

# Indice analitico

- algebra di Lie, 71
  - $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{R})$ , 78
  - $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{R})$ , 80
  - $\mathfrak{so}(n, \mathbb{R})$ , 81
  - di  $\mathbb{R}_+^n(\cdot)$ , 78
  - di  $\mathbb{R}^n(+)$ , 77
- anti-isometria, 156
- applicazione
  - armonica, 392
  - armonica stabile, 415
  - conforme, 149
  - coordinata, 6
  - di connessione, 457
  - di Gauss, 237
  - differenziabile, 14
  - duale, 57
  - esponenziale, 86
    - di matrici, 84
    - riemanniana, 216
  - olomorfa, 398
  - prodotto, 398
  - totalmente geodetica, 392
- atlante differenziabile, 6
- bottiglia di Klein, 51, 155
- bundle-metric, 386
- campi di vettori
  - geodetici, 176
- campi vettoriali
  - di lunghezza costante, 309
  - di Hopf, 328
  - di Killing, 328
  - di volume minimo, 328
  - olomorfi, 428
- campo di vettori, 28
  - analitico, 427
  - conformemente di Killing, 424, 425
  - di Hopf, 101, 315, 322
  - di Killing, 301
  - di Killing su  $\mathbb{R}^n$ , 311
  - di Killing su  $\mathbb{S}^n$ , 312
  - gradiente, 313
  - lungo  $f$ , 222
  - olomorfo, 428
  - parallelo, 167, 170, 270
  - verticale, 453
- campo variazionale, 372, 402
- circonferenza, 9, 64, 370
- codifferenziale, 449
- coefficienti di Christoffel, 161
- connessione
  - di Levi-Civita
    - dello spazio iperbolico, 177
    - di sottovarietà riemanniane, 186
  - normale, 192
  - di Levi-Civita, 175
  - euclidea, 160
  - lineare, 160
  - normale, 199
  - sul fibrato  $f^{-1}TM'$ , 384
- cono metrico, 118
- contrazione
  - degli indici, 52
  - di Ricci, 470
- coordinate
  - armoniche, 446
  - geografiche, 101
  - isoterme, 346
  - locali, 6
  - normali, 229
- costanti di struttura, 76
- curva
  - differenziabile, 41

- geodetica, 171, 375
  - minimale, 371
- integrale, 42
- orizzontale, 453
- trasversa, 372
- verticale, 453
- curvatura
  - geodetica, 351
  - sezionale costante, 257, 264
  - di Ricci, 277
  - di una curva, 236
  - gaussiana, 237
  - geodetica, 180, 193
  - media, 192
  - normale, 193
  - scalare, 278
  - scalare di Webster, 338, 366
  - sezionale, 255, 257, 261
- decomposizione del tensore di curvatura, 470
- densità di energia, 390
- derivata
  - covariante lungo curve, 165
  - covariante seconda, 244
  - di Lie di un tensore, 202
  - direzionale, 23
  - covariante, 160
  - di Bortolotti, 260
  - di Lie, 60
- diametro di una varietà riemanniana, 282
- diffeomorfismo, 8
  - che conserva l'orientazione, 431
- differenziale, 35–37, 39
  - esterno, 59, 60, 449
- distanza
  - nel piano iperbolico, 133
  - riemanniana, 131
  - sulla sfera canonica, 133
- distribuzione, 196
  - orizzontale, 103
  - verticale, 103
  - integrabile, 197
  - minimale, 198
- orizzontale, 198, 457
- totalmente geodetica, 198
- verticale, 198, 457
- disuguaglianza isoperimetrica, 258
- divergenza, 441, 449
- elemento di volume riemanniano, 437
- energia, 373
  - di un campo di vettori, 411
  - di un'applicazione, 389
  - di una curva, 370
- equazione
  - di Einstein, 285
  - del flusso di Ricci, 293
  - di curvatura di Gauss, 247, 260
  - di Gauss, 189
  - di Killing, 302
  - di Weingarten, 191
- equazioni
  - di Eulero-Lagrange, 394
  - di Maurer-Cartan, 77
  - di struttura di Cartan, 183
- esempi di applicazioni armoniche, 395
- fibrato
  - normale, 188
  - sferico unitario  $T_1M^2$ , 463
  - sferico unitario tangente, 461
  - tangente, 31, 97
  - tangente olomorfo, 428
  - vettoriale, 32, 160
  - vettoriale  $f^{-1}TM'$ , 381
- fibrazione di Hopf, 315, 397
- flusso geodetico, 459, 462
- fogliazione, 197
- forma
  - armonica, 451
  - differenziale, 52
- forme locali
  - di curvatura, 184
  - di torsione, 183
- forme quadratiche di curvatura, 471
- formula di Cartan, 61
- formula di Koszul, 175
- geodetica

- localmente minimale, 228
- minimale, 215
- geodetiche
  - del piano iperbolico  $\mathbb{R}_+^2$ , 210
  - dell'iperboloide  $H^n$ , 209
  - della sfera canonica, 205
  - dello spazio iperbolico  $\mathbb{R}_+^n$ , 212, 214
  - dello spazio proiettivo, 208
  - di una superficie torica, 207
  - di una superficie di rotazione, 206
  - radiali, 220, 225
- geometrie 3D di Thurston, 336
- gradiente, 444
- gruppi di Lie, 63
  - 3D non-unimodulari, 91
  - 3D unimodulari, 88
- gruppo
  - $E(1, 1)$ , 90
  - $\mathbb{S}^3$ , 70
  - $E(2)$ , 89
  - di Lorentz, 146
  - euclideo, 143
  - ortogonale, 97
  - di Heisenberg  $Nil^3$ , 89
  - lineare, 64
  - lineare speciale, 65
  - locale a un parametro, 43
  - ortogonale, 65
  - ortogonale speciale, 66
  - simplettico quaternionico, 69
  - simplettico reale, 68
  - strutturale riducibile, 32
  - unitario, 67
- gruppo di Lie
  - nilpotente, 75
  - riemanniano, 136
  - risolubile, 75
  - semplice, 75
  - unimodulare, 87
- hessiano, 379, 445
- imbedding, 44
- immersione, 44
  - isometrica, 99
- instabilità di applicazioni armoniche, 419
- integrale di una  $n$ -forma, 434
- intorno
  - normale, 220
  - totalmente normale, 228
- invariante di Milnor, 93
- inversione
  - rispetto a una circonferenza, 107
  - rispetto a una sfera, 107
- isometria infinitesimale, 301
- isometrie, 135
  - del disco iperbolico, 153
  - del piano iperbolico, 151
  - della sfera canonica, 144
  - dello spazio euclideo, 141
  - dello spazio iperbolico, 145
- laplaciano, 445
- lemma di Gauss, 224
- lunghezza di una curva, 129
- matrice jacobiana, 37
- metrica
  - $g$ -naturale, 466
  - bi-invariante su  $SO(n)$ , 140
  - di Cheeger-Gromoll, 466, 468
  - di Kaluza-Klein, 466, 468
  - hermitiana, 114
  - iperbolica invariante a sinistra, 140
  - armonica, 396
  - conforme, 391
  - di Sasaki, 468
  - di Sasaki, 460
  - lorenziana canonica su  $\mathbb{S}^{2n+1}$ , 101
  - omotetica, 391
  - riemanniana, 95
    - invariante a sinistra, 136
    - invariante a sinistra su  $Nil^3$ , 138
  - iperbolica, 105
  - prodotto, 102
- metriche
  - conformi, 181
  - omotetiche, 452
  - conformi, 346, 347, 452
  - di Berger, 288, 319

- omotetiche, 271, 279
- misura canonica, 437
- modelli di Poincaré, 105
- modello di Klein, 112
- n-superficie regolare, 13, 49
- norma di Hilbert-Schmidt, 388
- olonomia, 180
- operatore
  - di Jacobi, 379, 415, 416, 418
  - di Laplace-Beltrami, 445
  - di Weingarten, 191
  - hessiano, 163
- orientazione, 431
- palla geodetica, 220, 227
- parametrizzazione regolare, 5
- parentesi di Lie, 30, 71
- partizione dell'unità, 20
- piano proiettivo, 51
- prima forma fondamentale di  $f$ , 389
- prima formula variazionale, 403
- prima identità di Bianchi, 246
- prodotto
  - di Kulkarni-Nomizu, 469
  - di Kulkarni-Nomizu, 256
  - diretto, 65
  - esterno, 53, 60
  - semidiretto, 64, 65
  - tensoriale, 53
- proiezione stereografica, 10
  - iperbolica, 105
- pseudosfera, 156
- pseudosfera di Beltrami, 241
- punto critico, 357, 374, 403
- quaternioni, 69
- questione delle parallele, 1, 241
- raggio di iniettività, 221
- rango, 40
- riferimento
  - geodetico, 221
  - mobile, 169
- rivestimento riemanniano, 153, 154, 234
- rough Laplacian, 305
- rough laplaciano, 406
  - lungo l'applicazione  $f$ , 409
- seconda forma fondamentale, 189, 392
- seconda identità di Bianchi, 250
- sezione, 33, 382
  - armonica, 411
- sfera, 10
  - geodetica, 220, 227
  - canonica, 100
  - di Riemann, 11
- sfere parallelizzabili, 34
- sigma-model, 392
- simmetria geodetica, 341, 342
- solitone di Ricci, 296
- solitone di Ricci tipo gradiente, 297
- solitoni (esempi):
  - cylinder shrinking soliton, 298
  - gaussiano, 298
  - Hamilton's cigar soliton, 299
- sollevamento orizzontale, 454
- sollevamento tangenziale, 462, 468
- sollevamento verticale, 453
- soluzioni autosimilari, 297
- sommersione riemanniana, 103, 199, 396
- sottogruppo di Lie, 64
- sottovarietà, 46
  - aperta, 46
  - minimale, 190
  - regolare, 46, 50
  - riemanniana, 99
  - totalmente geodetica, 189, 204
- spazio
  - 2-punti omogeneo, 335
  - 3-punti omogeneo, 335
  - dei tensori di curvatura, 471
  - forma, 271
  - lenticolare, 274
  - simmetrico di rango 1, 345
  - tangente, 23, 24
  - di Minkowski, 104, 176
  - iperbolico, 104, 141
  - proiettivo reale, 11

- spazio pseudoiperbolico, 156
- spettro dell'operatore di Jacobi, 416
- spostamento parallelo, 169, 173
- stabilità
  - dell'identità, 423, 424
  - di applicazioni olomorfe, 427
- struttura
  - cokähleriana, 122
  - complessa, 113
  - cosimplettica, 121
  - di Cartan, 125
  - differenziabile, 7
  - kähleriana, 114
  - quasi complessa, 113
  - quasi hermitiana, 114
  - riemanniana di contatto omogenea, 338
  - riemanniana di bi-contatto, 125
  - sasakiana standard di  $\mathbb{S}^{2n+1}$ , 323
  - complessa ortogonale, 324
  - riemanniana di contatto invariante a sinistra, 123
  - riemanniana di contatto, 115
  - riemanniana di quasi contatto, 116
  - sasakiana, 117
- superfici connesse compatte, 14
- superficie regolare, 5
- tensione, 392
  - di una composizione, 399
- tensore, 51
  - controvariante, 52
  - covariante, 52
  - di Codazzi, 281
  - di curvatura, 244
  - di curvatura conforme, 346, 471
  - di curvatura di Riemann, 246
  - di Ricci, 276
  - di torsione, 163
  - gravitazionale, 285
  - parallelo, 201
- teorema
  - di E. Cartan, 342
  - di Eells-Sampson, 405
  - di Gauss-Bonnet, 350
  - di M. Berger, 310
  - Egregium di Gauss, 260
  - di Smith, 421
  - di Gluck-Ziller, 328
  - di Hilbert, 359
  - di Hopf-Rinow, 230
  - di Shur, 265
  - di Wiegink, 324
  - di Xin, 419
  - elegantissimo di Gauss, 240
- teoremi di Lie, 73
- toro  $n$ -dimensionale, 10, 155
- trasformazione affine, 180
- trasformazioni di Möbius, 150
- trasporto parallelo
  - sul cono di rotazione, 194
  - sula sfera, 196
- triangolo geodetico, 240
- variazione, 372, 403
  - di un'applicazione, 401
  - di una curva, 223
  - prima, 373
  - seconda, 378
  - propria, 372
  - seconda, 413
- varietà
  - a curvatura sezionale costante, 266
  - complessa, 8
  - di Einstein, 283
  - orientabile, 431
  - quoziente, 15
  - riemanniana, 95
    - completa, 230
    - orientata, 437
    - omogenea, 333
    - omogenea e isotropa, 266
  - warped product, 102, 118
  - di contatto, 115
  - differenziabile, 7
  - integrale, 197
  - lorentziana, 98
  - parallelizzabile, 34, 433
  - prodotto, 10
  - riemanniana

- conformemente piatta, 346
- isotropa, 136
- localmente simmetrica, 342
- omogenea, 136, 234
- simmetrica, 341
- semi-riemanniana, 98, 176
- simplettica, 112, 113
- tangente, 31
- topologica, 6
- vettore
  - curvatura media, 198
  - tangente, 24
  - curvatura media, 396
- vettori tangenti coordinati, 25
- volume di un campo di vettori, 327