

---

# La Fisica e la Matematica negli Studi di Chopin

**Massimo Blasone**

*Dipartimento di Fisica "E. Caianiello" - Università di Salerno  
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Gruppo Collegato di Salerno.*

---

**S**i propone l'utilizzo di concetti fisici per rappresentare l'evoluzione nel tempo delle strutture musicali in termini di processi dinamici. Applicando questo approccio a tre Studi di F.Chopin, l'Op.10 n.1 e n.3 e l'Op.25 n.1, se ne ottengono delle descrizioni originali basate sui concetti di rottura della simmetria, coerenza quantistica e frattali, potenzialmente rilevanti per l'interpretazione pianistica. L'analisi si avvale di spartiti musicali colorati, generati tramite l'implementazione del codice colori/suoni di Scriabin alla notazione musicale.<sup>1</sup>

## 1. Introduzione

Il rapporto tra Musica e Matematica ha una storia antica [2, 3, 4], a partire da Pitagora che per primo associò numeri razionali agli intervalli musicali, fino ai nostri giorni, con l'applicazione di modelli matematici e algoritmi nella produzione di musica, come per esempio nella musica stocastica [5] e frattale [6].

Tuttavia, se si guarda alla pratica musicale, questi sviluppi sembrano avere poco impatto: in particolare per la Musica Classica, esiste una consolidata tradizione nella esecuzione musicale,

---

<sup>1</sup>Il presente lavoro è basato in gran parte su Ref.[1]. Il materiale di Sez.5 è stato presentato nel corso di un seminario/concerto a Schwarzenberg (Austria) ad Agosto 2019, nell'ambito della conferenza Symmetries in Science.

che di fatto non si avvantaggia delle conoscenze sulla struttura matematica della musica. In questo contesto, la posizione del musicista è in qualche modo simile a quella di un alchimista, che ben conosce la procedura per combinare certi elementi allo scopo di ottenere una determinata sostanza, e non si interessa della complessa dinamica di atomi e molecole che è alla base delle reazioni che utilizza.

Naturalmente, c'è anche un'altra ragione, più profonda, per questo atteggiamento: facciamo musica per il nostro piacere, essa rappresenta un veicolo efficiente e universale per comunicare le nostre emozioni. Quindi sicuramente non basta studiare la struttura matematica nascosta nel linguaggio musicale, senza considerare il livello della percezione, che è quello in cui queste strutture vengono elaborate e apprezzate. In altre parole, non necessariamente a una struttura matematica bella in senso formale è associata una musica bella (nel senso artistico), e vice-versa.

Così si potrebbe essere tentati di liquidare questi studi come interessanti ma in realtà non capaci di toccare il livello della esperienza estetica, che è quello rilevante per l'ascolto e l'esecuzione della musica. E però, è sicuramente un'esperienza comune a chiunque suoni una pagina di Bach o Mozart, il profondo senso di meraviglia al confronto di certi capolavori e la sensazione che debba esserci qualcosa dietro a quello che percepiamo come Bellezza. Questa sensazione è forse ancora più forte, se il musicista è anche uno scienziato,

perchè inevitabilmente cercherà di investigare e comprendere i segreti nascosti nell'opera d'arte. È questa la motivazione principale per le considerazioni contenute in questo lavoro: esse non sono il risultato dell'applicazione di un qualche programma teorico a un determinato pezzo musicale; piuttosto nascono quando, seduti al pianoforte, si cerca di capire la logica profonda di una composizione, allo scopo di eseguirla correttamente, e cioè trasferire efficientemente il suo contenuto informativo a se stessi e agli altri.

Un modo tipico di descrivere la musica è attraverso l'uso di metafore, nella forma di immagini o situazioni emotive, che possano aiutare a dare un senso al linguaggio musicale, per sua natura sostanzialmente privo di un livello semantico [8]. Questo è particolarmente evidente nel caso della musica a programma, che per definizione si riferisce a un soggetto specifico. In ogni caso, queste associazioni sono necessariamente vaghe dal momento che sono legate alla musica attraverso gli effetti che entrambe (musica e immagini) producono nei nostri cervelli, effetti che ovviamente sono altamente soggettivi. L'idea è quindi quella di usare come metafore fisiche<sup>2</sup> di una data musica, specifici processi dinamici, che a loro volta possano essere associati a una molteplicità di processi fisici (immagini). Il vantaggio di questo approccio sta nel fatto che il processo dinamico può essere direttamente collegato alla struttura matematica/tonale della musica: si possono così applicare alla musica concetti come quelli di simmetria, forze, ordine e disordine, transizioni di fase, coerenza ecc., che hanno un significato ben preciso in ambito fisico.

Questa operazione va condotta con molta cura e con un certo grado di approssimazione, mantenendo un approccio qualitativo, allo scopo di evitare di cadere nel riduzionismo, di pretendere cioè che la musica possa essere descritta completamente in termini matematici. Un altro rischio, questo forse inevitabile, è quello di manipolare la musica, forzandone una interpretazione non completamente appropriata. D'altra parte, è anche plausibile pensare che in un'opera d'arte possa esserci più di quello che l'autore stesso abbia potuto immaginare. Una situazione

<sup>2</sup>L'importanza della metafora come elemento strutturale del pensiero e strumento fondamentale di comprensione è discussa in Ref.[9].

simile non è infrequente in Fisica, basti pensare al caso di Dirac, che definiva la sua equazione "più intelligente dell'autore"! [10]

L'approccio sopra descritto può essere applicato, in linea di principio, a qualsiasi tipo di musica. Il fatto che qui consideriamo in particolare gli Studi di Chopin, ha varie ragioni: una è di carattere personale e ha a che fare con la preferenza per questo Autore e in particolare per i suoi Studi e i Preludi. Ci sono poi motivazioni più oggettive: la forma relativamente semplice di queste composizioni (miniature, nel caso di alcuni Preludi), poco strutturate rispetto ad altre, come ad esempio la Sonata, rende più semplice la loro analisi; inoltre, il carattere di questi pezzi è particolarmente evocativo di immagini (specialmente naturali), come testimoniato da vari autori/editori (vedi Sezione 2). Un altro aspetto notevole della musica di Chopin è costituito dalla sua universalità, essendo apprezzata da un grandissimo numero di persone, indipendentemente dal loro *background* culturale. Infine, un certo carattere enigmatico di questo Autore, come già riconosciuto dai suoi contemporanei (Le Pianiste, 1833), insieme con il fatto che rifiutò sempre ogni interpretazione descrittiva per la sua musica, ne rende particolarmente interessante l'analisi.

L'articolo è organizzato nel modo seguente: in Sezione 2, diamo alcune note storiche sugli Studi di Chopin; le Sezioni 3, 4 e 5 sono dedicate all'analisi degli studi Op.10 n.3, Op.25 n.1 e Op.10 n.1 rispettivamente; la Sezione 6 contiene le conclusioni e le prospettive di questo lavoro. In Appendice (Sez.7), è illustrata l'implementazione grafica del codice tonale di colori di Scriabin, che è utilizzata per l'analisi degli Studi.

## 2. Una nota storica sugli Studi di Chopin

Il termine *Studio* denota una composizione strumentale con fini didattici, intesa a esercitare una particolare combinazione di note o un movimento del corpo in relazione allo strumento musicale in questione. Queste composizioni hanno tipicamente una struttura piuttosto semplice rispetto a quella di altre forme musicali.

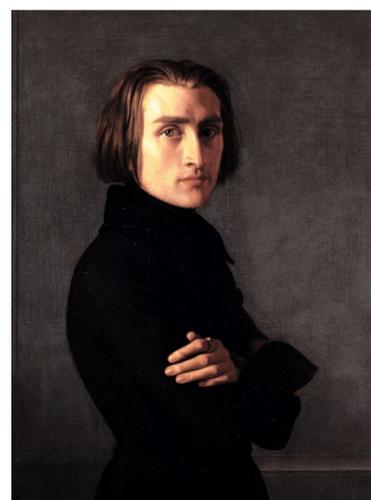
Tra i primi esempi di studi per strumenti a tastiera, ci sono gli "Esercizi per gravicembalo" (1738) di Domenico Scarlatti, e poi le raccolte



N. Paganini (1782-1840)



F. Chopin (1810-1849)



F. Liszt (1811-1886)

**Figura 1:** Chopin tra Paganini e Liszt

di Studi di J.B.Cramer, M.Clementi, C.Czerny e I.Moscheles, per citare solo i principali.

Fryderyk Chopin compose due raccolte di Studi: 12 Studi Op.10, pubblicati nel 1833 e 12 Studi Op.25, pubblicati nel 1837; successivamente pubblicò tre Studi per il metodo Moscheles. Inoltre, alcuni dei 24 Preludi Op.28 (pubblicati nel 1839) hanno caratteristiche comuni con le Op.10 e 25. Gli Studi di Chopin sono dedicati allo sviluppo di aspetti tecnici specifici (Op.10 n.2 per le scale cromatiche, Op.25 n.10 per le ottave, Op.25 n.6 per le doppie terze, ecc.) spinti ai massimi livelli di difficoltà (almeno per l'epoca).

L'intento virtuosistico è confermato dalla dedica dell'Op.10 a F. Liszt (l'Op.25 è dedicata a M. d'Agoult, compagna di Liszt). È anche noto [11] che Chopin scrisse alcuni degli Studi dell'Op.10 come esercizi per se stesso durante lo studio del suo Concerto n.1 per pianoforte e orchestra. Un altro *input* fu rappresentato dai dieci concerti dati da N. Paganini a Varsavia nel 1829, a cui il giovane Chopin ebbe occasione di assistere. Come molti suoi contemporanei (compreso Liszt), fu profondamente impressionato dal virtuosismo e dalla personalità del violinista italiano: i 24 "Capricci per violino" furono un modello per Chopin per i suoi Studi e Preludi (insieme al "Clavicembalo Ben Temperato" di J.S. Bach).

Per Chopin, comunque, l'aspetto tecnico non è mai limitato alla dimensione didattica, piuttosto diventa strumentale per l'espressione di una grande varietà di stati d'animo: egli fu in grado

di elevare gli studi dallo stato di esercizi a quello di opere d'arte, creando un nuovo genere – lo studio da concerto – che fu successivamente sviluppato da Liszt, Debussy, Rachmaninov e altri. Questo risultato è ben sintetizzato da L. Kentner, per il quale gli Studi di Chopin rappresentano una "fusione perfetta di atletica ed estetica" [12]: in essi la tecnica è intesa nel senso etimologico di *τέχνη*, ossia di Arte nel suo significato più ampio. Queste composizioni, che ancora oggi rappresentano una summa del virtuosismo pianistico, presentarono tali novità da risultare rivoluzionarie a loro tempo: posizioni molto larghe per la mano, nuovi modi di attacco della tastiera, insieme con nuove combinazioni ed estese progressioni armoniche, figure strumentali usate come temi (carattere cantabile della figurazione). Per alcuni aspetti, gli originali trattamenti armonici contenuti negli Studi di Chopin anticipano la dissoluzione della tonalità [13].

Per la loro originalità, queste caratteristiche non furono sempre comprese dai contemporanei e costarono alcune critiche all'autore, come quella dell'editore e compositore L.Rellstab che definì gli Studi Op.10 come "ottimi esercizi per chi ha le dita storte e vuole raddrizzarle, consigliando coloro che hanno dita ben diritte di non suonarli se non hanno sottomano un chirurgo" [12]. Anche F.Mirecki criticò la monotonia (!) dei temi negli Studi, dicendo che "se le note fossero colorate, anziché nere, gli spartiti potrebbero essere usati come carta da parati" [12].

**Lento, ma non troppo**

*legato*

**Figura 2:** Op.10 n.3 – Tema iniziale.

D'altra parte, altri riconobbero immediatamente il grande valore della musica di Chopin: gli Studi Op.10 furono recensiti molto positivamente sulla rivista "Le Pianiste", subito dopo la loro pubblicazione. Anche Robert Schumann, in veste di critico musicale, apprezzò molto il giovane compositore ("Giù il cappello, signori, un genio!" è il famoso incipit della sua recensione delle Variazioni Op.2 sul "Là ci darem la mano" di Mozart) e lo incluse persino come uno dei personaggi nel *Carnaval* (insieme a Paganini). Più di recente [14], J. Huneker ha definito gli Studi di Chopin "esperimenti titanici" e, a proposito dell'Op.25 n.11, ha espresso la seguente considerazione: "Uomini dall'anima piccola, per quanto agili siano le loro dita, non dovrebbero cimentarvisi".

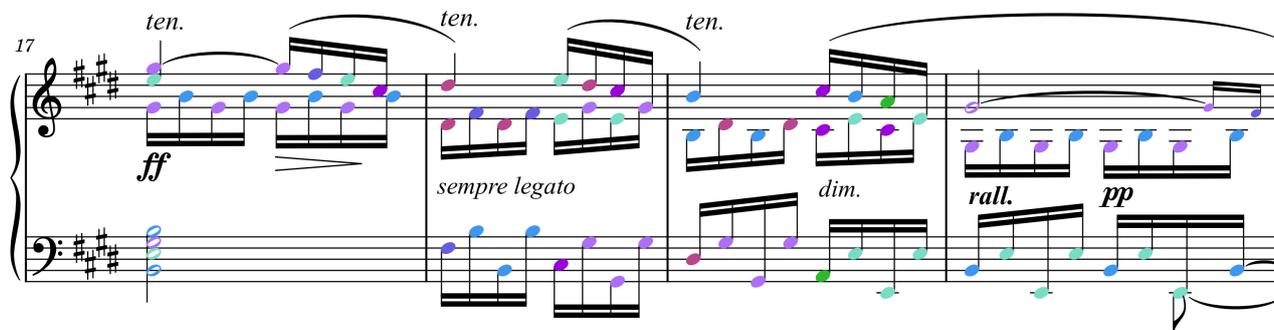
È importante notare come, sebbene Chopin abbia sempre usato titoli generici per le sue composizioni (Studi, Preludi, Notturmi, Ballate, ecc.) rifiutando ogni intento programmatico per la sua musica, tuttavia molte sue composizioni abbiano ripetutamente attratto dei titoli, essendo evidentemente molto evocative di immagini ed emozioni. Alcuni esempi per l'Op.10: n.1 (Cascata), n.3 (Tristezza), n.8 (Raggio di sole), n.12 (La caduta di Varsavia) e per l'Op.25: n.1 (Arpa eolia), n.2 (Le api), n.8 (Farfalla), n.11 (Vento d'inverno), n.12 (Oceano).

È chiaro che queste immagini hanno un carattere estremamente soggettivo e in fondo ab-

bastanza arbitrario, ma è significativo come gli Studi di Chopin appaiano capaci di comunicare in modo molto distinto delle specifiche emozioni. In un certo senso, possono essere visti come un distillato di diverse situazioni emotive, associate a problemi di tecnica pianistica che ne costituiscono la motivazione esteriore.

### 3. Op.10 n.3 – Cristallo blu con macchie rosse

Lo Studio Op.10 n.3, anche noto come "Tristezza" (vedi sopra) è sicuramente una tra le composizioni più note di Chopin, per il suo carattere lirico. È riportato [12] come l'autore stesso abbia detto a suo proposito: "In tutta la mia vita non sono stato più capace di trovare una melodia così bella". Questa melodia è il tema che appare nella prima e terza sezione dello studio – che ha la struttura A-B-A' – ed è infatti così bello da oscurare la sezione centrale dal carattere virtuosistico. A questo proposito, è interessante leggere la recensione di C. Chaliou, nella rivista "Le Pianiste" (n.1, 1833), su questo studio: "Il terzo è tra i più difficili. La melodia è meravigliosa, ma difficile da rendere. Raccomando la scala cromatica in settime diminuite, che è originale e di buon gusto; non posso dire lo stesso per il passaggio che segue [quello marcato con bravura], che non ha un effetto piacevole...".



**Figura 3:** Op.10 n.3, prima sezione – Fase ordinata (cristallo blu).

Si è allora portati a chiedersi la ragione di questa struttura così contrastante, che può apparire sorprendente e quasi sconcertante a prima vista. Di seguito, sulla base di argomenti matematici molto generali (simmetrie), si propone una possibile chiave di lettura per questo Studio, che crediamo possa essere di aiuto anche per la sua interpretazione pianistica.

Partiamo da alcune considerazioni generali circa il sistema tonale usato nella musica occidentale [15]: esso è basato su dodici note ugualmente spaziate (temperamento equabile), ossia una discretizzazione simmetrica dell'intervallo naturale (ottava) corrispondente al raddoppio di una data frequenza – laddove i toni con frequenza raddoppiata sono percepiti come la stessa nota ad una diversa altezza. Di conseguenza, la musica tonale consiste di operazioni su 12 elementi (note) modulo 12 (gruppo ciclico  $\mathbb{Z}_{12}$ ) [16, 17, 18].

Dal punto di vista della percezione, l'affermazione di una data tonalità corrisponde quindi a un processo di rottura della simmetria verso una tra le *a priori* inizialmente equivalenti 12 tonalità (non distinguiamo qui tra modi maggiori e minori). L'idea di rottura della simmetria è una delle più feconde nella Fisica moderna, essendo associata alla emersione di strutture ordinate dal disordine (simmetria) [19] (vedi Box n.1).

Nel caso specifico dell'Op.10 n.3, la tonalità di Mi maggiore si manifesta in modo molto netto nel tema principale: questo processo può essere visto come uno stato ordinato<sup>3</sup> (p.es. un cristallo) che cresce nel tempo di fronte a noi (vedi Fig.2). Usando la corrispondenza tra suoni e co-

<sup>3</sup>È importante sottolineare come questo stato ordinato consista nella correlazione tra percezioni che avvengono a tempi successivi, per cui è intrinsecamente legato ad un processo di memorizzazione ed elaborazione della musica da parte del cervello.

lori di Scriabin (vedi Appendice), si ottiene un cristallo blu/verde, una immagine di chiarezza e perfezione (Fig.3).

La seconda sezione, marcata "più mosso" ha un carattere molto diverso: ci sono scale cromatiche e sequenze dissonanti di doppie note seguite da un lungo passaggio in doppie seste, marcato "con bravura" per evidenziarne il carattere di cadenza virtuosistica, e basato su accordi di settima diminuita. Questi accordi hanno la caratteristica di essere simmetrici, essendo costituiti ognuno di quattro note, ugualmente spaziate (vedi Fig.6). Nel nostro sistema tonale esistono tre distinti accordi di questo tipo, che quindi coprono tutte e dodici le note.

Il passaggio alle battute 46-53 (vedi Fig.7) è una progressione basata su questi tre accordi, sviluppati su intervalli fissi (seste) su tutte le dodici note: può essere quindi visto come una fase simmetrica (disordinata) – di fatto atonale, anche se formalmente basata sulla dominante Si. Qui lo stato ordinato iniziale, rappresentato dalla tonalità di Mi+, è distrutto: il cristallo blu si è fuso nel fuoco e tutti i colori sono presenti (ripristino della simmetria).

Il ritorno al tema iniziale basato sulla tonalità di Mi+ richiede una rottura della simmetria tonale. Questa è realizzata alla battuta 53 (vedi Fig.7) abbassando il Do# a Do, trasformando l'intervallo di sesta maggiore Mi/Do# in uno di sesta minore Mi-Do, per giungere poi alla dominante Si. A questo punto segue una breve sezione (battute 54-61): qui si verifica una dissipazione della grande energia accumulata precedentemente. Questo effetto è ottenuto tramite gruppi irregolari (terzine) nel basso, che producono una impressione di rallentamento (attrito) (Fig.8).

Finalmente, la tonalità originale di Mi maggio-

### Box 1. Rottura spontanea della simmetria e difetti topologici

Il concetto di simmetria è di grande importanza per la fisica moderna e in particolare rappresenta un ingrediente fondamentale del Modello Standard delle interazioni fondamentali.

In Fig.4 è schematizzato il processo di rottura spontanea della simmetria: il sistema è in uno stato disordinato (simmetrico) al di sopra della temperatura critica  $T_c$ . Quando la temperatura scende sotto  $T_c$ , il sistema si ordina spontaneamente lungo una certa direzione (casuale). Questo tipo di dinamica è alla base della magnetizzazione di un pezzo di ferro che, inizialmente sopra la temperatura di Curie, venga raffreddato in un campo magnetico esterno.

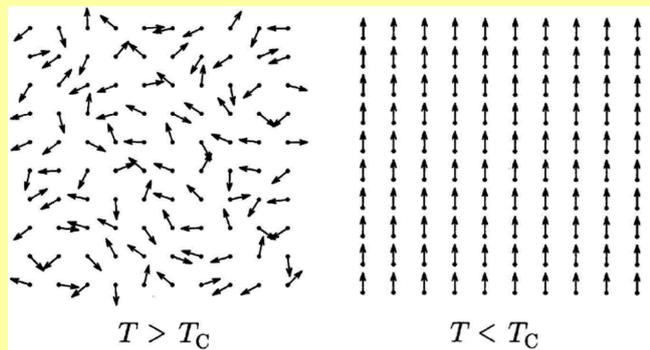


Figura 4: Rottura spontanea della simmetria

Quando il passaggio dalla fase ordinata a quella disordinata avviene molto rapidamente (rispetto ai parametri caratteristici del sistema), può succedere che regioni contenenti la fase disordinata rimangano intrappolate nella nuova fase ordinata. Si hanno così dei difetti topologici (meccanismo di Kibble–Zurek). Questo fenomeno è comune a molti sistemi fisici su scale molto diverse, dalla materia condensata alla cosmologia.

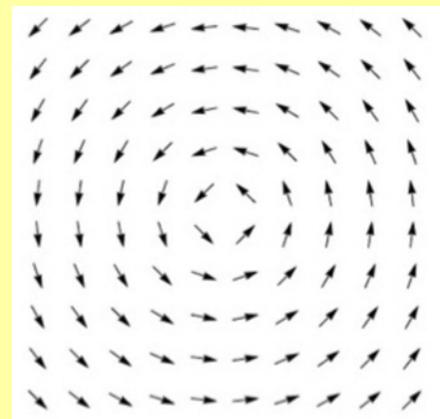


Figura 5: Fase ordinata con vortice

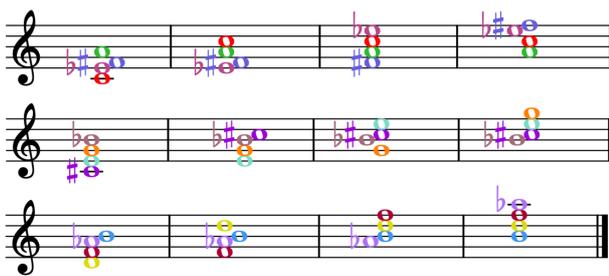


Figura 6: Accordi di settima diminuita con i rispettivi rivolti. Si noti come i tre accordi esauriscano le 12 note del sistema tonale.

re è raggiunta e il tema riappare: il sistema si è raffreddato e il cristallo si è riformato nel crogiolo. Tuttavia, questa sezione non è una copia esatta della prima: alcune battute mancano, le indicazioni dinamiche sono differenti (f invece di ff alla battuta 70), ma in particolare, ora appa-

re un Do $\sharp$  nel tema principale alle battute 73-74. Questo fatto è notevole in quanto questa nota non è nella armonia di Mi $\sharp$  e produce l'effetto di aggiungere una nota nostalgica alla melodia (giustificando forse il titolo Tristezza). Da notare come questa nota sia la stessa che ha prodotto la rottura della simmetria alla battuta 53.

Ritornando all'immagine del cristallo che si fonde e poi ricristallizza, vediamo che questa non è più la struttura perfetta apparsa originariamente. Ora alcuni difetti – macchie rosse – appaiono nella gemma blu (Fig.9). Questa visione è liberamente ispirata al meccanismo di Kibble–Zurek per la generazione di difetti topologici nel corso di transizioni di fase associate a una rottura della simmetria [20] (vedi Box 1): questi difetti appaiono durante il (rapido) processo di ordinamento

**Figura 7:** Op.10 n.3, seconda sezione – La fase simmetrica (tutti i colori sono presenti). Rottura della simmetria tramite ripetizione del Do $\flat$  (note rosse alla battuta 53).

del sistema e rappresentano una memoria della fase simmetrica. Nel caso specifico, abbiamo il ripristino e la rottura della simmetria tonale con la comparsa di difetti (armonici).

A questo punto, bisogna ammetterlo, il Lettore potrebbe ben obiettare sul fatto che, dopo aver criticato (vedi Sez.2) l'arbitrarietà dei titoli associati alle composizioni di Chopin, siamo arrivati, dopo una lunga discussione, a dare un nuovo titolo a questo studio (Il cristallo blu con macchie rosse)!

In realtà, quello che stiamo proponendo è di associare alla musica un processo dinamico (metafora fisica), piuttosto che una immagine specifica. Infatti, allo stesso modo di come il meccanismo di Kibble-Zurek descrive la formazione di difetti in un gran numero di sistemi fisici molto differenti tra loro (dalla cosmologia ai cristalli nematici o ai superconduttori), qui l'aspetto fondamentale è rappresentato dalla dinamica collegata alla

evoluzione dei *pattern* di simmetria, mentre il cristallo che si scioglie e si riforma con i difetti è solo un utile (e certamente non unico) strumento per visualizzare questo processo. È importante sottolineare come il reale processo dinamico associato alla musica abbia luogo a livello della percezione (cioè nel nostro cervello): l'Artista, grazie a una sensibilità fuori dal comune, è capace di dare una forma musicale alle sue emozioni, in un modo che può esser comunicato ad altri soggetti, attraverso una risonanza di queste forme nei loro cervelli.

Ritornando al processo fisico sopra descritto, possiamo ora provare a proporre una interpretazione per lo Studio Op.10 n.3: una metafora di un viaggio interiore da una età adolescenziale di sogni illimitati e perfetti – passando per alcuni eventi drammatici – fino a uno stadio successivo, in cui le stesse emozioni e sogni si manifestano necessariamente in modo differente, esibendo le cicatrici di quegli eventi traumatici. In questo

**Figura 8:** Op.10 n.3, seconda sezione – Episodio di transizione (dissipazione).

**Figura 9:** Op.10 n.3 – terza sezione – Fase ordinata con difetti (cristallo blu con macchie rosse).

schema, la sezione centrale dello studio, che sembrò così disturbante ai contemporanei di Chopin, gioca un ruolo cruciale, celato sotto un'apparente motivazione tecnica.

Come passo finale nel nostro ragionamento, possiamo chiederci in che modo la struttura matematica associata a specifici processi fisici possa avere a che fare con le nostre emozioni (intese come stati della dinamica cerebrale). Una possibile risposta è che le forme musicali sono capaci di eccitare strutture ordinate già presenti nel nostro cervello (esperienza estetica), che hanno una loro dinamica caratteristica. L'ipotesi più semplice è quella che i processi fisici associati alla musica ab-

biano una corrispondenza diretta con quelli che avvengono nel cervello: in questo senso la musica sarebbe niente altro che una rappresentazione della fisica delle emozioni.

**Allegro sostenuto**

**Figura 10:** Op.25 n.1, battute iniziali. Stati coerenti – dinamica imperturbata.

**Figura 11:** Op.25 n.1, battute 32-35. Stati coerenti - dinamica perturbata (squeezing).

## 4. Op.25 n.1 – Stati coerenti

Questo studio è noto come “Arpa Eolia”, dal racconto lasciatoci da Robert Schumann, che lo ascoltò eseguito dall’autore:

"S'immagini un'arpa eolia che abbia tutte le gamme sonore e che la mano d'un artista le mescoli in ogni sorta d'arabeschi fantastici, in modo però da udire sempre un suono grave fondamentale e una morbida nota alta; s'avrà così press'apoco un'immagine del modo di sonare di Chopin.

...

Sbaglierebbe chi pensasse ch'egli facesse udire chiaramente ognuna delle piccole note; si sentiva piuttosto un'ondulazione dell'accordo in la bemolle maggiore, rinnovato di tempo in tempo dal pedale, ma attraverso le armonie si distinguevano melodie dai suoni ampi,

meravigliosi; una volta sola, a metà del pezzo, si sentiva chiara fra gli accordi una voce di tenore, insieme al canto principale. Finito lo studio, si prova l'impressione di chi si vede sfuggire una beata immagine apparsa in sogno e che, già mezzo sveglio, vorrebbe ancora trattenere."

L'aspetto tecnico considerato in questo Studio è costituito dagli arpeggi, che però sono trattati in modo differente rispetto ad altri Studi sullo stesso soggetto (p.es Op.10 n.1 and n.11, Op.25 n.12). Qui gli arpeggi sono sviluppati in modo compatto attorno ad una nota (superiore o inferiore) e le note interne sono scritte in caratteri piccoli con l'intenzione, come testimoniato da Schumann, di dare a queste (piccole) note solo la funzione di colore – un'anticipazione delle trame impressionistiche come per esempio in Debussy. Questo è ben visibile in Fig.10 dove sono mostrate le prime battute del pezzo.

## Box 2. Stati coerenti

In Meccanica Quantistica vale la relazione di incertezza di Heisenberg per due osservabili coniugate  $A$  e  $B$ , non commutanti tra loro:  $\Delta A \Delta B \geq \frac{\hbar}{2}$ . Esempi tipici sono le coppie posizione–momento e tempo–energia. Gli stati coerenti sono particolari stati quantistici che minimizzano la relazione di Heisenberg. Nel caso di posizione e momento si ha

$$\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

Gli stati **coerenti** sono gli stati quantistici che approssimano meglio i corrispondenti stati classici.

Gli stati **squeezed** (coerenti) sono stati per cui vale ancora la relazione (1) ma con  $\Delta x \neq \Delta p$ , in pratica l'incertezza in una variabile viene spremuta, con corrispondente aumento della incertezza nella variabile coniugata, in modo che l'equazione (1) continui a valere.

Esempi di stati **coerenti** e **squeezed**: In Fig.12 è riportata la funzione di Wigner per uno stato coerente e in Fig.13 quella per uno stato squeezed coerente.

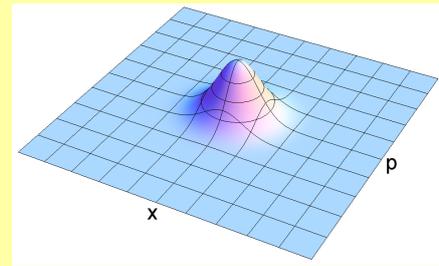


Figura 12: Stato coerente

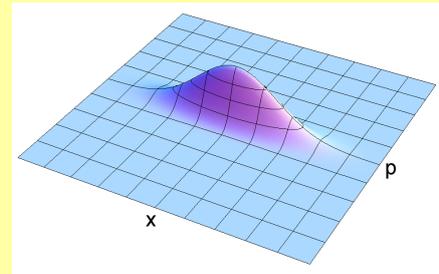


Figura 13: Stato squeezed

Il peculiare effetto sonoro di questa scrittura è quello di gocce con una struttura interna indefinita. Per un fisico è naturale pensare a questi oggetti sonori in termini di stati coerenti (vedi Box 2), con una forma (macroscopica) ben definita e un contenuto (microscopico) di particelle non definito e fluttuante, come dettato dalla relazione di incertezza fase–numero:

$$\Delta n \Delta \phi \geq \frac{1}{2} \quad (2)$$

È importante nuovamente sottolineare che una tale immagine suggestiva debba essere applicata a livello della percezione piuttosto che a quello relativo allo spartito musicale. Il significato della Eq.(2) è pertanto il seguente: la percezione dettagliata della struttura interna (note piccole) dell'arpeggio non è compatibile con quella dell'insieme.

Lo studio inizialmente procede in una maniera piuttosto uniforme, in una atmosfera estatica, come riportato nel racconto di Schumann: abbiamo quindi stati coerenti che evolvono secondo una dinamica libera e non perturbata, nella prima parte del pezzo (Fig.10).

Successivamente, però, una serie di modula-

zioni produce una dinamica perturbata, generata dai gradienti nell'armonia (potenziale) con conseguente deformazione degli stati coerenti (squeezing): questo è visibile in Fig.11 nella alterata struttura ritmica degli arpeggi alla mano sinistra (pentagramma inferiore).

L'idea della linea di basso che agisce come una specie di potenziale è ulteriormente supportata dall'analisi del passaggio alle battute 22-25 (Fig.14): qui la voce superiore si muove per due volte su e giù partendo dal Mi, e solo la terza volta è capace di raggiungere il Fa $\sharp$  da dove poi procede. Questo movimento è accompagnato da un cambiamento progressivo nell'armonia, che solo alla battuta 24 fornisce sufficiente energia per allontanarsi dall'attrattore Mi. Questa dinamica è simile al comportamento di una particella in una buca di potenziale: se mossa dalla posizione di equilibrio, inevitabilmente tornerà indietro a meno che non venga fornita sufficiente energia a scavalcare la barriera. In qualche modo, possiamo quindi considerare questo passaggio come una sorta di trappola armonica.

Verso la fine, la dinamica si rilassa nuovamente e, come in un sogno, il quadro tende a svanire.

**Figura 14:** Op.25 n.1, battute 22-24. “Trappola armonica”: la voce superiore non può raggiungere il Fa# finchè una energia sufficiente non è generata dai gradienti armonici.

**Figura 15:** Op.25 n.1, battute finali. Stati coerenti – Decoerenza ed evaporazione.

È molto interessante osservare quello che accade nelle battute finali 44-49 (vedi Fig.15): il Lab basso alla battuta 44 “apre” gli arpeggi finora chiusi, in un arpeggio che si estende a tutta la tastiera e infine dissipa l’energia residua nel trillo finale. Questo processo può essere associato alla decoerenza ed evaporazione degli stati coerenti.

## 5. Op.10 n.1 – Spirali frattali

È uno tra i più celebri e più ostici di tutti gli Studi di Chopin. La principale difficoltà nasce dal continuo movimento di estensione e contrazione della mano destra nell’eseguire i rapidi arpeggi

che coprono tutta la tastiera. Lo stesso Chopin diceva ad una sua allieva: “Questo Studio vi farà del bene. Se lo studiate come io l’intendo, vi allargherà la mano e vi darà una gamma di accordi, come dei colpi d’arco. Ma spesso, ahimè, invece d’insegnare tutto ciò, lo fa disimparare”.

È stata notata una profonda analogia strutturale con il Preludio n.1 del “Clavicembalo ben Temperato” di J.S. Bach a cui anche idealmente si rifà come primo pezzo della serie: l’Op.10 n.1 può essere visto come una sorta di manifesto del pianismo romantico.

L’effetto dirompente della rapida sequenza di note degli arpeggi richiama alla mente il movimento di un fluido, da cui il nome “la cascata” (vedi Sez.2). Huneker [14] associa gli arpeggi di

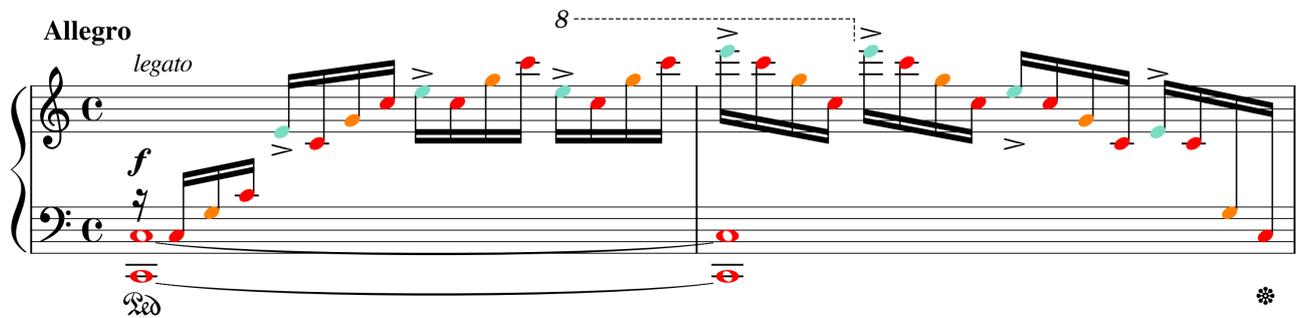


Figura 16: Op.10 n.1 – battute iniziali.

### Box 3. I frattali

I **frattali** sono particolari strutture geometriche ottenute tramite (infinite) iterazioni di operazioni elementari a partire da un elemento iniziale. Il nome deriva dal latino *fractus* ed è riferito alla dimensionalità non intera di queste figure.

La caratteristica più evidente dei frattali è costituita dalla auto-similarità: si ritrova la stessa struttura a qualunque scala l'oggetto venga osservato.

Strutture di questo tipo sono ubiquie in natura: alberi, foglie, nuvole, montagne mostrano tutti caratteristiche frattali. In fisica, gli attrattori di alcuni sistemi dinamici esibiscono una struttura frattale e sono perciò detti attrattori strani.

In Fig.17 sono riportate le prime quattro iterazioni del frattale noto come Koch Snowflake. In verde il segmento che, ad ogni passo, viene rimosso e rimpiazzato da due segmenti contigui.

Il frattale che, con un pò di immaginazione, può essere associato allo Studio op.10 n.1 è una spirale frattale (Fig.18) dove ogni spirale piccola rappresenta l'arpeggio elementare e quella grande l'arpeggio completo (vedi testo).

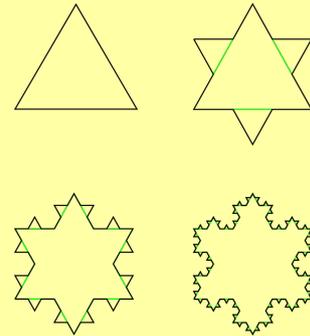


Figura 17: Fiocco di neve

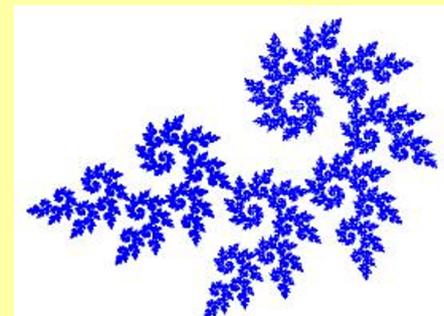


Figura 18: Spirale frattale

questo pezzo alle fantasmagoriche scale dipinte da Giambattista Piranesi, sottolineando l'effetto ipnotico che esercitano sull'ascoltatore.

Osservando la struttura degli arpeggi (Fig.16), si può notare come i vari intervalli costituenti l'arpeggio (Do-Sol, Do-Mi, Sol-Do, etc.) appaiano più volte a diverse scale lungo le 16 note che costituiscono l'arpeggio ascendente<sup>4</sup>, e analogamente per l'arpeggio discendente. È quindi presente una struttura self-similare, analoga a

<sup>4</sup>Per esempio, l'intervallo Do-Mi appare 20 volte nell'arpeggio ascendente.

quella che si ritrova nei frattali (vedi Box 3)<sup>5</sup>. È interessante notare come il rumore di una cascata (composta da gocce di acqua di tutte le dimensioni) sia un classico esempio di rumore frattale.

Se l'effetto della parte ascendente dell'arpeggio è quello di una caduta, il ritorno viene avver-

<sup>5</sup>Anche se la struttura ha dimensione limitata (16 note), l'effetto di un continuo è generato a livello della percezione, in modo analogo a come "vediamo" infinitamente dettagliate le immagini dei frattali in Figg.17 e 18.



vista, l'utilizzo nella nostra analisi di concetti propri della fisica quantistica trova riscontro nella descrizione quantistica di alcuni aspetti della dinamica cerebrale (coscienza) come proposto in Reff.[22, 23].

A conclusione, come ulteriore elemento sulla peculiarità della musica di Chopin, riportiamo un brano dal recente libro "Anelli nell'io" di Douglas Hofstadter [24]. L'autore ricorda una conversazione con la madre avvenuta qualche tempo dopo la morte del padre Richard Hofstadter (premio Nobel per la Fisica nel 1961):

"In soggiorno abbiamo un volume con gli Studi per pianoforte di Chopin. Tutte quelle pagine sono soltanto pezzi di carta con delle tracce scure qui e là, bidimensionali, piatti e ripiegabili proprio come la fotografia di papà - eppure pensa al potente effetto che hanno avuto su tante persone in tutto il mondo negli ultimi 150 anni. Grazie a quei segni neri su quei piatti fogli di carta, migliaia e migliaia di persone hanno trascorso complessivamente milioni di ore muovendo le dita sui tasti del pianoforte in complicate configurazioni, producendo suoni in grado di dar loro un piacere indescrivibile e il senso di un messaggio profondo. Quei pianisti, a loro volta, hanno trasmesso a molti milioni di ascoltatori, tra cui te e me, le intense emozioni che si dibattevano nel cuore di Fryderyk Chopin, consentendo così a tutti noi un qualche parziale accesso all'interiorità di Chopin - all'esperienza di vivere nella mente, o meglio nell'anima di Fryderyk Chopin.

I segni su quei fogli di carta non sono niente di meno che schegge d'anima - resti sparsi dell'anima dispersa di Fryderyk Chopin. Ognuna di quelle strane geometrie di note ha il potere straordinario di riportare in vita, dentro i nostri cervelli, qualche minuscolo frammento delle esperienze interiori di un altro essere umano - le sue sofferenze, le sue gioie, le sue più profonde passioni e tensioni - e così sappiamo, almeno in parte, che cosa si provava a essere quell'essere umano, e molti nutrono per lui un

amore intenso.

In modo altrettanto potente, guardare quella fotografia di papà riporta, a noi che lo conoscevamo intimamente, la nitida memoria del suo sorriso e della sua gentilezza, attiva dentro i nostri cervelli viventi alcune delle rappresentazioni più centrali che di lui sopravvivono in noi, fa sì che piccoli frammenti della sua anima danzino ancora, sia pure in cervelli diversi dal suo. Come le note sullo spartito di uno studio di Chopin, quella fotografia è una scheggia d'anima di qualcuno che se ne è andato, ed è qualcosa di cui dovremmo fare tesoro finché viviamo."

## 7. Il codice dei colori di Scriabin nella notazione musicale

In questa appendice presentiamo una implementazione del codice colori/suoni di Scriabin negli spartiti musicali, utile per una migliore visualizzazione delle strutture armoniche negli studi sopra descritti. Inoltre, questi spartiti colorati possono essere usati per scopi didattici o semplicemente per una più agevole lettura della musica.

L'idea di associare colori e suoni è molto antica, risalente all'antica Grecia o anche prima. Isaac Newton propose una corrispondenza quantitativa tra i colori dello spettro della luce solare e le sette note della scala diatonica, come descritto nel trattato "Optica" (vedi Fig.20):

"Ho trovato che queste osservazioni concordano abbastanza bene con un'altra, e che le rette parallele  $MG$  ed  $FA$  sono divise dalle suddette linee verticali allo stesso modo delle note musicali. Consideriamo la retta  $GM$  in relazione a  $X$ , e poniamo che  $MX$  sia uguale a  $GM$ , quindi consideriamo che le rette  $GX$ ,  $\lambda X$ ,  $\iota X$ ,  $\eta X$ ,  $\epsilon X$ ,  $\gamma X$ ,  $\alpha X$ ,  $MX$  siano tra loro in proporzione come i numeri,  $1, 8/9, 5/6, 3/4, 2/3, 3/5, 9/16, 1/2$ . In questo modo verranno rappresentati

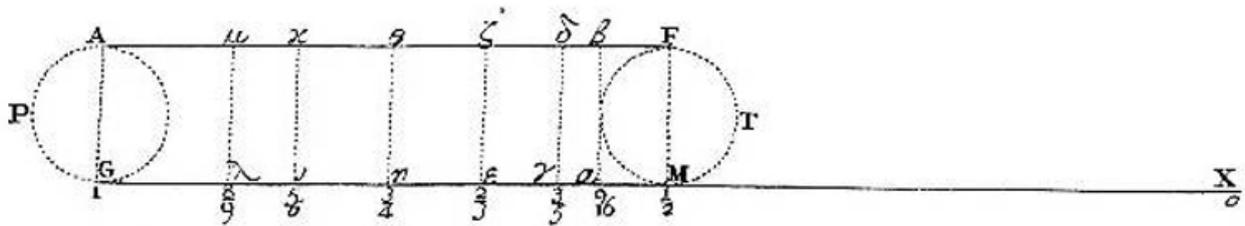


Figura 20: La corrispondenza suoni-colori di I. Newton.

l'intervallo di unisono, il tono, la terza minore, la quarta, la quinta, la sesta maggiore, la settima e l'ottava superiore: allo stesso modo gli intervalli  $M\alpha$ ,  $\alpha\gamma$ ,  $\gamma\epsilon$ ,  $\epsilon\eta$ ,  $\eta\iota$ ,  $\iota\lambda$ , e  $\lambda G$ , indicheranno gli spazi occupati dai rispettivi colori (rosso, arancio, giallo, verde, blu, indaco, violetto)".

Più tardi, uno schema di colori basato sul circolo delle quinte fu proposto da Alexander Scriabin [26, 27], che sosteneva di avere esperienze sinestetiche, ossia di visualizzare colori durante l'ascolto di suoni. Lo schema è riportato in Fig. 21: vediamo che colori simili sono associati, per una data tonalità, al quarto e quinto grado della scala, mentre toni distanti hanno colori differenti.

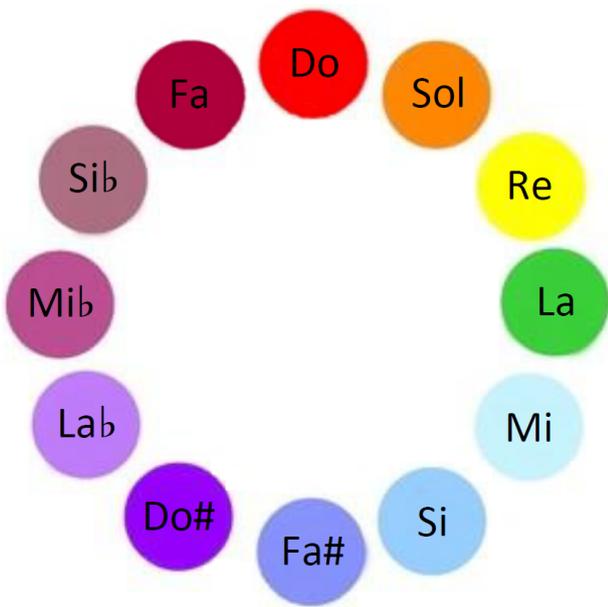


Figura 21: Colori associati da Scriabin ai suoni secondo il circolo delle quinte. Le identità enarmoniche sono sottintese ( $Fa\sharp = Sol\flat$ ,  $Do\sharp = Re\flat$ , etc.).

È chiaro come questo schema fornisca solo i valori relativi per i colori, laddove quelli assoluti sembrano essere arbitrari (per esempio il rosso per il Do). Per Scriabin questa corrispondenza

aveva un significato preciso ed elaborò una complessa simbologia a riguardo, per esempio: Do (rosso) – Volontà umana; Re (giallo) – Felicità; Mi (blu chiaro/verde) – Sogno; Fa (rosso scuro) – Creatività; La (verde) – Materia; Si (blu) – Contemplazione.

Se si accetta questa corrispondenza, allora è interessante cercare di visualizzarla direttamente sugli spartiti. Questo si può fare in maniera relativamente agevole per mezzo del *software open source* MuseScore (ma anche in altri modi, per esempio tramite  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ - Lilypond). Il risultato è mostrato in Figg. 22 e 23:

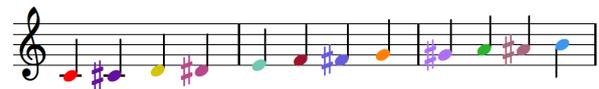


Figura 22: Realizzazione del codice di colori di Scriabin: scala cromatica.

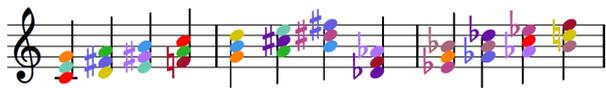


Figura 23: Realizzazione del codice di colori di Scriabin: triadi maggiori.

Si noti come la aggiunta dei colori conferisca alla notazione un carattere assoluto e locale, a differenza della usuale notazione musicale, che richiede una interpretazione di una nota in una data posizione in termini delle alterazioni fisse e transitorie. Inoltre, la semplificazione è evidente nel caso delle enarmonie e di note molto alte o molto basse rispetto al pentagramma (con molti tagli aggiuntivi) che sono di difficile lettura. Queste caratteristiche rendono gli spartiti colorati un utile strumento didattico. Nel contesto del presente lavoro, l'aspetto interessante è costituito dalla possibilità di apprezzare le transizioni armoniche su una scala più larga di quella relati-

va alle singole note, e cioè per gruppi di battute o intere sezioni.



- [1] M.Blasone, *A Physicist's view on Chopin's Etudes*, Eur. Phys. J. Special Topics 226 (2017) 2715.
- [2] J.Fauvel, R.Flood and R.Wilson (Eds.), *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford Univ. Press (2006).
- [3] D.R.Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*, Basic Books, (1999).
- [4] A.Frova, *Fisica nella musica*, Zanichelli (1999).
- [5] I. Xenakis, *Musica Architettura*, Spirali (2003).
- [6] H.J.Brothers, *The Nature of Fractal Music*, in M.Frame and N.Cohen (Eds.) Benoit Mandelbrot: A Life in Many Dimensions, World Scientific (2015).
- [7] H.Neuhaus, *The Art of Piano Playing*, Kahn & Averill (2015).
- [8] L.B.Meyer, *Emotion and Meaning in Music*, Univ. of Chicago Press, (1956).
- [9] G.Lakoff and M.Johnson, *Metaphors we live by*, University of Chicago Press, (1980).
- [10] V.Weisskopf in *The Birth of Particle Physics*, Ed. by L.M.Brown and L.Hoddeson, Cambridge University Press, (1986).
- [11] G.Belotti, *Chopin*, EDT, (1984).
- [12] L.Kentner, *Piano*, Collection Yehudi Menuhin, Hatier, (1978).
- [13] M.Majchrzak, *Diversity of the Tonal Structure of Chopin's Etudes*, British Postgraduate Musicology 10 (2009) M1.
- [14] J.Huneker, *Chopin: the man and his music*, William Reeves, London (1901).
- [15] A.Schoenberg, *Theory of Harmony*, Univ. of California Press: 100th anniversary edition, (2010).
- [16] F.J.Budden, *The Fascination of Groups*, Cambridge Univ. Press (1972).
- [17] G.J.Balzano, *The Group-Theoretic Description of 12-Fold and Microtonal Pitch Systems*, Computer Music Journal 4 (1980) 66.
- [18] M.G.Bergomi, R.D.Jadanza, A.Portaluri, *Una geometrizzazione dello spazio degli accordi*, Ithaca: Viaggio nella Scienza (2014) 33.
- [19] M.Blasone, P.Jizba and G.Vitiello, *Quantum Field Theory and Its Macroscopic Manifestations*, Imperial College Press (2011).
- [20] T.W.B.Kibble, *Some implications of a cosmological phase transition*, Phys.Rep.67 (1980) 183.  
W.H.Zurek, *Cosmological experiments in superfluid helium?* Nature 317 (1985) 505.
- [21] B.J.Gruber, *Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems*, Sitz. Öst. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl., Abt. II 214 (2005) 43; 215 (2006) 45; 217 (2008) 13.
- [22] G.Vitiello, *My Double Unveiled: The Dissipative Quantum Model of Brain*, John Benjamins Publ. (2001).
- [23] R.Penrose, *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*, Oxford Univ. Press (2016).
- [24] D.Hofstadter, *Anelli nell'io. Che cosa c'è al cuore della coscienza?*, Mondadori (2010).
- [25] I.Newton, *Opticks: or, A Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light* (1704).
- [26] L.Verdi, *Kandinskij e Skrjabin. Realtà e Utopia nella Russia pre-rivoluzionaria*, Akademos & Lim (1996).
- [27] F.Balducci, *Musica dell'apocalisse: la rivoluzione di Scriabin*, Simplicissimus Book Farm (2013).



**Massimo Blasone:** è Professore Associato di Fisica Teorica presso l'Università di Salerno. Si occupa di aspetti fondamentali delle teorie quantistiche. È diplomato in pianoforte.