion dont l'intérèt est encore loin d'être épuisé.

Logique et fondements des mathématiques.

Outre ses travaux en analyse, De Giorgi s'intéresse à partir du milieu des années 80 à la logique et aux fondements des mathématiques, et élabore une théorie "auto–descriptive" qui tente de concilier les principes hiérarchiques essentiels de la théorie classique des ensembles et les capacités d'autoréférence des langages naturels.

La qualité exceptionnelle des idées et des travaux mathématiques de De Giorgi a été reconnue par de nombreux prix et distinctions tant italiens qu' internationaux: il reçoit le Prix National du Président de la République Italienne en 1973, le doctorat Honoris Causa des Universités de Paris en 1983, le prix Wolf en 1990 .... Il est membre de l' Accademia Nazionale dei Lincei, de l' Académie Pontificale des Sciences, de l' Accademia dei XL, de l' Académie des Sciences de Turin, de l' Institut Lombard des Sciences et des Lettres, de l' Académie Ligure .... Plus récemment il est nommé membre étranger de l' Académie des Sciences de Paris et de l' Académie Nationale des Sciences des USA.

Après un an passé comme professeur à Messine, De Giorgi est nomme en 1959 professeur à l' École Normale Supérieure de Pise. Pendant près de quarante ans, il y vit, y enseigne et y anime l'école mathématique qu' il crée autour de lui. D' humeur toujours égale, très facile d'accès, adorant les longues discussions avec ses élèves au cours desquelles il lance des idées originales et propose des conjectures, s' interrompant parfois pour lire le journal avant de reprendre la discussion et de proposer de nouvelles conjectures ou d' esquisser des pistes de démonstrations, il attire autour de lui de nombreux élèves, jeunes et moins jeunes, de l' École Normale mais aussi de toute l' Italie et même de l' étranger. Célèbre dans le monde entier, son école a profondément influencé les mathématiques.

Ennio De Giorgi était un mathématicien d' une créativité exceptionelle. Esprit original, profondément croyant et bon, il aimait faire partager ses réflexions sur les relations entre les Mathématiques et la Sagesse (au sens du livre de la Bible qu' il citait souvent). Défenseur passionné des Droits de l' Homme, il intervenait notamment à Amnesty International. Son souvenir restera vivant, à cause non seulement de ses oeuvres mathématiques, mais aussi de ses exceptionnelles qualités humaines qui ont marqué tous ceux qui ont eu la chance de le connaître.

N.d.R.
Questo articolo è stato pubblicato anche sulla rivista

*“**Matapli**”, **n.49, janvier 1997, 15–17**,*
e la sua traduzione in inglese è apparsa su
*“**Notices of the AMS**”, **october 1997, 1095–1096**, seguita dalla “Interview with Ennio De Giorgi” (M. Emmer) 1097–1101.*