

# Riassunto

Questa dissertazione è dedicata principalmente allo studio di uno tipo di problema di Ottimizzazione Combinatoria, il problema di Multicast e di alcune sue varianti. Dato un grafo  $G = (V, E)$  e un sottoinsieme  $R$  di elementi dell'insieme dei nodi  $V$ , il problema di Multicast consiste nel determinare un sottoinsieme connesso  $T$  dell'insieme degli archi che ricopra tutti i nodi di  $R$  (usando eventualmente anche dei nodi nel complementare di  $R$ ) e che minimizzi una opportuna funzione obiettivo che rappresenta il costo di connessione.

La maggior parte dei risultati presentati riguarda dei particolari tipi di reti, le reti Ad-Hoc senza fili. I nodi di queste reti sono apparecchi elettronici (sensori, computer, radio trasmettitori etc.) che inviano dei segnali radio senza utilizzare delle infrastrutture fisse e senza avere un'amministrazione centralizzata. Il problema di Multicast, in questo caso, è quello di assegnare una potenza agli apparecchi della rete in modo che gli elementi di un insieme  $R$  ricevano i segnali inoltrati da un particolare nodo della rete detto sorgente e che la somma delle potenze assegnate sia minima. Una delle caratteristiche di una trasmissione radio consiste nel fatto che una qualsiasi trasmissione può essere captata da tutti gli apparecchi che si trovano nel raggio di trasmissione dell'emittente, e quindi al contrario delle reti con fili, pagando il costo di un unico arco e dunque di una sola trasmissione è

possibile raggiungere e connettere più nodi nello stesso tempo.

In particolare, i principali contributi di tale dissertazione possono essere sintetizzati come segue:

- Si propone una formulazione di Set Covering per il problema di minima potenza in reti Ad-Hoc senza fili che nel confronto con alcune delle formulazioni presenti nella letteratura risulta avere il migliore rilassamento lineare e si propongono due metodi di risoluzione del problema che sfruttano una possibile riduzione del problema stesso sulla base delle proprietà del modello di Set Covering.
- Si presentano, inoltre, due euristiche per generare delle disuguaglianze valide appartenenti alla prima chiusura di Chvátal del politopo di Set Covering così da rafforzarne il rilassamento lineare. Nel caso di reti senza fili con un limitato numero di nodi, si confrontano il valore ottimo e i tempi di soluzione del rilassamento lineare del problema con l'aggiunta dei vincoli generati dalle euristiche, con il valore ottimo e i tempi di esecuzione del rilassamento lineare del problema con l'aggiunta dei vincoli della prima chiusura di Chvátal del politopo di Set Covering.
- Inoltre, viene proposta una originale variante del problema di Multicast in cui agli apparecchi elettronici è assegnata una probabilità di fallimento nella ricezione e trasmissione dei messaggi. Sono infatti presentate nella dissertazione tre formulazioni di programmazione lineare intera mista che modellizzano la richiesta di connessione dell'insieme  $R$ , formato da tutti i nodi della rete eccetto la sorgente, con un livello di affidabilità fissato. La soluzione ottima di questo problema non solo fornisce una connessione, ma in realtà permette di individuare una connessione robusta di tutti i nodi della rete con la sorgente.

- Infine, un' altra variante del problema di Multicast, considerata nella dissertazione, è quella in cui non si richiede solo una connessione dell'insieme  $R$  con la sorgente con il minimo costo (o peso) totale, ma assegnando a ogni arco del grafo anche dei tempi di percorrenza dell'arco stesso, si affronta il problema di trovare un albero di costo minimo che connetta i nodi di  $R$  con la sorgente con l'ulteriore vincolo che i terminali in  $R$  siano raggiunti entro un tempo limite prestabilito. Per questo problema, nel caso di reti con fili, sono proposte quattro formulazioni di programmazione lineare intera mista insieme a delle tecniche di preprocessamento del grafo per ridurre il numero sia di nodi che di archi. Le quattro formulazioni sono state utilizzate per risolvere problemi di Steiner Tree proposti nella libreria SteinLib [48] con i tempi di percorrenza sugli archi generati in modo casuale in maniera sia correlata che non correlata con i costi degli archi.

**Classificazione AMS 2000:** *Primaria:* 90C27, 90C11 *Secondaria:* 90C35, 90B10, 68R10.

**Parole chiave:** Ottimizzazione Combinatoria; problema di Multicast; Programmazione lineare intera mista; problema di Set Covering; reti Ad-Hoc senza fili; problema di Broadcast probabilistico; problema di Steiner Tree con vincoli di ritardo; Preprocessamento.

