

Atkinson assume che il benessere sociale sia espresso tramite una funzione - definita sui redditi individuali - additiva, separabile e simmetrica:

$$W = \int_0^z U(x) f(x) dx.$$

Per qualsiasi dimensione della popolazione, siano $H(x)$ e $G(x)$ due distribuzioni dei redditi con media uguale, $\mu_H = \mu_G$ ²¹:

$$L_H(p) \geq L_G(p) \quad \forall p \quad \Leftrightarrow \quad W_H \geq W_G \quad \forall U(x), \text{ dove } U'(x) > 0, U''(x) < 0, \forall x > 0.$$

Con la sola restrizione di una funzione di utilità individuale che goda delle suddette proprietà²², il confronto tra due distribuzioni con media uguale assegnerà una preferenza in termini di welfare alla distribuzione dominante secondo il criterio di Lorenz (e viceversa). Se si è disposti ad assumere una *SWFL* coerente con il criterio di Pareto e *inequality-adverse*, la disuguaglianza si rivela essere nient'altro che una perdita di benessere²³.

3. L'Analisi Empirica

In un precedente lavoro, Russo (2005), si è impiegata per il caso italiano la procedura Dardanoni-Lambert qui sinteticamente descritta: per l'analisi della riforma Visco dell'IRPEF della seconda metà degli anni '90, si è, tra l'altro, accertata l'esistenza di trasformazioni isoelastiche che collegano le distribuzioni campionarie dei redditi lordi nei periodi 1995, 1998 e 2000. Dalla condizione di isoelasticità e dalla procedura di correzione è seguito un risultato definitivo in termini di efficacia redistributiva.

Nel contempo alcuni limiti della procedura sono emersi. Come detto, quel che rileva ai fini della effettiva progressività è dove sono situati i soggetti passivi di imposta: ci sono molti individui soggetti ad un'alta aliquota marginale, o un numero scarso; l'ultimo

²¹ - L'interesse per un indicatore della disuguaglianza pura (la forma della distribuzione) impone di ricorrere al teorema di Atkinson, prescindendo dallo *shift* nelle distribuzioni. Per annullare eventuali differenze nelle medie dei redditi netti, esse devono essere riproporzionate: non si deve alterare la misura della elasticità e a tal fine si può ricorrere ad un *Residual-Progression-neutral device*. Si ottiene così la parità di gettito tramite il desiderato incremento (o diminuzione) della media senza che si modifichi la misura di *Residual Progression* (cfr. Pfälher, 1984; Formby-Smith, 1986; Lambert-Pfäher, 1987).

²² - Tale restrizione permette di rispettare il ben noto *Principle of Transfers* di Pigou-Dalton.

²³ - Si osserverà l'andamento delle curve di Lorenz e le misure globali di effettiva progressività, ma si preferisce un ordinamento parziale basato su preferenze unanimi. Formby e Smith (1986, p. 562) commentano, "If Lorenz curves intersect, a social welfare function can always be found which ranks income distribution differently than does the Gini coefficient or other summary measures of inequality." Se così non fosse, qualsiasi indice di ineguaglianza che rispetti il principio di Pigou-Dalton e di Simmetria fornirà lo stesso risultato dell'ordinamento parziale di Lorenz (cfr., tra gli altri, Foster, 1985).

scaglione di un sistema fiscale con sostanzialmente basse aliquote può essere rilevante per nessuno dei soggetti d'imposta o per la maggior parte di essi. Tale problematica rileva nel caso di confronti intertemporali *looking-backward* – e in particolare quando sono conoscenza comune i micro-dati da indagini campionarie relativi a tutte i periodi sotto esame – ma risulta di interesse anche per valutazioni comparative, sia di riforme, sia di normative già a regime, in cui manca l'informazione sulla distribuzione dei redditi lordi in vigore: in entrambi i casi l'incertezza di giudizio dipende dalla distribuzione su cui la struttura dell'imposta andrà ad impattare. La procedura Dardanoni-Lambert (in particolare con l'esistenza di un legame isoelastico tra le distribuzioni) appare definitivamente risolutiva per le incertezze sui lavori del primo tipo, ma non è in grado di dare risposte esaustive per gli ultimi due. La richiamata sostanziale stabilità della forma strutturale della distribuzione originaria dei redditi personali in Italia (diversi A e b , ma una comune relazione strutturale tra le distribuzioni) consente comunque di presentare un diverso e complementare lavoro di simulazione.

Con l'esistenza di distribuzioni collegate isoelasticamente per un periodo sufficientemente lungo si può ipotizzare con qualche grado di fiducia che tale legame, con (presumibilmente) diversi parametri A e b , continui nel tempo, o almeno per un tempo *sufficientemente* vicino all'ultimo intervallo osservato.

Uno studio maggiormente esauriente degli effetti redistributivi di normative che soffrono della mancata conoscenza riguardo la distribuzione su cui si andrà ad impattare dovrebbe allora comprendere:

- i)* l'usuale analisi delle conseguenze sulla distribuzione dei redditi post-tax in base alla applicazione delle differenti normative sulla disponibile distribuzione pre-tax;
- ii)* una modalità complementare, comunque fondata su una simulazione degli effetti redistributivi. In accordo con diverse ipotesi sui coefficienti A e b e impiegando modelli di simulazione micro-economici per la finanza pubblica si specifica con l'andamento della distribuzione $F(x)$ ritenuta valida il possibile cambiamento distributivo e si controlla per la crescita e la disuguaglianza conseguenti.

Con l'assunzione di un legame isoelastico tra le distribuzioni pre-tax, insieme alla *tax-schedule* la scelta dei valori dei parametri A (dimensione) e b (scala della dispersione) è la 'variabile' che può condizionare i risultati redistributivi. I parametri possono essere definiti dalle medie dei valori osservati di A e b (analisi di trend), dalle previsioni dell'Esecutivo inserite nei documenti di programmazione economico-finanziaria, infine, se il periodo di osservazione non fosse ritenuto sufficientemente lungo, verificando per diversi valori dei

parametri - arbitrari ma economicamente sensati - la robustezza delle indicazioni desumibili dalla modalità di analisi *i*). Qui si presenta il punto *ii*).

L'analisi dell'effetto di equità verticale puro dell'IRPEF sulla distribuzione dei redditi è realizzata con l'impiego di un data set pluriperiodale (2000 e 2005). In Italia le fonti originali sono sostanzialmente le indagini campionarie sui bilanci delle famiglie della Banca d'Italia (BdI) e dell'ISTAT (l'indagine sui consumi delle famiglie): quella utilizzata in questo lavoro è la prima. La BdI pubblica regolarmente dal 1966 i risultati dell'indagine campionaria ed è noto che i redditi rilevati sono al netto delle imposte e dei contributi dovuti²⁴. Gli analisti che volessero comparare due sistemi fiscali devono quindi riprodurre il processo di formazione dell'imposta dovuta in capo ai singoli soggetti passivi (l'Irpef continua ad essere un tributo su base individuale e non familiare) per poter sommare il risultato di tale elaborazione con il dato campionario e formare il reddito al lordo del prelievo.

I dati prodotti dal modello di microsimulazione ITAXMOD dell'Istituto di Studi ed Analisi Economica (ISAE) forniscono tale elaborazione. Come la maggior parte della modellistica esistente, ITAXMOD è un modello statico²⁵. Si basa su indagini campionarie *cross-section* e permette attualmente di simulare gli effetti primari delle politiche fiscali omettendo le conseguenze economiche delle reazioni comportamentali degli agenti. I dati campionari possono essere riportati all'intera popolazione tramite i pesi campionari e sono facilmente recuperabili all'interno del programma di computazione qualsiasi variazione degli strumenti a disposizione delle autorità (aliquote d'imposta, detrazioni, deduzioni, ecc.), sia interventi marginali che riforme globali di sistema²⁶.

²⁴ - Si tratta di rilevazioni condotte separatamente per periodi diversi, dal 1987 a cadenza biennale. Sono rilevate per ciascun individuo informazioni sul titolo di studio, condizione anagrafica, condizione professionale, ammontare e natura del reddito; per ogni nucleo familiare (*household*) informazioni sulla composizione, localizzazione regionale, consumi totali, ricchezza patrimoniale, condizione abitativa (casa di proprietà o in locazione). Per una discussione critica delle rilevazioni fornite dalla Indagine sui bilanci delle famiglie della Banca d'Italia cfr. Brandolini (1999). Brandolini e Cannari (1994) analizzano la qualità dei dati e notano come essa non si discosta dalla media di analoghe indagini internazionali.

²⁵ - Per il processo di formazione dei dati lordi tramite ITAXMOD si rinvia a Lugaresi (1989, 1990) e Di Biase *et al.* (1995).

²⁶ - Nell'ultimo quinquennio sono state apportate alcune modifiche, anche sostanziali, alla struttura dell'Irpef. La riforma Tremonti, dopo un iniziale aumento degli importi delle detrazioni per i figli a carico e un ridisegno per il 2003 delle soglie limite e delle aliquote marginali nominali, nel periodo sotto esame ha proseguito con la diminuzione del numero degli scaglioni di reddito da 5 a 4, variando, di nuovo, le aliquote e i valori di soglia (si veda la TAB. 1(b) in Appendice). Dopo l'introduzione della cosiddetta deduzione a fini di progressività (diversa per fonte di reddito e che ora sostituisce completamente le detrazioni per le spese di produzione del reddito) e la clausola di salvaguardia (il vantaggio per il contribuente di poter optare per il trattamento più favorevole determinato dal nuovo o dal precedente regime fiscale), è stata introdotta a partire dal 2005 la deduzione per oneri familiari (anche qui decrescente al crescere del reddito) che sostituisce le detrazioni per carichi di famiglia, e ampliata al periodo 2003 la clausola di salvaguardia (cfr. CIRCOLARE N. 2 dell'Agenzia dell'Entrate, Roma, 3 gennaio 2005). Nelle stime ISAE sono presenti i redditi da lavoro

Per il 2000 la Bdi fornisce microdati per un campione di 22.268 individui, per un totale di 8.001 nuclei di convivenza. ITAXMOD00 è il modello che restituisce i valori lordi per l'anno 2000. Sono questi i redditi sui quali si è applicato i valori dei parametri di differenti trasformazioni isoelastiche, tale esercizio fornisce i redditi simulati che postuliamo validi al periodo 2005 e dai quali, tramite l'incidenza del secondo modulo della Riforma Tremonti, sono stati ricavati i redditi netti per il periodo 2005. Ogni valutazione comparativa ha quindi come base di partenza, per ciascuno dei due periodi, due vettori - redditi al lordo e al netto dell'Irpef - dove per il 2005 si è provveduto a simulare gli effetti redistributivi su distribuzioni originarie legate isoelasticamente alla distribuzione lorda calcolata con il modello ITAXMOD00.

3.1 La procedura

Il passaggio dalla teoria alle applicazioni alla realtà empirica può essere disturbato da alcuni ostacoli che possono limitare (o negare) la rilevanza dei risultati. Fino ad ora si è argomentato grazie ad alcune ipotesi semplificatrici, essenzialmente il fatto che tutti i fattori non reddituali sono espulsi dalla tax schedule e quindi ogni utilità individuale, cuore della misura di welfare assunta - l'utilità media sociale - è funzione esclusivamente dei redditi monetari. Inoltre, finora, le assunzioni implicano che non ci siano effetti di *reranking*. Come trattare la presenza di popolazione socialmente eterogenea? Se il fine è la valutazione degli effetti di progressività pura, in che modo gestire gli effetti di (*classical*) *horizontal inequity*, (*c*)*HI*, e *reranking* usualmente presenti all'interno del complessivo effetto redistributivo²⁷? La risposta a queste ed altre questioni, oltre alla esposizione e motivazione della procedura è il fine principale di questa sezione.

Il primo nodo critico riguarda la definizione di reddito. Per ottenere risultati in termini di efficacia redistributiva che abbiano un senso economico per una popolazione socialmente eterogenea, è indispensabile servirsi di redditi convertiti in forma *equivalente*, per entrambe le distribuzioni, per ogni periodo in esame²⁸. Al fine di avere un criterio di

dipendente, redditi da lavoro autonomo, pensioni, redditi da impresa soggetti ad IRPEF, redditi diversi e alcune minime forme di trasferimenti; sono esclusi i redditi da capitale, per lo più soggetti a tassazione separata, i redditi da immobili e i *fringe benefits*. Sono, infine, escluse le addizionali Irpef degli enti territoriali.

²⁷ - Per le definizioni di *c*(*HI*) e *reranking* si può utilmente consultare Lambert, 2001.

²⁸ - Il nucleo familiare è usualmente considerata l'unità decisionale rilevante sia per quanto riguarda l'offerta di lavoro che la spesa per consumi e le ragioni principali di questa scelta ricadono sulla difficoltà di assegnare la titolarità di alcune tipologie di redditi ai singoli componenti la famiglia. L'utilizzo come unità di analisi del nucleo familiare non è immune da critica, ad esempio il numero di componenti può non essere ritenuto indipendente da scelte connesse con il reddito monetario disponibile dopo il processo redistributivo.

ordinamento adatto a comparazioni di benessere in presenza di eterogeneità nella composizione della popolazione usualmente si è applicato un deflatore, m , una scala di equivalenza *relativa* che assegna ad ogni componente un peso rapportato al relativo costo familiare marginale²⁹. Sulla costruzione di tale indice non c'è accordo, in quanto non è possibile stabilire una oggettiva scala di equivalenza³⁰.

Si è selezionato un deflatore appartenente alla famiglia delle funzioni parametriche proposto da Cutler e Katz (1992); con valori specifici dei parametri implementa altre scale di equivalenza proposte (cfr. Atkinson *et al.*, 1995; Buhmann *et al.*, 1988):

$$m_h = (N_a + \varphi N_c)^\theta, \quad 0 \leq \varphi \leq 1, 0 \leq \theta \leq 1,$$

dove N_a e N_c sono, rispettivamente, il numero degli adulti e dei bambini nel nucleo di convivenza h , per $h = 1, 2, \dots, n$; φ è il parametro che rappresenta il peso di ogni bambino in termini di consumo, relativamente a quello unitario di ogni adulto³¹; θ è il parametro rappresentativo delle economie di scala presenti all'interno del nucleo familiare. Si assume che i parametri φ e θ siano indipendenti dal livello di reddito³². Si presenta il caso di $\varphi = \theta = 0,5$ ³³. Sono stati quindi derivati i subtotali dei redditi individuali (al netto e al lordo delle imposte) dei database per ricostruire i redditi familiari e li si è scalati in base alla diversa numerosità e composizione del nucleo familiare, ottenendo il reddito equivalente.

Ciò detto, in una tipica imposta sul reddito personale problemi di iniquità orizzontale (*HI*) possono manifestarsi molto facilmente³⁴. Nel caso di popolazione *omogenea* ciò sopravviene quando l'azione di un sistema fiscale *non* è riassunta da una funzione $T(x)$, x reddito monetario, dove $0 \leq T'(x) < 1$, $0 \leq T(x) < x \forall x$. Con popolazione *eterogenea*, tramite una scala di equivalenza da un livello di analisi almeno bidimensionale si torna a

²⁹ - Cfr. Atkinson, 1975. Per una metodologia alternativa all'uso delle scale di equivalenza in presenza di eterogeneità cfr. Atkinson-Burguignon, 1987. Per una valutazione dei relativi pregi, o difetti, delle scale di equivalenza parametriche e econometriche cfr. Cowell-Prats (1999).

³⁰ - Opinione condivisa è quella di considerare come fondamentali almeno due parametri: economie di scala interne all'*household* e differente peso per diverse tipologie dei componenti il nucleo familiare. Le economie dimensionali sono motivate dalla presenza di costi familiari fissi (ad es., arredamento, canone di locazione) e da costi marginali decrescenti per componente aggiuntivo; il reddito indispensabile per l'ottenimento di un preciso livello di welfare varia meno che proporzionalmente rispetto alla variazione del numero dei componenti il nucleo familiare.

³¹ - Per questa scala gli adulti singoli sono la famiglia tipo. La soglia che segna il passaggio dalla condizione di bambino a quella di adulto è stata fissata, in linea con le scelte dell'OCSE, superiore ai 14 anni.

³² - Ebert-Lambert (2004) dimostrano che una scala d'equivalenza *relativa e costante*, $m(x) = m$, $\forall x$, rispetta un criterio di pura equità orizzontale (nuclei di convivenza con eguale livello simili di *well-being* prima dell'imposta dovrebbero vedere confermata tale eguaglianza anche dopo l'imposta) e preserva il grado di *Residual Progression*.

³³ - Per effetti redistributivi sui redditi familiari *monetari* è sufficiente porre $\theta = 0$.

³⁴ - Cfr. per l'Italia, Marenzi, 1995; per il Regno Unito Aronson *et al.*, 1994.

poter considerare esclusivamente reddito (x per il prosieguo del lavoro definisce reddito equivalente). Con eterogeneità, è stato dimostrato che non rileverà un problema di *HI* se un sistema d'imposta $T(\cdot)$ è³⁵:

$$i) \quad T(x, h) = m_h \left[\tau_h \left(\frac{x}{m_h} \right) \right] \quad \forall h,$$

dove τ_h , funzione del reddito equivalente $\left(\frac{x}{m_h} \right)$, riflette il modo con cui la società

sceglie di tassare gli ineguali (effetto di equità verticale puro) e m_h è il deflatore, corrispondente al numero degli adulti equivalenti. La funzione τ_h agisce quindi sui livelli di benessere colpendo il reddito equivalente di un adulto *standard*³⁶;

$$ii) \quad T(x, h) = \tau_h (x - a_h) \quad \forall h,$$

dove a_h è una deduzione, in accordo ad una (costante) scala *assoluta*, e τ_h è una funzione d'imposta del reddito equivalente $(x - a_h)$.³⁷

L'Irpef non rispetta fino in fondo nessuna di tali configurazioni: essa agisce sul reddito monetario individuale, caratteristiche diverse dai redditi vengono considerate con l'operare di deduzioni (e detrazioni) ma sono introdotti trattamenti differenziali in base a fattori che potremmo definire socialmente irrilevanti, oppure relazionati al reddito, la struttura delle detrazioni è ancora contorta³⁸, esiste di fatto evasione fiscale. Tutto ciò molto facilmente produce risultati con presenza di *HI*. L'obiettivo del presente lavoro è una analisi del grado di progressività puro, e a tal fine si deve isolare l'effetto di equità verticale dagli effetti di *reranking* e (c)*HI*. La letteratura (cfr. Lambert, 2001) indica che si realizza l'identificazione dell'effetto di progressività puro costruendo una funzione tra pre- e post-tax living standard *controfattuale*, che sia *HI-free* e che restituisca esclusivamente l'effetto di equità verticale. In corrispondenza con i problemi di (c)*HI* o *reranking*, alternative procedure sono state proposte.

Si opta per la descrizione ed utilizzazione della procedura che si fonda sul criterio del *reranking*, fondamentale perché nel nostro database non ci sono *eguali* in termini di

³⁵ - Cfr., tra gli altri, Ebert-Lambert, 2004; Ebert-Moyes, 2000.

³⁶ - Si noti che τ_h deve rimanere immutata per ogni h ($\tau_h = \tau, \forall h$), e $0 \leq \tau' \left(\frac{x}{m_h} \right) < 1, \forall \left(\frac{x}{m_h} \right)$.

³⁷ - Si noti che τ_h deve rimanere immutata per ogni h ($\tau_h = \tau, \forall h$), e $0 \leq \tau' (x - a_h) < 1, \forall (x - a_h)$.

³⁸ - Lambert e Yitzhaki (1997) dimostrano che una semplice detrazione che dipenda dalle dimensioni familiari manca l'obiettivo dell'equità orizzontale.

reddito equivalente³⁹. Equità verticale in questo approccio è la scelta sociale della distribuzione post-tax, data una distribuzione pre-tax realizzata⁴⁰. Un effetto di riordinamento evidenzia un mutamento nell'ordinamento delle unità di reddito pre- e post-tax. Inoltre le L_N e L_T non esprimerebbero più curve di Lorenz, ma curve di Concentrazione.

La costruzione di una relazione che sia *HI-free*, deve passare per una diversa mappatura delle esistenti distribuzioni, senza modificare l'insieme dei livelli di benessere individuali disponibili dopo l'imposta e senza alcun effetto sulla disuguaglianza post-tax.

Si utilizza l'ordinamento delle posizioni dei redditi post-tax come riferimento per un riordinamento dei redditi pre-tax: l'ideale funzione *HI-free* ora vede ogni pre-tax living standard collegato funzionalmente con il post-tax living standard il cui rank è lo stesso⁴¹.

Ora vi è perfetta associazione, osservazione per osservazione, tra le due distribuzioni: esiste una unica funzione $T_{in}(x)$ tale che la relazione $x \Rightarrow x - T_{in}(x)$ è monotona crescente e mappa la distribuzione pre-tax nella distribuzione post-tax rispettando il grado di disuguaglianza contenuta in quest'ultima (di conseguenza risulta *inequality neutral*).

Con il database a disposizione, per tutti e due i periodi, si è annullata la dissociazione e quindi l'effetto di riordinamento eventualmente presente ponendo, pragmaticamente, in ordine crescente (*sorting*) entrambe le distribuzioni e definendo $T_{in}(x)$ come quella funzione che mappa i due vettori così ordinati: redditi familiari equivalenti lordi e netti, per ogni periodo, dal più povero nucleo familiare al più ricco.

Dopo aver reso questo campione, tramite l'utilizzo dei pesi dell'unità statistica forniti dalla Bdl⁴², un campione rappresentativo, si sono esclusi per tutte le distribuzioni il top 0,5% (per limitare una dipendenza dei risultati dagli outliers) e le famiglie con reddito pari a zero. Si è, infine, applicato un ulteriore fattore di scala per avere medie delle distribuzioni post-tax uguali (cfr. *ivi* nota 21).

Non rimane altro che verificare il grado di progressività puro riscontrato per i due differenti regimi fiscali. Lo scopo è, in seguito al cambiamento nella distribuzione originaria disegnato tramite diverse trasformazioni isoelastiche, simulare l'effettiva redistribuzione. Il primo strumento adoperato è quello delle *Residual Progression* e, come

³⁹ - Alternative trasformazioni sono in grado di annullare l'effetto di (*classical*) *Horizontal Inequity* (cfr. Lambert, 2001).

⁴⁰ - Cfr. Pechman-Okner (1974, pp. 55 - 57) e Blackorby-Donaldson (1984, p. 686).

⁴¹ - Cfr. King (1983) e Jenkins (1988).

⁴² - A ciascuna famiglia, di fatto, è attribuito un peso campionario, in proporzione inversa alla sua probabilità di inclusion nel campione; la somma dei pesi è uguale alla numerosità del campione e la media aritmetica è uguale ad uno.

si vedrà, risulta opportuno attuare una trasformazione logaritmica su tutte le distribuzioni al fine di costruire, da Dardanoni e Lambert (*ib.*), le *log-transplant curve*.

Sia $A = e^a$; se g è una funzione isoelastica,

$$\ln g(x_h) = \ln e^a + b \ln x_h = a + b \ln x_h \quad (\text{per } h = 1, 2, \dots, n).$$

Si assume che le due distribuzioni pre-tax d'interesse differiscano essenzialmente per un fattore dimensionale di crescita e per la scala distributiva. Si presentano nove simulazioni, dove, per ognuna, si è impiegato il medesimo valore di A , pari a 1,1818 (montante composto della crescita del PIL nominale rilevato per il periodo 2000-2005)⁴³ e differenti valori di b_i , per $i = (1, \dots, 9)$ ⁴⁴.

$$(x_h)_{2005} = e^a ((x_h)_{2000})^{b_i} \quad \forall h, \forall i,$$

o, alternativamente,

$$(x_h)_{2000} = e^{\frac{a}{b_i}} ((x_h)_{2005})^{\frac{1}{b_i}} \quad [= g(x_h)_{2005}] \quad \forall h, \forall i.$$

Dopo una trasformazione logaritmica:

$$\ln(x_h)_{2005} = a + b_i \ln(x_h)_{2000}, \text{ oppure } \ln(x_h)_{2000} = \left(-\frac{a}{b_i}\right) + \left(\frac{1}{b_i}\right) \ln(x_h)_{2005} \quad \forall h, \forall i.$$

L'assunzione di isoelasticità permette di essere indifferenti rispetto a quale distribuzione adottare come baseline. Si opta per la distribuzione pre-tax del 2000.

L'ultimo passaggio della procedura involve la correzione delle distribuzioni in logaritmi dei redditi equivalenti post-tax, al fine di tenere conto delle differenze distributive nei redditi lordi. Dardanoni e Lambert (*ib.*) dimostrano che, in presenza di isoelasticità, le

⁴³ - Dati della Relazione Generale sulla Situazione Economica del Paese, Bdl, esercizio 2002, 2003 e 2004; Rapporto Isae del febbraio 2006 per le stime al 2005. Va precisato che con l'assunzione di isoelasticità non vi è alcuna necessità di convertire in termini reali i valori nominali: la procedura di correzione conduce alla stessa *log-transplant curve* sia se si deflaziona, sia se ciò non accade (cfr. Dardanoni-Lambert, *ib.*, nota n. 19, p. 111).

⁴⁴ - In Russo (*ib.*) i valori dei coefficienti che riassumono il cambiamento distributivo e dimensionale sono stati individuati tramite una stima *OLS* (per $\phi = \theta = 0,5$):

$$\ln(x_h)_{1998} = 0.148736 + 0.995889 \ln(x_h)_{1995} \quad \text{e} \quad \ln(x_h)_{2000} = 0.295818 + 0.988186 \ln(x_h)_{1995} \quad \forall h.$$

Alcune delle simulazioni qui presentate non si discostano molto dai risultati rilevati per il parametro b , ma controllano anche per un incremento della scala della disuguaglianza pre-tax e, in generale, per valori anche più lontani dal valore, 1, che definisce il cambiamento nullo della ineguaglianza pura. Si ritiene che per un'analisi di trend occorrerebbe avere stime per un intervallo temporale più lungo, stime di cui purtroppo non si dispone.

trasformazioni dei redditi post-tax, N , e del complessivo regime $\langle N, F \rangle$ adatte a implementare una corretta valutazione delle *Residual Progression* sono, tramite la g^{45} ,

$$N^g = g \circ N \circ g^{-1} \quad \text{e} \quad \langle N, F \rangle^g = \langle N^g, F \circ g^{-1} \rangle.$$

Con il 2000 come periodo di riferimento, occorre correggere i valori della distribuzione post-tax del 2005; per la generica simulazione,

$$\langle N_{2005}, F_{2005} \rangle^g = \langle N_{2005}^g, F_{2005} \circ g^{-1} \rangle$$

dove $N_{2005}^g = g \circ N_{2005} \circ g^{-1}$. Per assunzione è $g^{-1} = F_{2005}^{-1} \circ F_{2000}$,

$$\text{quindi,} \quad \langle N_{2005}, F_{2005} \rangle^g = \langle N_{2005}^g, F_{2000} \rangle.$$

Si deve comparare questo complessivo regime con $\langle N_{2000}, F_{2000} \rangle$.

Si può dimostrare che:

$$\ln N_{2005}^g(x_h) = \left(-\frac{a}{b_1}\right) + \left(\frac{1}{b_1}\right) \ln N_{2005}(x_h) \quad \forall h, \text{ per } i = (1, \dots, 9).$$

Non resta che rappresentare in un unico grafico le *log-transplant curve*. Per ciascuna delle comparazioni delle Figure n. 1(a) e 1(b) è:

$$(i) \quad \ln(x_h)_{2000} \quad \text{vs.} \quad \ln N(x_h)_{2000} \quad \forall h,$$

$$(ii) \quad \ln(x_h)_{2000} \quad \text{vs.} \quad \left(-\frac{a}{b_1}\right) + \left(\frac{1}{b_1}\right) \ln N_{2005}(x_h) \quad \forall h, \text{ per } i = (1, \dots, 9).$$

Si noti che le condizioni per il teorema Jakobsson-Kakwani sono rispettate - sull'asse orizzontale abbiamo *una* distribuzione pre-tax nei logaritmi – mentre sull'asse verticale si hanno due distribuzioni logaritmiche dei redditi netti, la $\ln N_{2000}$ e la, *corretta*, $\ln N_{2005}^g$; le elasticità (le pendenze) della curva in base alla (ii) sono simulate grazie all'assunzione che il secondo modulo della riforma Tremonti abbia impattato su una distribuzione definita da una trasformazione isoelastica della distribuzione pre-tax del 2000.

Per avere risultati univoci e validi per tutta la scala degli redditi, occorre verificare che la pendenza di una curva, i (ii), risulti inferiore all'altra, ii (i), per ogni livello del logaritmo

⁴⁵ - La funzione N^g è conosciuta come il coniugato tramite g di N , all'interno del gruppo delle funzioni a valori reali (Budden, 1972, esp. § 20).

naturale del reddito lordo equivalente per il 2000; ciò implica un maggiore grado di progressività pura, un più largo effetto redistributivo e una minore disuguaglianza post-tax. Se ciò non accade per ogni livello di $\ln(x_h)_{2000}$, si possono derivare risultati validi non più globalmente, ma per frazioni dell'intervallo dei redditi.

4. Gli Esiti

Per la prima simulazione $b_1=1$ (a meno di un fattore di crescita proporzionale, medesima scala della disuguaglianza pre-tax tra il 2000 e il 2005); per le quattro successive si sono imposti valori che disegnano un cambiamento distributivo tra il 2000 e il 2005 all'impronta di una sempre maggiore uguaglianza pre-tax ($b_2=0,995$; $b_3=0,9875$; $b_4=0,9775$; $b_5=0,965$), viceversa per le ultime quattro ($b_6=1,005$; $b_7=1,0125$; $b_8=1,0225$; $b_9=1,035$). Altre simulazioni con valori ancora più distanti dal caso $b_1=1$ sono state prodotte dall'autore e sono a disposizione su richiesta.

FIGURA 1(a)

