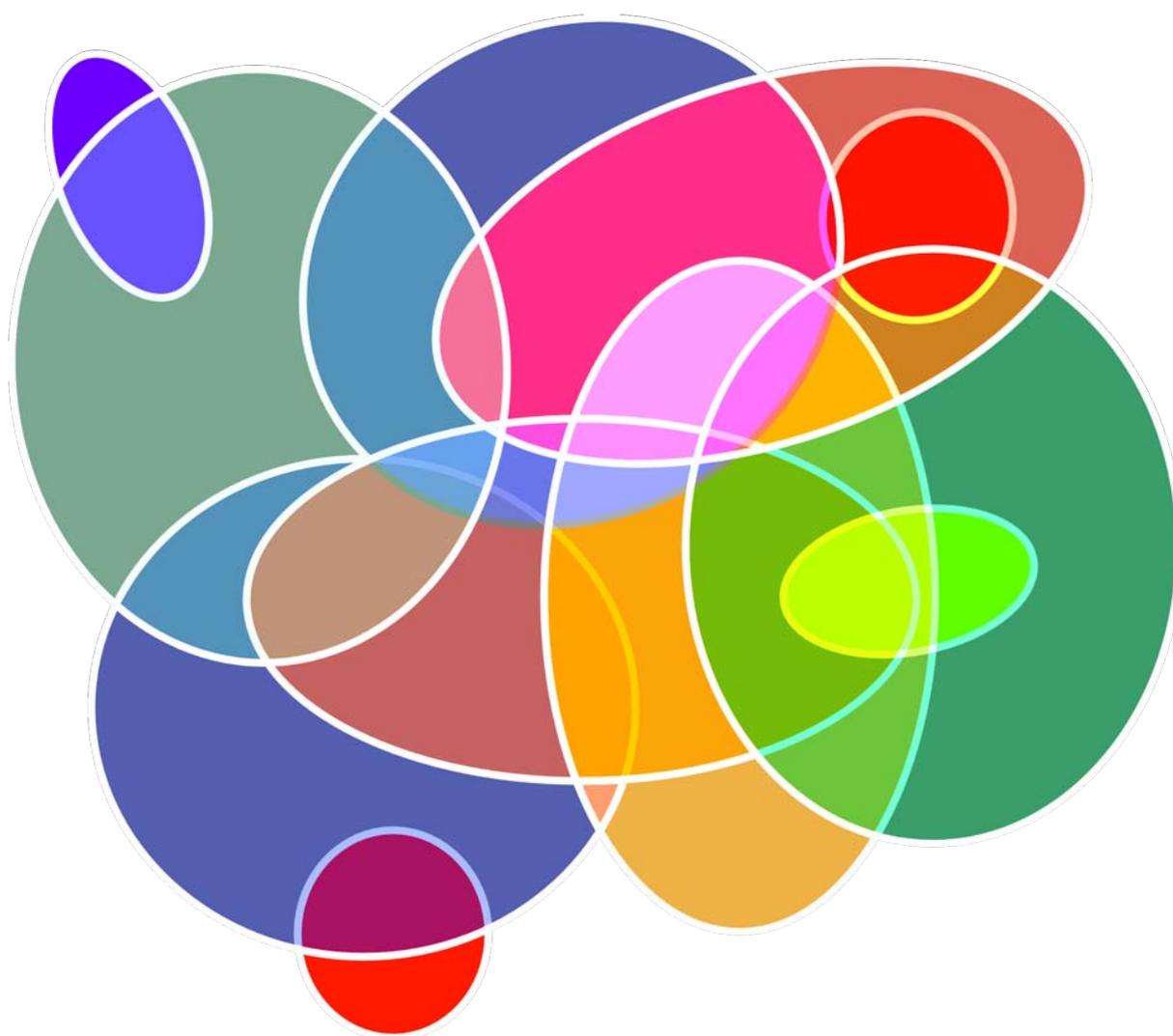


Numero XII
Anno 2018



Viaggio nella Scienza

Ithaca



Gravità

Ithaca: Viaggio nella Scienza

Una pubblicazione del Dipartimento di Matematica e Fisica “Ennio De Giorgi” dell’Università del Salento.

Registrazione presso il Tribunale di Lecce n. 6 del 30 Aprile 2013.
e-ISSN: 2282-8079

Direttore Responsabile
Luigi Spedicato.

Ideatore
Giampaolo Co’.

Comitato di Redazione
Adriano Barra,
Rocco Chirivì,
Paolo Ciafaloni,
Maria Luisa De Giorgi,
Vincenzo Flaminio,
Luigi Martina,
Giuseppe Maruccio,
Marco Mazzeo,
Francesco Paparella,
Carlo Sempi.

Segreteria di Redazione
Daniela Dell’Anna.

© 2013-2017 Dipartimento di Matematica e Fisica “*Ennio de Giorgi*”.

© 2017 per i singoli articoli dei rispettivi autori.

Il materiale di questa pubblicazione può essere riprodotto nei limiti stabiliti dalla licenza
“*Creative Commons Attribuzione – Condividi allo stesso modo 3.0 Italia*” (CC BY-SA 3.0 IT).

Per il testo della licenza: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/it/deed.it>

Ithaca: Viaggio nella Scienza
è disponibile sul sito:

<http://ithaca.unisalento.it/>

Scriveteci all’indirizzo:

ithaca@unisalento.it

- 3** In questo numero
- 5** Le onde gravitazionali nella fisica moderna
Maurizio Gasperini
- 23** La nascita dell'astronomia delle onde gravitazionali: Virgo e LIGO The birth of gravitational wave astronomy: Virgo and LIGO
Matteo Lorenzini, Shane L. Larson, Riccardo De Salvo
- 71** Il telescopio Einstein: l'osservatorio di onde gravitazionali di 3^a generazione. Einstein Telescope: the 3rd generation gravitational wave observatory
Michele Punturo
- 93** Da LISA Pathfinder a LISA: il primo osservatorio di onde gravitazionali dallo spazio
Daniele Vetrugno
- 107** Alla ricerca dei pianeti extrasolari
Francesco De Paolis, Achille Nucita, Gabriele Ingrosso, Francesco Strafella, Domenico Licchelli
- 117** La Materia Oscura
Marco Cirelli

- 129** Energia Oscura, il motore dell'Universo
Massimo Pietroni
- 135** La scoperta dell'espansione del cosmo Quando la
cosmologia cominciò a essere scienza
Silvio A. Bonometto e Marino Mezzetti
- 145** L'universo emergente della gravità quantistica
Daniele Oriti
- 161** Stringhe, Brane e (Super)Gravità
Augusto Sagnotti
- 183** Loop Quantum Gravity ed i buchi neri esplosivi
Simone Speziale
- 193** La Natura è naturale?
Paolo Ciafaloni
- La lezione mancata**
- 199** La formula di de Moivre – Stirling
Carlo Sempi

In questo numero

Per la seconda volta, dopo il numero V apparso nel marzo del 2015, *Ithaca* dedica un numero alla Gravità. Nei pochi anni trascorsi da allora, l'accumularsi di nuovi dati sperimentali ha profondamente rivoluzionato la nostra visione della Gravità e del Cosmo. L'identificazione di Onde Gravitazionali è il fatto più rilevante di questi ultimi anni, consacrato nel 2017 con l'assegnazione del premio Nobel a Rainer Weiss, Kip Thorne e Barry Barish. *Ithaca* si è già occupata delle Onde Gravitazionali pubblicando nel numero VII, del marzo 2016, un articolo di Paola Leaci che raccontava la loro scoperta fatta dai due rivelatori LIGO. Ma i progressi in questo settore sono stati così rapidi e pieni di conseguenze che abbiamo pensato di dedicare un intero numero alla Gravità.

Iniziamo occupandoci delle Onde Gravitazionali con quattro articoli. Un primo articolo, di Maurizio Gasperini, inquadra l'idea delle Onde Gravitazionali nell'ambito teorico della Relatività Generale formulata da Einstein. Gli interferometri LIGO e Virgo, responsabili dell'identificazione delle Onde Gravitazionali in tre diversi eventi, sono dettagliatamente descritti nell'articolo di Matteo Lorenzini, Shane Larson e Riccardo De Salvo. Il futuro dei rivelatori di Onde Gravitazionali a terra, il telescopio Einstein, è presentato nell'articolo di Michele Punturo, e nello spazio, il rivelatore LISA, da Daniele Vetrugno.

L'articolo di Francesco De Paolis, Achille Nucita, Gabriele Ingrosso, Francesco Strafella e Domenico Licchelli mette in evidenza come si possano utilizzare fenomeni previsti dalla Relatività Generale, ad esempio il *gravitational lensing*, per esplorare il cosmo e, nello specifico, per la ricerca di pianeti extrasolari.

Lo studio del cosmo è estremamente ricco di novità osservative che creano problemi nel nostro tentativo di avere una descrizione coerente della natura. Ci sono osservazioni incompatibili tra loro a meno di non ricorrere all'ipotesi che esista qualche cosa che non riusciamo a vedere, e per questo la denominiamo oscura. Alla materia oscura è dedicato l'articolo di Marco Cirelli, e all'energia oscura quello di Massimo Pietroni.

L'intreccio tra osservazione e spiegazione semplificata dei dati è così forte che capita a volte che dei dati vengano erroneamente interpretati per soddisfare un'idea. È quello che racconta l'articolo di Silvio Bonometto e Marino Mezzetti mettendo in evidenza come i dati sui quali Hubble basò la sua osservazione di un Universo in espansione furono erroneamente interpretati, anche se poi l'idea si rivelò corretta.

Dal punto di vista teorico la Gravità è l'interazione che crea problemi perché non si inserisce nel quadro interpretativo unificante della realtà fisica che ha assunto il nome di Modello Standard. Tutti i fenomeni che vengono osservati continuano a confermare la validità della Relatività Generale che non riesce a conciliarsi con l'altra grande teoria sviluppata nel XX secolo, la Meccanica Quantistica. La possibilità di formulare una teoria della gravità compatibile con la Meccanica Quantistica è, probabilmente, la maggiore sfida teorica della fisica contemporanea. In questo numero presentiamo due articoli che affrontano il problema da prospettive differenti. L'articolo di Daniele Oriti parla di Gravità Quantistica, la visione è quella di concepire la geometria dello spazio-tempo come l'ingrediente da quantizzare. Dall'altra parte c'è la visione della teoria delle stringhe, presentata nell'articolo

lo di Augusto Sagnotti, dove si parte da elementi fondamentali della materia, dette stringhe, per costruire una teoria della gravitazione in cui lo spazio-tempo accessibile alle nostre osservazioni nasconde dimensioni a noi non accessibili.

Il fatto che queste speculazioni teoriche possano avere riscontri osservativi è ben rappresentato dal caso messo in evidenza dall'articolo di Simone Speziale, dove le proprietà dei buchi neri sono discusse alla luce di possibili modifiche delle equazioni di Einstein.

Vista la proliferazione di teorie differenti, soprattutto quelle legate alla descrizione della Gravità, l'articolo di Paolo Ciafaloni propone, in maniera critica, la possibilità di usare un metodo per poter considerare la validità di teorie dell'Universo basandosi su vincoli che alcuni dati oggettivi sembrerebbero imporre e che cadono sotto il nome di *naturalezza*.

Il numero si chiude con la lezione mancata che questa volta è pensata per completare quella del precedente numero in cui veniva utilizzata l'espressione nota come formula di Stirling. In questa lezione Carlo Sempì dimostra come ottenere questa espressione, la cui denominazione corretta dovrebbe essere di *de Moivre–Stirling*.

Buona lettura,
il comitato di redazione

Le onde gravitazionali nella fisica moderna

Sembra che Einstein stesso, a un certo punto delle sue ricerche (nel 1936), abbia nutrito qualche dubbio sulla reale esistenza e sulla possibilità di rivelare sperimentalmente queste onde, e che abbia espresso tali dubbi in un articolo che lui stesso sottomise alla famosa rivista Physical Review. L'articolo, però, fu bocciato dal direttore della rivista, Howard Robinson, e non venne mai pubblicato. In seguito, anche Einstein cambiò idea ...

——— **Aneddoto riportato in un articolo di Faye Flam - Bloomberg, 16 Febbraio 2016**

Maurizio Gasperini

Dipartimento di Fisica, Università di Bari e INFN, Sezione di Bari, Italy

Una breve introduzione divulgativa alle onde gravitazionali, per rispondere a quelle domande che recentemente un vasto pubblico – non solo di addetti ai lavori – si sta ponendo: cosa sono, come si rivelano e, soprattutto, quale impatto ha avuto sulle moderne teorie fisiche la loro recente scoperta? I lettori interessati possono anche trovare alcuni semplici dettagli tecnici e approfondimenti nelle Appendici finali.

L'antefatto: la fusione di due buchi neri

Partiamo con l'antefatto: molto tempo fa, in una lontana e sperduta regione del nostro Universo, due corpi celesti molto pesanti e compatti (due "buchi neri"), si sono venuti a trovare a distanza ravvicinata, si sono attratti gravitazionalmente e si sono fusi insieme. Cosa sono i buchi neri? sono

corpi il cui campo di gravità è così forte che nulla, nemmeno la luce, riesce a sfuggirgli (e quindi la loro superficie ci appare completamente nera, opaca).

Molto tempo dopo, ovvero più di un miliardo di anni dopo, e precisamente l'11 febbraio 2016, i fisici che lavorano al progetto LIGO annunciano [1] di aver ricevuto e misurato le onde gravitazionali emesse dalla fusione di quei due buchi neri.

Perché tanto tempo dopo? Perché il processo di fusione e di emissione delle onde si è svolto (fortunatamente) a tale distanza dalla Terra che le onde hanno impiegato più di un miliardo di anni per raggiungerci. Fortunatamente perché, con la distanza, la loro intensità si è attenuata: se quell'evento si fosse verificato più vicino a noi, forse adesso non saremmo qui a parlarne!

La rivelazione di tali onde ci porta inevitabilmente ad affrontare una serie di interessanti domande, che ora enunceremo, e alle

Cosa sono le onde gravitazionali?

Sono oscillazioni molto rapide della forza di gravità. Si propagano con la velocità della luce, e trasmettono l'informazione di come il campo gravitazionale di una sorgente cambia nel tempo.

quali cercheremo di dare semplici, ma precise, risposte.

La prima domanda è abbastanza scontata.

1. Cosa sono le onde gravitazionali?

La risposta è riportata nel primo riquadro di questa pagina.

Tale risposta è molto semplice, e ci fa pensare subito alla possibilità di una stretta analogia tra onde gravitazionali (oscillazioni del campo gravitazionale) e onde elettromagnetiche (oscillazioni del campo elettromagnetico). Tale analogia in effetti esiste, ma è meno stringente di quanto potremmo immaginare: ci sono profonde differenze tra i due tipi di onde, dovute al fatto che l'interazione gravitazionale ammette – al contrario di quella elettromagnetica – una importante interpretazione geometrica.

Nella teoria della relatività generale, infatti, la forza di gravità si può rappresentare geometricamente come un effetto della curvatura dello spazio (si veda Fig. 1.) Ma se valgono le relazioni

onde ↔ oscillazioni della forza

e inoltre

forza gravitazionale ↔ curvatura dello spazio

ne consegue immediatamente che

onde gravitazionali ↔ oscillazioni dello spazio

Quando il campo di gravità cambia, la forza cambia, e lo spazio si mette a vibrare!

Questa interpretazione geometrica delle onde gravitazionali come oscillazioni della geometria spazio-temporale verrà brevemente illustrata, con qualche dettaglio tecnico, nelle Appendici 1 e 2. Nella presente Sezione ci limiteremo a riassumere in modo qualitativo alcune conseguenze fisiche di questa interpretazione geometrica,

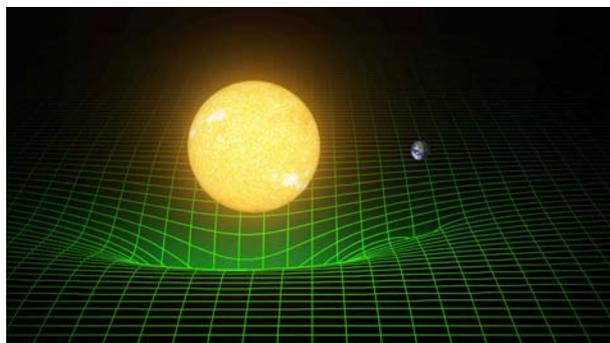


Figura 1: La presenza di massa (più in generale, di qualunque forma di energia) distorce la geometria euclidea dello spazio vuoto, producendo curvatura in accordo alle equazioni di Einstein.

sottolineando le principali differenze tra onde elettromagnetiche (e.m.) e gravitazionali.

Va detto innanzitutto che, così come le onde e.m. sono prodotte dal moto accelerato di cariche elettriche, le onde gravitazionali sono prodotte dal moto accelerato delle masse. Per descrivere la radiazione e.m. emessa da un sistema di cariche è però sufficiente, in prima approssimazione, considerare l'andamento temporale del momento di dipolo totale del sistema. Nel caso delle onde gravitazionali, invece, ciò non è possibile.

Prendiamo ad esempio un sistema isolato composto da un numero finito di cariche elettriche puntiformi, che si muovono con velocità non relativistiche. Il momento di dipolo elettrico del sistema si ottiene moltiplicando ciascuna carica q_i per il corrispondente vettore posizione \vec{r}_i , e sommando vettorialmente tutti i contributi,

$$\vec{d}_{\text{el}} = \sum_i q_i \vec{r}_i .$$

Se la derivata temporale seconda di questo vettore è diversa da zero il sistema emette radiazione verso l'esterno, con una potenza (energia per unità di tempo) che è data dalla ben nota formula di Larmor.

Ripetiamo ora la stessa procedura per un sistema isolato di masse puntiformi non relativistiche,

e calcoliamo l'analogo vettore di "dipolo gravitazionale", sommando vettorialmente i prodotti delle singole masse m_i per le corrispondenti posizioni \vec{r}_i . Il vettore così ottenuto rappresenta (nell'approssimazione non relativistica) il vettore posizione del baricentro \vec{R} , moltiplicato per la massa totale del sistema M :

$$\vec{d}_{gr} = \sum_i m_i \vec{r}_i = M \vec{R} .$$

Ma per un sistema isolato il baricentro si muove di moto rettilineo e uniforme! Quindi la derivata temporale seconda del suo vettore posizione è nulla, e quindi non esiste l'analogo gravitazionale della radiazione di dipolo elettromagnetica (si veda anche l'Appendice 2).

Come è illustrato nell'Appendice 2, all'emissione di onde gravitazionali contribuiscono, anche in prima approssimazione, non solo le variazioni nel tempo delle velocità ma anche *le variazioni nel tempo delle accelerazioni*, che devono essere distribuite in modo sufficientemente "asimmetrico" rispetto al centro del sistema. In termini più tecnici, l'emissione di onde gravitazionali da parte di un sistema fisico isolato è controllata, in prima approssimazione, dal momento di quadrupolo Q_{ij} del sistema, che deve essere diverso da zero, $Q_{ij} \neq 0$, e che deve variare nel tempo in modo da avere derivata temporale terza diversa da zero,

$$\frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \equiv \ddot{\ddot{Q}}_{ij} \neq 0 .$$

Ancora: le onde gravitazionali, come è discusso nell'Appendice 1, sono caratterizzate da una elicità che è esattamente il doppio di quella delle onde e.m. . L'elicità ϵ è la proiezione, lungo la direzione di propagazione $\vec{p}/|\vec{p}|$, del momento angolare intrinseco \vec{s} trasportato dall'onda

$$\epsilon = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} .$$

Questa proprietà riguarda gli aspetti "classici" della radiazione gravitazionale, ma ha una importante conseguenza quando tale radiazione viene "quantizzata", e descritta come un flusso discreto di particelle di massa nulla e di spin (ossia, momento angolare intrinseco) che risulta multiplo intero della costante di Planck \hbar . L'elicità classica dell'onda gravitazionale implica

infatti che i suoi quanti – i cosiddetti gravitoni – abbiano spin $s = 2$ (in unità di Planck) anziché $s = 1$ come i fotoni. Da un punto di vista quantistico la forza gravitazionale si può quindi pensare come prodotta dallo scambio di particelle di spin 2 e massa zero.

Questo particolare aspetto della forza gravitazionale implica che, per descrivere il campo di gravità a livello classico, sia necessario introdurre un oggetto chiamato "tensore simmetrico di rango due", rappresentato da una matrice simmetrica 4×4 le cui 10 componenti indipendenti descrivono la geometria dello spazio e del tempo. Per descrivere il campo e.m., invece, bastano solo le 4 componenti indipendenti del potenziale vettore e del potenziale scalare (che, combinate insieme, formano il cosiddetto "quadrivettore potenziale").

È importante osservare che queste due differenti descrizioni della gravità e dell'elettromagnetismo non sono arbitrari aspetti "formali" delle due teorie, ma sono associate a importanti differenze fisiche tra le due interazioni. Per esempio, al fatto che le forze che agiscono tra masse in moto risultano assai diverse dalle forze tra cariche in moto. Ma anche nel limite statico, dove le forze sembrano molto simili (variano entrambe con l'inverso del quadrato della distanza), le differenze sono evidenti: la forza dovuta a un campo tensoriale, come quella gravitazionale, produce attrazione tra due masse uguali, mentre la forza dovuta a un campo vettoriale, come quello elettrico, produce repulsione tra due cariche uguali!

Va infine sottolineata, da un punto di vista "pratico", l'estrema debolezza delle onde gravitazionali rispetto a quelle elettromagnetiche. Per averne un'idea concreta possiamo calcolare la potenza (ossia l'energia per unità di tempo) della radiazione emessa da una massa che oscilla in modo armonico con velocità non relativistica.

In prima approssimazione troviamo che la potenza irradiata è proporzionale alla massa al quadrato, all'ampiezza di oscillazione alla quarta, e alla frequenza alla sesta (si veda l'Appendice 2). La costante di proporzionalità, però, è la costante di Newton diviso la quinta potenza della velocità della luce! Un numero troppo piccolo perché le sorgenti di onde gravitazionali costruite in laboratorio possano dar luogo a un segnale

Come possiamo immaginare un'onda gravitazionale?

Come un terremoto! Con la differenza che, per un terremoto, è la massa della Terra che vibra; per un'onda gravitazionale, invece, è lo spazio stesso che vibra, anche se vuoto.

rivelabile.

L'esempio fatto suggerisce che per avere un flusso di onde gravitazionali sufficientemente intenso, capace di produrre un segnale nelle antenne che attualmente abbiamo a disposizione, dobbiamo considerare sorgenti di grandi masse e grandi dimensioni come quelle disponibili in un contesto astrofisico – e, in particolare, come i buchi neri di cui abbiamo parlato all'inizio di questo articolo.

2. Come possiamo immaginarci, e come agisce, un'onda gravitazionale?

Per i loro effetti macroscopici possiamo immaginare le onde gravitazionali come le onde d'urto di un terremoto che mettono in vibrazione tutta la materia presente al loro passaggio. Si tratta, però, di un terremoto "geometrico", perché è lo spazio stesso che vibra, anche se vuoto. Le masse si mettono a oscillare al passaggio di un'onda perché seguono le oscillazioni della geometria nella quale sono immerse.

Questi effetti dell'onda sulle masse (si veda l'Appendice 3 per una discussione più dettagliata) ci fanno immediatamente capire che i rivelatori di queste onde (le cosiddette "antenne gravitazionali") devono funzionare come una specie di sismografi. Ossia, devono mettere in evidenza il movimento delle masse al passaggio dell'onda. Ma se il meccanismo di rivelazione è così semplice, perché è risultato così difficile, fino ad oggi la rivelazione di queste onde?

La risposta è fornita dall'intensità di queste onde che, in media è estremamente debole (si veda la discussione alla fine dell'Appendice 2). Il pennino di un sismografo geofisico registra spostamenti di qualche millimetro o qualche centimetro. L'antenna gravitazionale, invece, deve registrare spostamenti anche più piccoli del nucleo di un atomo! Nel caso menzionato all'inizio

di questo articolo, ad esempio, il rivelatore LIGO ha misurato spostamenti dell'ordine di 10^{-16} cm [1].

Per misurare spostamenti così piccoli vengono usati, attualmente, degli interferometri a raggi laser con bracci lunghissimi. Gli interferometri di LIGO, ad esempio, hanno bracci lunghi 4 km. Ma per avere rivelatori ancora più sensibili si sta progettando di realizzare un interferometro spaziale (LISA) costituito da tre navicelle che, poste in orbita intorno al Sole, darebbero vita a uno strumento con bracci effettivi lunghi 5 milioni di km (si veda la Fig. 2).

Per una presentazione più dettagliata di queste antenne interferometriche e del loro funzionamento rimandiamo il lettore ad altri articoli contenuti in questo numero di Ithaca dedicato alla gravitazione.

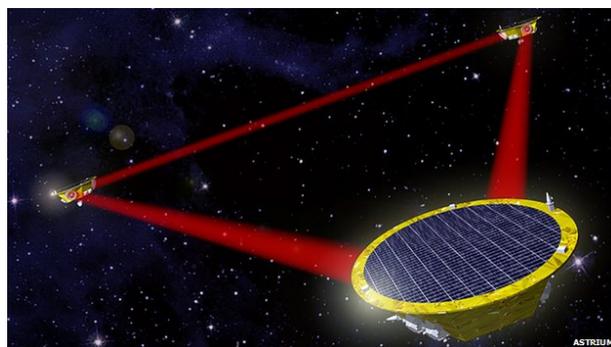


Figura 2: L'interferometro spaziale LISA, progetto della NASA e dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA).

3. Che implicazioni ha per la fisica la rivelazione diretta di queste onde?

Prima di rispondere a questa domanda ricordiamo che si era già avuta in passato una conferma sperimentale (se pur indiretta) dell'esistenza delle onde gravitazionali, ottenuta studiando il periodo di rotazione dei sistemi stellari binari [2]. Come verificato dalle accurate osservazioni

Una conferma sperimentale diretta dell'esistenza dei buchi neri?

I buchi neri sono oggetti talmente compatti da risultare otticamente invisibili perchè tutta la loro massa è contenuta all'interno di una superficie – detta “orizzonte degli eventi” – che, perlomeno nel contesto della fisica classica, non lascia trapelare verso l'esterno nessun tipo di segnale o di radiazione (tranne ovviamente la sua attrazione gravitazionale, dovuta alla geometria che si incurva anche fuori dell'orizzonte, si veda la Fig. 1).

Quindi, è l'effettiva presenza di questo “schermo” che distingue un buco nero da un altro oggetto che ha densità simile (o anche maggiore), ma che è sufficientemente esteso da evitare la formazione dell'orizzonte. Ricordiamo, a questo proposito, che un corpo di massa M genera un orizzonte solo se il suo raggio risulta inferiore a $2GM/c^2$, dove G è la costante di Newton e c la velocità della luce.

D'altra parte, quando due oggetti compatti si fondono in un unico oggetto, viene emessa radiazione gravitazionale che si può scomporre in una serie di modi di frequenza sempre più elevate. L'ampiezza di tali modi – soprattutto di quelli emessi nella fase finale del processo, quando il sistema esegue una serie di rapide oscillazioni che smorzano esponenzialmente la sua eventuale anisotropia – dipende in modo cruciale dalla presenza o meno di un orizzonte degli eventi.

Una misura precisa della forma d'onda della radiazione gravitazionale, e delle sue componenti multipolari relative a questa fase finale oscillante, potrebbe confermare (o escludere) la presenza di un orizzonte degli eventi, e potrebbe quindi confermare (o escludere) in maniera diretta che le onde gravitazionali osservate sono state prodotte da un “vero e proprio” buco nero. Le misure attuali sono perfettamente compatibili con questa ipotesi, ma non sono ancora sufficientemente precise da escludere con sicurezza modelli che prevedono una simile emissione di onde gravitazionali da parte di sorgenti compatte ma senza orizzonte degli eventi.

di Russel Hulse e Joseph Taylor (che per questa scoperta sono stati insigniti del premio Nobel nel 1993), tale periodo decresce nel tempo esattamente come previsto dalla teoria di Einstein se si tiene conto della perdita di energia del sistema dovuta all'emissione di radiazione gravitazionale.



Figura 3: Una simulazione numerica che mostra l'immagine ottica di due buchi neri poco prima della loro fusione.

I risultati ottenuti dalla collaborazione LIGO-

Virgo, a partire dal primo segnale rivelato nel 2015 [1] fino al quarto e più recente segnale del 2017 [3], rappresentano invece una vera e propria verifica diretta dell'esistenza delle onde gravitazionali, e forniscono quindi una nuova e importante prova sperimentale della teoria della relatività generale, che si aggiunge ai precedenti e ben noti *tests* sperimentali (la deflessione della luce, la precessione del perielio, il ritardo dei segnali radio, etc., si veda ad esempio [4]).

In aggiunta, la rivelazione di queste onde ci dà una prova (anche se indiretta) dell'esistenza dei buchi neri. Infatti, l'interazione gravitazionale di due buchi neri che porta alla loro fusione, e alla formazione di un buco nero finale (si veda la Fig. 3), rappresenta il modello teorico più accreditato (perlomeno al momento) capace di fare da sorgente ai segnali che le antenne gravitazionali hanno captato¹.

¹Come discusso nel riquadro di questa pagina, sarebbe bello avere anche osservazioni che forniscono una prova

La teoria delle stringhe

- È un modello teorico secondo il quale i componenti elementari che stanno alla base di tutti i fenomeni fisici osservabili non sono particelle puntiformi ma oggetti estesi unidimensionali (cordicelle, ovvero “stringhe”), che possono essere aperte o chiuse (si veda la Fig. 4).
- La lunghezza fondamentale di questi oggetti varia a seconda del modello di unificazione considerato ma, in ogni caso, non può essere inferiore alla lunghezza di Planck, pari a circa 10^{-33} cm.
- Queste microscopiche cordicelle vibrano, e lo spettro di stati quantistici associato a tali vibrazioni riproduce tutte le forme di materia ed energia note (quarks, leptoni, bosoni di gauge), più una serie infinita di nuove particelle, con massa e momento angolare intrinseco crescente, ancora da scoprire.
- Per essere consistente con la relatività e la meccanica quantistica il modello deve descrivere una “superstringa”, ossia un oggetto unidimensionale invariante rispetto allo scambio dei gradi di libertà bosonici e fermionici, e deve essere formulato in uno spazio-tempo con 10 dimensioni.
- Esistono solo cinque modelli diversi di superstringa completi e formalmente consistenti, e tali modelli sono tutti racchiusi in una “super-teoria” delle membrane (anche detta “teoria M”), ambientata in uno spazio-tempo 11-dimensionale (si veda la Fig. 5).



Figura 4: Un semplice esempio di stringa aperta e stringa chiusa.

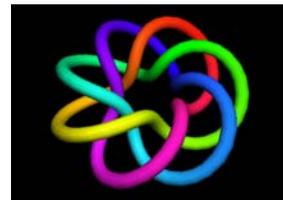


Figura 5: Nel contesto della teoria M anche le stringhe acquistano uno spessore, collegato alla presenza della undicesima dimensione.

Ma c'è di più. La rivelazione diretta delle onde gravitazionali, in particolare lo studio delle loro proprietà (effettuata mediante l'analisi dei dati forniti dalle antenne), ha importanti implicazioni non solo per la teoria gravitazionale ma anche per una teoria unificata di tutte le interazioni fondamentali: ad esempio, per la teoria delle stringhe (si veda il riquadro presente in questa pagina).

I risultati sperimentali sulle onde, infatti, ci danno indicazioni positive – anche se indirette – sulla possibile esistenza di tale teoria, perchè ci confermano che la gravità si comporta come tutte le altre forze riguardo ai processi che regolano l'emissione e la propagazione di radiazione. In particolare, ci confermano che possiamo corret-

sperimentale *diretta* dell'esistenza dei buchi neri. Al momento la precisione delle attuali osservazioni non ce lo consente. Speriamo però di ottenere tale conferma, eventualmente, in un futuro non troppo lontano.

tamente associare anche alla radiazione gravitazionale un appropriato tensore energia-impulso, che ne descrive il flusso, la densità d'energia, e che – soprattutto – obbedisce alla fondamentale legge di conservazione dell'energia.

Questi risultati – che non sono scontati, in principio, data la natura “geometrica” dell'energia gravitazionale, e dato il fatto che la descrizione geometrica varia a seconda dell'osservatore e del sistema di coordinate usato – ci incoraggiano a pensare che anche la gravità possa essere inclusa in un modello teorico che descrive tutte le forze fondamentali della Natura.

Esiste un modello di questo tipo? Sì, il famoso progetto (rimasto incompiuto) di Einstein di costruire una teoria unificata, sembra oggi potersi concretizzare nell'ambito della cosiddetta “teoria

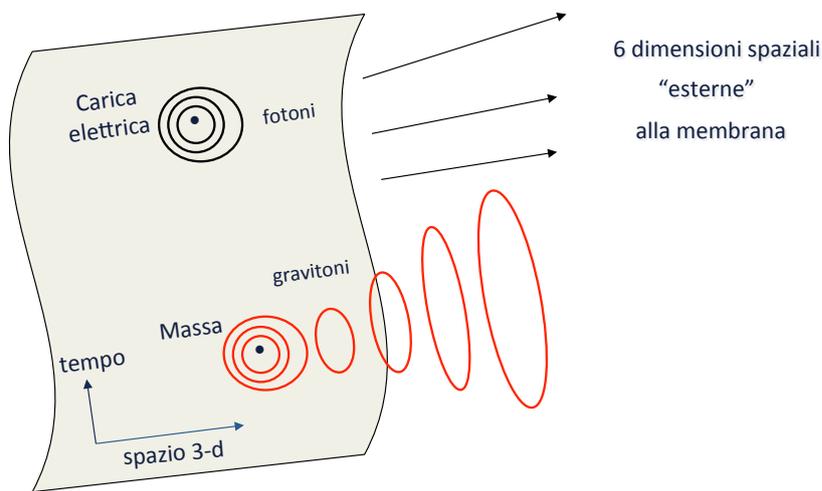


Figura 6: Un Universo a membrana con 3 dimensioni spaziali e una temporale, immerso in uno spazio esterno che ha 6 dimensioni spaziali "extra". Le onde e.m. prodotte da una carica sono confinate sulla membrana. Le onde gravitazionali prodotte da una massa si possono propagare invece sia sulla membrana sia nello spazio esterno multi-dimensionale.

delle stringhe, che rappresenta attualmente l'unico schema capace – in linea di principio – di inglobare le interazioni forti, deboli, elettromagnetiche e gravitazionali, e di descriverle in modo consistente sia a livello classico che quantistico, a tutte le scale di distanza e di energia.

Cos'è la teoria delle stringhe? È un modello matematico che rappresenta i componenti fondamentali della realtà fisica non come oggetti puntiformi (particelle) ma come oggetti unidimensionali estesi (stringhe). Le loro oscillazioni riproducono non solo la gravità ma anche tutte le forze fondamentali della Natura e tutti i componenti elementari della materia.

Questa teoria rappresenta quindi, a tutti gli effetti, un modello unificato completo, e ha molte conseguenze fisiche rivoluzionarie (si veda [5]), quali ad esempio una nuova possibile interpretazione della famosa "energia oscura", presente a livello cosmico [6, 7]. Per quel che riguarda la gravità e i suoi aspetti geometrici, in particolare, la teoria delle stringhe prevede che lo spazio abbia più di 3 dimensioni: devono essercene almeno 9 affinché tale teoria risulti fisicamente (e matematicamente) consistente. Perché allora ci sembra di vivere in uno spazio 3-dimensionale?

Una possibile risposta a questa domanda è stata avanzata quasi un secolo fa da Theodor Kaluza e Oskar Klein [8]. Il famoso modello gravitazionale di Kaluza-Klein, che generalizza la teoria di Einstein a uno spazio tempo con 5 (o più) dimensioni, prevede infatti che le cosiddette dimensioni "extra" (ossia, quelle eccedenti le usuali 3 dimensioni accessibili alla nostra quo-

tidiana esperienza) siano "compattificate" (ossia, arrotolate strettamente su se stesse), con un raggio di compattificazione così piccolo da risultare praticamente invisibile a tutti gli attuali esperimenti.

La teoria delle stringhe suggerisce però anche un'altra possibile soluzione (non necessariamente alternativa alla precedente) al problema dimensionale. La soluzione è basata sul cosiddetto modello di Universo "a membrana", secondo il quale l'Universo accessibile alla nostra esperienza potrebbe essere solo una "fetta" a 3 dimensioni di uno spazio multi-dimensionale. In questo modello noi non possiamo percepire le dimensioni in più, esterne a questa fetta, perché le interazioni fondamentali (che stanno alla base di tutti i nostri sensi e strumenti coi quali esploriamo il mondo circostante) possono propagarsi solo in uno spazio a 3 dimensioni.

C'è solo un'eccezione a questa regola, che riguarda da vicino l'argomento di questo articolo: le onde gravitazionali, a differenza degli altri tipi di onde, potrebbero propagarsi anche fuori della membrana (come illustrato in Fig. 6). In questo contesto, però, si producono due importanti conseguenze: (i) l'interazione gravitazionale totale acquista delle componenti massive, a corto raggio d'azione; (ii) la velocità effettiva delle onde può risultare modificata.

Il primo effetto potrebbe cambiare il classico andamento della forza gravitazionale di Newton a piccole distanze, introducendo delle correzioni che variano in modo differente dall'inverso del quadrato. Il secondo effetto potrebbe produr-

re dei ritardi effettivi delle onde gravitazionali rispetto a quelle elettromagnetiche, quando vengono emesse entrambe da una stessa sorgente astrofisica posta a grande distanza. Al momento, però, non abbiamo nessuna evidenza di questi fenomeni né dai *tests* sperimentali sulla forza di gravità a piccole distanze, né dal confronto della velocità effettiva delle onde gravitazionali ed elettromagnetiche che è stato recentemente effettuato grazie alle osservazioni di LIGO-Virgo [3], relative a sorgenti che emettono in abbondanza entrambi i tipi di radiazione.

4. Che implicazioni ci sono per la cosmologia?

Le onde recentemente rivelate da LIGO-Virgo [1], [3] non hanno alcuna implicazione diretta per la cosmologia perché sono state emesse in un'epoca troppo "recente" (rispetto alla scala dei tempi cosmici). Infatti, vengono da un'epoca in cui la temperatura media cosmica era solo 0.2 K più alta di adesso! (più precisamente, era pari a 2.9 K, mentre il valore attuale è 2.7 K). La famosa radiazione e.m. "di fondo" che si studia in cosmologia è stata prodotta invece in epoche molto più remote, quando l'Universo era circa mille volte più caldo di adesso² (si veda ad esempio [9], Cap. 7.3).

Se andiamo ancor più indietro nel tempo, però, troviamo che l'Universo diventa così denso da non essere più trasparente alla radiazione e.m., mentre possiamo pensare che resti trasparente alla radiazione gravitazionale fino alla cosiddetta epoca di Planck, ossia alla fase cosmologica in cui l'Universo è caratterizzato da un raggio di curvatura dell'ordine della lunghezza di Planck, definita da $\sqrt{\hbar G/c^3}$, e in cui la temperatura cosmica è data dalla temperatura di Planck, definita da $\sqrt{\hbar c^5/k^2 G}$ e pari a circa 10^{32} K (ricordiamo che \hbar è la costante di Planck, c è la velocità della luce, G è la costante di Newton e k è la costante di Boltzmann). Per raggi più piccoli e

²La radiazione e.m. del fondo cosmico risale all'epoca in cui la materia è diventata sufficientemente fredda da smettere di assorbire ed emettere fotoni al ritmo giusto per restare in equilibrio termico, cosicché tale radiazione ha potuto propagarsi liberamente fino ai giorni nostri. A quell'epoca l'universo aveva una temperatura media di circa 2973 K.

temperature più elevate si entra necessariamente nell'ambito della gravità quantistica, e non è più possibile applicare un modello cosmologico classico (o semiclassico) come quello che stiamo considerando.

In ogni caso, sono le onde gravitazionali – e non quelle e.m. – che possono darci informazioni *dirette* sulla storia più remota del nostro Universo, e in particolare sulle epoche immediatamente successive (o precedenti) il Big Bang. La domanda ovvia, a questo punto, è allora la seguente: esistono sorgenti gravitazionali così potenti da aver prodotto segnali che, pur essendo così remoti nel tempo, sono ancora abbastanza intensi da essere accessibili alle nostre osservazioni?

La risposta è positiva: una potentissima sorgente di onde gravitazionali primordiali esiste ed è rappresentata dall'Universo stesso, il quale, durante la sua evoluzione iniziale, può produrre un fondo cosmico di radiazione grazie al meccanismo illustrato nel riquadro della pagina successiva. I resti fossili di questo fondo sono tutt'ora presenti e ci trasmettono una foto – presa "dal vivo" – delle era cosmiche "preistoriche".

Diventa dunque molto importante studiare le proprietà di questo fondo e chiedersi, in particolare, se la sua intensità può produrre segnali rivelabili nella banda di frequenza alla quale sono sensibili le attuali antenne.

La risposta a questa domanda dipende fortemente dalle proprietà spettrali del fondo (ovvero, dalla distribuzione della sua energia nelle varie bande di frequenza); tali proprietà, a loro volta, dipendono dalla dinamica della fase cosmologica responsabile della sua produzione. È allora conveniente, in questo contesto, caratterizzare il fondo di onde gravitazionali mediante la cosiddetta "densità spettrale di energia", Ω_g , definita come segue.

Si scompongono (mediante analisi di Fourier) le onde gravitazionali che contribuiscono al fondo cosmico in tutte le loro componenti di frequenza ω ; per ogni valore di ω si calcola la densità d'energia $\rho(\omega)$ corrispondente; si esprime infine tale densità in unità di densità cosmologica critica, $\rho_c(t)$ (ossia quella densità di energia che, a ogni tempo t dato, rappresenta la sorgente nelle equazioni di Einstein che descrivono un modello d'Universo omogeneo e isotropo con curvatura spaziale nulla). In questo modo si arriva alla

Qual è la sorgente più intensa di onde gravitazionali?

È l'Universo stesso! In questo caso, però, l'emissione di onde non è direttamente associabile al moto di masse accelerate bensì all'accelerazione (o "inflazione") della geometria spaziale secondo un meccanismo chiamato "amplificazione parametrica delle fluttuazioni del vuoto", studiato per la prima volta da Leonid Grishchuk e Alexei Starobinski negli anni '70. Come funziona questo meccanismo?

A livello macroscopico la geometria dello spazio-tempo è completamente fissata dalla distribuzione delle masse e delle energie presenti, secondo le equazioni di Einstein. A livello microscopico rimane però una piccolissima indeterminazione della geometria dovuta alla meccanica quantistica, secondo la quale tutti i tipi di campi (e quindi anche quello gravitazionale) possono "fluttuare", ossia avere delle piccole oscillazioni locali che li porta a discostarsi per un attimo dal valore assegnato classicamente al campo nel punto dato.

Queste rapidissime variazioni della geometria sono diverse da punto a punto, e possono essere pensate come piccolissime onde gravitazionali virtuali, che non si propagano liberamente ma che sono continuamente emesse e subito localmente riassorbite, e che in media sono nulle. Lo spazio-tempo, secondo la meccanica quantistica, si comporta dunque come un mare che anche quando è calmo, e da lontano sembra piatto, visto da vicino presenta invece tante piccolissime "increspature" che cambiano continuamente e in maniera casuale.

I quanti delle onde gravitazionali, d'altra parte, sono i gravitoni: questi piccoli disturbi della geometria possono dunque essere pensati come dei gravitoni virtuali, che continuamente si producono, per poi essere immediatamente distrutti. Per non contraddire le leggi di conservazione (ad esempio la conservazione della quantità di moto), questi gravitoni devono però essere prodotti e distrutti in coppia. Se la geometria è statica la situazione per le coppie di gravitoni è dunque stazionaria: in media, il risultato netto è nullo, e il numero medio di gravitoni, nel vuoto, è e rimane zero.

Se la geometria varia in maniera sufficientemente veloce (come accade durante il periodo "inflazionario") è invece possibile che i gravitoni di una coppia, una volta prodotti, siano trascinati lontano l'uno dall'altro (a causa dell'espansione dell'Universo) in maniera così rapida da non riuscire più a ricongiungersi per annichilarsi a vicenda. Rimangono moltissimi gravitoni "spaiati", per così dire, e il risultato netto è un abbondante flusso di gravitoni che si distribuisce su tutto lo spazio, riempiendo l'universo in maniera isotropa.

Questo fondo di radiazione gravitazionale, prodotto direttamente dalla geometria in epoche primordiali, può sopravvivere pressochè indisturbato sino ad oggi grazie alla sua debolissima interazione con il resto delle particelle presenti. Il suo spettro, cioè la sua distribuzione in energia, ci trasmette una fotografia fedele della geometria dell'universo all'epoca in cui il fondo è stato prodotto.

seguinte definizione di densità spettrale:

$$\Omega_g(\omega, t) = \frac{\omega}{\rho_c(t)} \frac{d\rho(\omega)}{d\omega}.$$

Possiamo ora distinguere tre principali situazioni.

Consideriamo innanzitutto il fondo che corrisponde ai resti fossili del Big Bang termico, ossia dell'esplosione di radiazione che pone fine all'epoca di espansione accelerata (inflazione), e segna l'inizio della fase di evoluzione standard

(si veda il riquadro sul Big Bang della pagina successiva). Per valori della temperatura cosmica inferiori alla temperatura di Planck (citata in precedenza) la radiazione gravitazionale prodotta da questa esplosione primordiale non viene assorbita dalle altre forme di materia presenti a livello cosmico, ma evolve in modo indipendente, e la sua densità di energia rimane distribuita in frequenza con uno spettro termico (di corpo nero), di tipo Planckiano (del tutto simile allo spettro della attuale radiazione cosmica e.m.).

Cosa si intende esattamente con “Big Bang”?

- Nel contesto del modello cosmologico standard Big Bang è sinonimo della singolarità iniziale che è presente nelle equazioni classiche della relatività generale, che descrive uno stato cosmico di curvatura infinita, densità infinita, temperatura infinita, e che segna l’origine (invalicabile) dello spazio e del tempo.
- Come in tutti i modelli fisici in cui le singolarità classiche vengono regolarizzate dalle correzioni quantistiche, anche in cosmologia è possibile formulare scenari in cui, andando indietro nel tempo, la curvatura e la densità non diventano infinite ma, raggiunto un valore massimo (comunque molto elevato), hanno una specie di “rimbalzo” (detto *bounce*) e ritornano a decrescere, più o meno lentamente. In questo contesto il Big Bang indica una fase di transizione (che può essere comunque di tipo violento ed esplosivo), che segna il passaggio da un regime cosmico iniziale (a curvatura crescente) al regime finale (curvatura decrescente) descritto dal modello cosmologico standard.
- Infine, c’è un terzo possibile significato della parola Big Bang che recentemente sta diventando sempre più consueto. In tutti i modelli cosmologici realistici (di tipo standard o non standard), la fase di espansione iniziale accelerata (detta “inflazione”, e necessaria per produrre le disomogeneità che danno luogo alle strutture cosmiche e alle anisotropie osservate) produce un effettivo raffreddamento globale dell’Universo, e va quindi necessariamente seguita da una successiva epoca di riscaldamento, in cui si produce la radiazione termica che oggi osserviamo. Questa calda esplosione di radiazione finale viene chiamata “*reheating*” (riscaldamento), o anche “Big Bang termico”. Può coincidere (ma non necessariamente) col Big Bang che descrive la transizione (o rimbalzo) della curvatura.
- Nel testo di questo articolo facciamo riferimento alle onde gravitazionali associate a questi diversi tipi di Big Bang.

Dal confronto col fondo di radiazione e.m. che tutt’oggi osserviamo possiamo allora dedurre, per queste onde gravitazionali, un picco dello spettro collocato attualmente attorno a una frequenza ω_{Max} di qualche centinaio di GHz, e una attuale intensità di picco, $\Omega_g(\omega_{\text{Max}}, t_0)$, che può arrivare al massimo a circa un decimo di quella elettromagnetica (che è data da $\Omega_{e.m.}(t_0) \sim 10^{-4}$): quindi $\Omega_g(\omega_{\text{Max}}, t_0) \lesssim 10^{-5}$. Si noti che valori più elevati di Ω_g rispetto a $\omega_{e.m.}$ sono proibiti, perchè sarebbero in contrasto coi dati che abbiamo sul processo di formazione primordiale degli elementi leggeri (nucleosintesi), che ha avuto luogo in passato quando l’Universo era sufficientemente caldo; ciononostante, il valore di picco permesso per questo tipo di fondo gravitazionale rimane alto.

A causa del suo andamento termico, però, lo spettro decresce molto rapidamente al diminuire della frequenza (infatti $\Omega_g(\omega)$ varia con

la frequenza in modo proporzionale a ω^3 per $\omega < \omega_{\text{Max}}$), e quindi la sua intensità diventa troppo debole per essere rivelabile nella banda di sensibilità degli attuali interferometri (che è centrata intorno ai 10-100 Hz, sia per LIGO che per Virgo).

Diversa è la situazione per un fondo di onde gravitazionali che viene prodotto prima del Big Bang termico, durante quella fase denominata “inflazione” e caratterizzata da una veloce espansione accelerata della geometria cosmica. In questo caso possiamo distinguere due situazioni complementari, a seconda che la curvatura e la densità media dell’Universo, durante l’inflazione, tendano a crescere o a decrescere nel tempo. Ovvero – facendo ancora riferimento al riquadro sui vari significati del termine Big Bang – a seconda che la fase di inflazione si collochi, rispettivamente, *prima* o *dopo* l’epoca del Big Bang di transizione (o di rimbalzo).

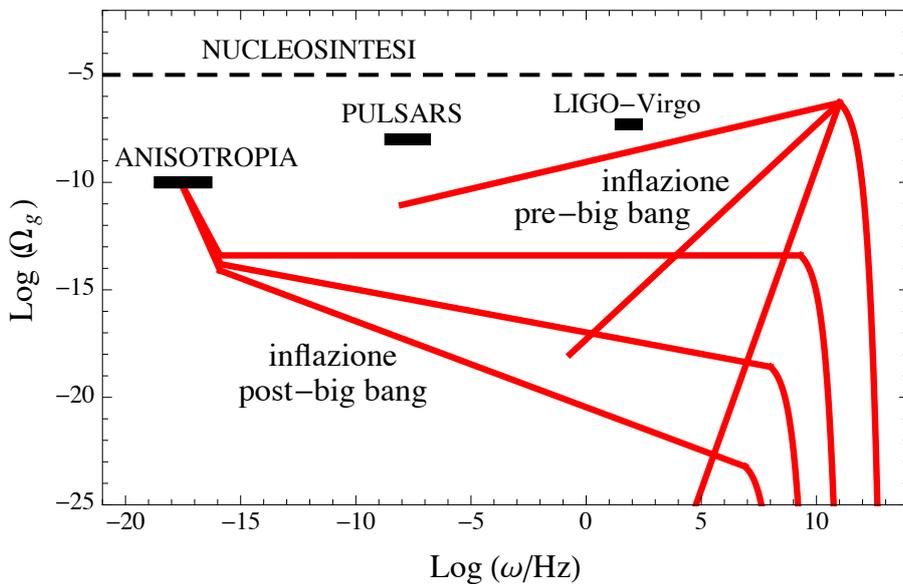


Figura 7: Esempi di spettro (in scala logaritmica) per un fondo cosmico di onde gravitazionali prodotto in fasi primordiali precedenti (spettro crescente) o successive (spettro decrescente) al Big Bang (dove con Big Bang si intende l'epoca in cui l'Universo raggiunge lo stato di massima curvatura). La figura mostra anche i limiti sperimentali imposti dall'anisotropia cosmica, dalle pulsars, dalla nucleosintesi, e dai recenti dati forniti dalle antenne LIGO-Virgo.

Cominciamo col considerare lo scenario più convenzionale in cui non c'è nessuna transizione o rimbalzo, oppure, anche se c'è, la fase inflazionaria si svolge comunque in epoche successive, quando l'Universo aveva una curvatura media costante o leggermente decrescente nel tempo. In questo caso il fondo di onde gravitazionali prodotto è caratterizzato da uno spettro, detto di Harrison-Zeldovich, che risulta pressochè costante (o leggermente decrescente) con la frequenza. I segnali di questo fondo sono dunque accessibili all'osservazione, in principio, anche nel regime di basse frequenze, dove sono sensibili le attuali antenne gravitazionali.

L'intensità di questo spettro, in principio arbitraria, risulta però fortemente limitata dalle recenti misure riguardanti l'anisotropia del fondo e.m. di micro-onde (si veda la Fig. 7). I vincoli imposti da tali misure – effettuate nel corso degli anni dai satelliti COBE, WMAP, PLANCK con precisione via via crescente – forniscono un limite superiore molto stringente per l'intensità di uno spettro gravitazionale di tipo Harrison-Zeldovich: il suo valore massimo, nella banda di sensibilità delle attuali antenne interferometriche (ossia, per frequenze dell'ordine di 10-100 Hz) deve soddisfare la condizione $\Omega_g \lesssim 10^{-14}$. Questa intensità è troppo bassa per prevedere una rivelazione diretta da parte degli attuali rivelatori (ma ci sono progetti che, in un futuro distante qualche decennio, potrebbero raggiungere la sensibilità necessaria).

Rimane infine da considerare lo scenario in cui

l'epoca inflazionaria precede nel tempo il momento del "rimbalzo" e del passaggio alla fase di curvatura decrescente. In questo caso il Big Bang di transizione può anche coincidere col Big Bang termico (si veda il riquadro sul Big Bang della pagina precedente). In ogni caso, l'inflazione ha luogo durante un regime cosmico molto diverso da quello standard, che ha la funzione di "preparare" lo stato attuale dell'Universo portando la densità e la curvatura ai valori richiesti, instaurando la giusta gerarchia tra le costanti di accoppiamento delle varie interazioni, rompendo alcune simmetrie e restaurandone altre, etc.

Ma quello che è importante – per l'oggetto di questo articolo – è che l'inflazione ha luogo durante una fase in cui la curvatura media dell'Universo cresce nel tempo: di conseguenza, produce un fondo cosmico di onde gravitazionali il cui spettro tende a crescere con la frequenza (ma non così velocemente, in generale, come lo spettro termico).

Con uno spettro di questo tipo l'intensità del fondo può risultare sufficientemente debole a basse frequenze – così da rispettare i limiti osservativi imposti dall'anisotropia cosmica (ed anche i limiti superiori imposti dalle *pulsars*, si veda ad esempio [9], Cap. 8.3.1) – e ciononostante avere un'intensità sufficientemente alta nella banda di sensibilità delle antenne (si veda la Fig. 7) – così da risultare rivelabile in un futuro non troppo lontano. Il vincolo più stringente, per questo tipo di spettro, è fornito dai processi di forma-

zione primordiale degli elementi (nucleosintesi), che sarebbero disturbati dalla presenza di onde gravitazionali troppo intense, e che impongono la condizione $\Omega_g \lesssim 10^{-5}$ sul valore di picco dello spettro (come abbiamo già sottolineato in precedenza).

I risultati di questa discussione sono illustrati graficamente dalla Fig. 7, dove si presentano alcuni espliciti esempi di distribuzioni spettrali di tipo crescente e decrescente prodotti, rispettivamente, da modelli di evoluzione inflazionaria con curvatura cosmica crescente o decrescente. Il picco degli spettri crescenti è stato fissato a $\Omega_g = 10^{-6}$ e $\omega_{\text{Max}} = 10^{11}$ Hz (che corrispondono ai valori massimi suggeriti dalla teoria delle stringhe). Tutti gli spettri presenti in figura risultano compatibili sia coi vincoli sperimentali indiretti (imposti da anisotropia cosmica, *pulsars*, nucleosintesi) sia coi vincoli *diretti* imposti dalle più recenti osservazioni di LIGO-Virgo [10], che implicano $\Omega_g \lesssim 5 \times 10^{-8}$ alla frequenza $\nu = \omega/2\pi = 25$ Hz.

È interessante osservare, in questo contesto, che la sensibilità sperimentale delle antenne LIGO-Virgo è ancora in fase di miglioramento, e che nel 2020 arriverà al livello di sensibilità corrispondente a $\Omega_g = 10^{-9}$. Ancora più elevata è la sensibilità prevista dell'interferometro spaziale LISA (Fig. 2), progettato per raggiungere il livello $\Omega_g = 10^{-13}$ (però a frequenze più basse, $\omega \sim 10^{-2}$ Hz).

Possiamo quindi concludere che, anche rispettando tutti i vincoli noti, non è escluso che un fondo cosmico di onde gravitazionali primordiali possa essere direttamente osservato in un prossimo futuro (portandoci i segnali di un Universo veramente "preistorico"), a patto che il suo spettro cresca opportunamente con la frequenza, come illustrato in Fig. 7 (si veda [11] per una discussione dettagliata di questa possibilità).

Appendice 1. Le oscillazioni della geometria

In questa Appendice mostreremo che le onde gravitazionali si propagano nel vuoto alla velocità della luce, sono caratterizzate da due stati di polarizzazione linearmente indipendenti, e hanno elicità pari a 2.

Consideriamo per semplicità il caso in cui i campi gravitazionali in gioco siano sufficientemente deboli, e possano essere descritti dalle equazioni di Einstein linearizzate. Supponiamo che la metrica dello spazio-tempo, $g_{\mu\nu}$, si discosti poco da quella piatta di Minkowski, $\eta_{\mu\nu}$, e poniamo

$$g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (1)$$

dove il tensore simmetrico $h_{\mu\nu}$ soddisfa la condizione $|h_{\mu\nu}| \ll 1$, e descrive delle piccole distorsioni locali della geometria spazio-temporale prodotte dalla presenza del campo gravitazionale.

In questa approssimazione trascuriamo i termini di ordine quadratico (o superiore) in h , per cui le componenti covarianti e controvarianti di h sono collegate tra loro dalla metrica di Minkowski,

$$h_{\mu}{}^{\nu} = g^{\nu\alpha} h_{\mu\alpha} = \eta^{\nu\alpha} h_{\mu\alpha} + \mathcal{O}(h^2), \quad (2)$$

e la metrica inversa (tale che $g^{\mu\alpha} g_{\nu\alpha} = \delta_{\nu}^{\mu}$) è data da

$$g^{\mu\nu} \simeq \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}. \quad (3)$$

Le componenti della connessione di Christoffel, in questo contesto, assumono la forma approssimata

$$\Gamma_{\nu\alpha}{}^{\beta} \simeq \frac{1}{2} \left(\partial_{\nu} h_{\alpha}{}^{\beta} + \partial_{\alpha} h_{\nu}{}^{\beta} - \partial^{\beta} h_{\nu\alpha} \right), \quad (4)$$

e il tensore di Ricci si riduce a

$$\begin{aligned} R_{\nu\alpha} &= R_{\mu\nu\alpha}{}^{\mu} \simeq \partial_{\mu} \Gamma_{\nu\alpha}{}^{\mu} - \partial_{\nu} \Gamma_{\mu\alpha}{}^{\mu} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\partial_{\mu} \partial_{\alpha} h_{\nu}{}^{\mu} - \square h_{\nu\alpha} - \partial_{\nu} \partial_{\alpha} h + \partial_{\nu} \partial_{\mu} h^{\mu}{}_{\alpha} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

dove $h = h_{\mu}{}^{\mu}$ è la traccia del tensore $h_{\mu\nu}$, e dove \square è l'usuale operatore D'Alembertiano dello spazio piatto,

$$\square = \eta^{\mu\nu} \partial_{\mu} \partial_{\nu} = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Sfruttiamo ora le simmetrie della relatività generale, e in particolare l'invarianza dell'azione per trasformazioni locali e infinitesime di coordinate, che ci permette sempre di imporre sulla metrica 4 arbitrarie "condizioni di gauge". Nel nostro caso è conveniente scegliere il cosiddetto *gauge* armonico, utilizzando un siste-

Sulla velocità delle onde gravitazionali

Nel vuoto (e in una geometria piatta) è pari alla velocità delle onde elettromagnetiche. Ma può essere diversa dalla velocità della luce in presenza di un mezzo, o in presenza di un campo gravitazionale sufficientemente intenso da rendere necessarie alcune correzioni alla teoria gravitazionale di Einstein (che rimane valida in ambito classico e macroscopico). Ad esempio, correzioni in serie di potenze della curvatura e della costante di accoppiamento (come previsto dalla teoria delle stringhe).

ma di coordinate dove la metrica (1) soddisfa la condizione

$$\partial_\mu h_\nu{}^\mu = \frac{1}{2} \partial_\nu h. \quad (7)$$

Usando questa relazione nell'Eq. (5) troviamo infatti che le componenti del tensore di Ricci si semplificano notevolmente, e le equazioni di Einstein nel vuoto ($R_{\nu\alpha} = 0$) si riducono alla classica equazione d'onda

$$\square h_{\nu\alpha} = 0, \quad (8)$$

la cui soluzione descrive segnali che si propagano nel vuoto con la velocità della luce. I segnali, in questo caso, sono le fluttuazioni della geometria descritte dalle componenti del tensore $h_{\mu\nu}$.

Le componenti indipendenti del tensore simmetrico $h_{\mu\nu}$ sono in generale 10, ma si riducono a 6 dopo aver imposto le 4 condizioni del *gauge* armonico (7). Vedremo ora che – con un'opportuna scelta del sistema di coordinate che non ci fa uscire dal *gauge* armonico – possiamo sempre imporre 4 ulteriori condizioni su $h_{\mu\nu}$, che riducono a 2 il numero totale delle sue componenti indipendenti.

Questo significa che il sistema di equazioni (7), (8), che descrive la propagazione di onde gravitazionali nel vuoto, è caratterizzato da due soli gradi di libertà dinamici (che corrispondono fisicamente ai due possibili stati di polarizzazione dell'onda). Facciamo anche vedere che è sempre possibile scegliere il sistema di coordinate in modo tale che $h_{\mu\nu} \neq 0$ solo per le componenti spaziali ortogonali alla direzione di propagazione dell'onda.

Supponiamo ad esempio che l'onda si propaghi lungo la direzione dell'asse x , e sia quindi descritta da una generica soluzione ritardata dell'equazione di D'Alembert, del tipo $h_{\mu\nu}(x, t) =$

$h_{\mu\nu}(x - ct)$. In questo caso la condizione di *gauge* (7) si riduce a

$$\partial^0 h_{\mu 0} + \partial^1 h_{\mu 1} = \frac{1}{2} \partial_\mu h, \quad (9)$$

dove ∂_0 indica la derivata rispetto al tempo e ∂_1 quella rispetto a x . Introduciamo un nuovo sistema di coordinate, definito dalla trasformazione infinitesima $x^\mu \rightarrow x^\mu + \xi^\mu(x) + \dots$, e determiniamo ξ^μ (il generatore della trasformazione) imponendo nel nuovo sistema valga ancora la condizione di *gauge* (9) e, in più, sia soddisfatta la nuova condizione

$$h_{\mu 0} = 0. \quad (10)$$

La trasformazione cercata si ottiene facilmente calcolando la variazione locale infinitesima del tensore metrico, e imponendo le condizioni richieste (si veda ad esempio [4], Cap. 9.1.1).

In queste nuove coordinate la condizione di *gauge* (9) si riduce a

$$\partial^1 h_{\mu 1} = \frac{1}{2} \partial_\mu h, \quad (11)$$

dove tutte le componenti di $h_{\mu\nu}$ con indici uguali a zero sono nulle. Ponendo $\mu = 0$ abbiamo allora $\partial_0 h = 0$, ossia $h = \text{costante}$, il che significa che non ci sono gradi di libertà dinamici associati alla traccia del campo tensoriale. Con una opportuna scelta di costanti di integrazione possiamo dunque sempre ottenere una soluzione dell'equazione d'onda caratterizzata dalla condizione

$$h \equiv h_\nu{}^\nu = 0. \quad (12)$$

Ma se $h = 0$, l'Eq. (11) implica $\partial^1 h_{\mu 1} = 0$, ovvero $h_{\mu 1} = \text{costante}$ (la soluzione infatti deve dipendere da $x - ct$, per cui se $\partial^1 h_{\mu 1} = 0$ allora anche $\partial^0 h_{\mu 0} = 0$). Dunque, come nel caso pre-

I gravitoni

Le onde gravitazionali si propagano lungo il cono luce dello spazio-tempo di Minkowski, rappresentano una sovrapposizione di due stati di polarizzazione linearmente indipendenti, e le onde polarizzate circolarmente hanno elicità ± 2 . Ne consegue che i quanti dell'onda gravitazionale – i gravitoni – devono avere massa zero e spin $s = 2$, orientato in modo parallelo o antiparallelo alla direzione di moto.

cedente, $h_{\mu 1}$ non descrive gradi di libertà che si propagano, ma solo contributi non dinamici che possono essere annullati,

$$h_{\mu 1} = 0, \quad (13)$$

scegliendo opportune condizioni al contorno.

Combinando le condizioni (10), (12), (13) troviamo dunque che, nel sistema di coordinate che abbiamo introdotto, il campo tensoriale che descrive l'onda gravitazionale ha solo due componenti indipendenti, $h_{22} = -h_{33}$ e $h_{23} = h_{32}$, ed è diverso da zero solo nel piano ortogonale alla propagazione dell'onda (nel nostro caso il piano $\{x_2, x_3\}$, ossia $\{y, z\}$). Questa conveniente scelta di coordinate viene chiamata *TT gauge*, ed è un caso particolare del *gauge* armonico (7) espresso separatamente dalle due condizioni

$$\partial^\nu h_{\mu\nu} = 0, \quad h = 0, \quad (14)$$

che impongono, rispettivamente, "trasversalità" e "traccia nulla".

In questo *gauge* è ormai consueto indicare le due componenti indipendenti dell'onda col simbolo h_+ per la parte diagonale (nel nostro caso $h_+ = h_{22} = -h_{33}$), e h_\times per la parte trasversa (nel nostro caso $h_\times = h_{23} = h_{32}$). La soluzione generale dell'Eq. (8) può essere dunque espressa come combinazione lineare di h_+ e h_\times introducendo due tensori di polarizzazione, $\epsilon_{\mu\nu}^{(1)}$ e $\epsilon_{\mu\nu}^{(2)}$, tali che

$$h_{\mu\nu} = h_+ \epsilon_{\mu\nu}^{(1)} + h_\times \epsilon_{\mu\nu}^{(2)}. \quad (15)$$

Questi due tensori sono costanti, a traccia nulla, e hanno componenti non nulle solo nel piano ortogonale alla direzione di propagazione. Nel nostro caso (propagazione lungo x) abbiamo, in

particolare,

$$\epsilon_{\mu\nu}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_{\mu\nu}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Questi due tensori soddisfano la relazione di "ortonormalità" $\epsilon_{\mu\nu}^{(i)} \epsilon^{(j)\mu\nu} = 2\delta^{ij}$, con $i, j = 1, 2$, e quindi descrivono due stati di polarizzazione linearmente indipendenti.

Come nel caso delle onde e.m., anche in questo caso possiamo definire gli stati di polarizzazione circolare mediante opportune combinazioni (con coefficienti complessi) degli stati di polarizzazione lineari. I corrispondenti tensori di polarizzazione circolare, per le onde gravitazionali, sono definiti come

$$\epsilon_{\mu\nu}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left[\epsilon_{\mu\nu}^{(1)} \pm i \epsilon_{\mu\nu}^{(2)} \right], \quad (17)$$

e sono anch'essi ortonormali come quelli lineari. Le loro proprietà di trasformazione rispetto alle rotazioni permettono di determinare l'elicità h tipica dell'onda, ossia la proiezione del momento angolare intrinseco \vec{s} lungo la direzione di propagazione, individuata dalla quantità di moto \vec{p} : in unità di Planck, $h = \vec{s} \cdot \vec{p} / |\vec{p}|$.

Ricordiamo a questo proposito che, data un'onda ψ polarizzata circolarmente che si propaga in direzione \hat{n} , si dice che l'onda ha elicità h se, sotto una rotazione di un angolo θ attorno alla sua direzione di moto, l'onda si trasforma come segue:

$$\psi \rightarrow \psi' = \psi e^{ih\theta}. \quad (18)$$

Prendiamo dunque un'onda gravitazionale che si propaga lungo l'asse x , caratterizzata dai tensori di polarizzazione circolare (17), e consideriamo una rotazione di un angolo θ nel piano $\{y, z\}$,

descritta dalla matrice

$$R_{\mu}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Utilizzando la rappresentazione esplicita dei tensori di polarizzazione si trova facilmente che

$$\epsilon_{\mu\nu}^{(\pm)} = R_{\mu}^{\alpha} R_{\nu}^{\beta} \epsilon_{\alpha\beta}^{(\pm)} = \epsilon_{\mu\nu}^{(\pm)} e^{\pm 2i\theta}. \quad (20)$$

In confronto con l'Eq. (18) ci dice immediatamente che l'onda gravitazionale ha elicità $h = \pm 2$.

Appendice 2. L'energia irraggiata nell'approssimazione quadrupolare

È ben noto che la radiazione e.m. emessa da un sistema di cariche non relativistiche è controllata, in prima approssimazione, dalla derivata temporale seconda del momento di dipolo elettrico, $\ddot{\vec{d}}$, dove $\vec{d} = \sum_i q_i \vec{x}_i$ (abbiamo supposto, per semplicità, che il sistema sia composto da cariche q_i puntiformi). La potenza irraggiata dE/dt , in questa approssimazione, è data da

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3c^3} |\ddot{\vec{d}}|^2. \quad (21)$$

Nel caso della gravità non ci può essere radiazione di questo tipo: il corrispondente dipolo gravitazionale deve avere derivata seconda nulla per la conservazione della quantità di moto totale (si veda l'esempio presentato nel seguito di questa Appendice, e in particolare le equazioni (24), (25)). Per avere un flusso di radiazione diverso da zero, a distanze arbitrariamente grandi dalle masse che fanno da sorgenti, dobbiamo spingerci oltre l'approssimazione dipolare, e calcolare le fluttuazioni della geometria (ossia, il tensore $h_{\mu\nu}$ definito nell'App. 1) prodotte dal cosiddetto *momento di quadrupolo* delle sorgenti, rappresentato dal tensore $Q_{\mu\nu}$.

Se lavoriamo nel *gauge TT* (definito nell'Appendice 1, si veda l'Eq. (14)) è sufficiente limitarci alle componenti spaziali di questo tensore, che

sono definite da

$$Q_{ij} = \int d^3x \rho(x, t) (3x_i x_j - |\vec{x}|^2 \delta_{ij}), \quad (22)$$

dove ρ è la densità di massa del sistema. L'energia della radiazione gravitazionale emessa per unità di tempo, in questo caso, è controllata dalla derivata temporale terza del momento di quadrupolo, $\ddot{\ddot{Q}}_{ij}$, ed è data da

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{G}{45c^5} \ddot{\ddot{Q}}_{ij} \ddot{\ddot{Q}}^{ij}, \quad (23)$$

dove G è la costante di Newton (si veda ad esempio [4], Cap. 9.2.3).

Per illustrare questo risultato, e capirne meglio alcune sue implicazioni, è conveniente concentrarsi su un semplice ma realistico esempio. Consideriamo un sistema binario composto da due masse puntiformi m_1 e m_2 , con coordinate \vec{x}_1 e \vec{x}_2 , che orbitano sotto l'azione della reciproca attrazione gravitazionale muovendosi con velocità non relativistiche. Il loro centro di massa è localizzato nel punto di coordinate

$$\vec{X}_{CM} = \frac{m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2}{m_1 + m_2}, \quad (24)$$

e si muove di moto rettilineo e uniforme, $\ddot{\vec{X}}_{CM} = 0$. Il corrispondente dipolo gravitazionale del sistema,

$$\vec{d}_g = m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2 = (m_1 + m_2) \vec{X}_{CM}, \quad (25)$$

soddisfa dunque la condizione $\ddot{\vec{d}}_g = 0$, per cui non viene emessa radiazione gravitazionale di tipo dipolare (come anticipato all'inizio di questa Appendice).

Per calcolare il momento di quadrupolo è conveniente rappresentare la dinamica del nostro sistema come il moto di un singolo corpo puntiforme di massa ridotta M ,

$$M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (26)$$

che orbita attorno alla traiettoria del centro di massa percorrendo un'orbita chiusa, che supponiamo localizzata nel piano $\{x_1, x_2\}$. Supponiamo anche, per semplicità, che tale traiettoria sia una circonferenza di raggio $a = \text{costante}$, percorsa con frequenza orbitale ω , e quindi descritta

dalle equazioni parametriche

$$x_1 = a \cos \omega t, \quad x_2 = a \sin \omega t, \quad x_3 = 0. \quad (27)$$

Poiché il corpo è puntiforme, la sua densità di massa si esprime con la delta di Dirac,

$$\rho = M \delta(x_1 - a \cos \omega t) \delta(x_2 - a \sin \omega t) \delta(x_3), \quad (28)$$

e la definizione (22) fornisce immediatamente le seguenti componenti del tensore di quadrupolo:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= Ma^2 (3 \cos^2 \omega t - 1), & Q_{33} &= -Ma^2, \\ Q_{22} &= Ma^2 (3 \sin^2 \omega t - 1), \\ Q_{12} &= Q_{21} = 3Ma^2 \cos \omega t \sin \omega t. \end{aligned} \quad (29)$$

A questo punto diventa un semplice esercizio calcolarne la derivata temporale terza e inserirla nella definizione (23) per ottenere la potenza totale emessa.

Questo calcolo esplicito porta a un risultato fortemente oscillante nel tempo, con un'ampiezza modulata dalla frequenza orbitale ω . Se ci interessa studiare la radiazione emessa dal sistema binario su tempi molto più lunghi del suo periodo, $T = 2\pi/\omega$, ci conviene calcolare la potenza mediata su un periodo, $\langle dE/dt \rangle$, ottenuta integrando sul tempo da 0 a T , ossia ponendo

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle &= -\frac{G}{45c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}^{ij} \rangle \\ &\equiv -\frac{G}{45c^5} \frac{1}{T} \int_0^T dt \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}^{ij}. \end{aligned} \quad (30)$$

Una semplice integrazione fornisce allora il risultato

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = -\frac{32G}{5c^5} M^2 a^4 \omega^6, \quad (31)$$

già anticipato qualitativamente nella Sezione 1.

Il fattore costante G/c^5 che controlla l'intensità della radiazione gravitazionale di quadrupolo (e che vale, in unità c.g.s., $G/c^5 \sim 10^{-60}$) ci fa capire l'estrema debolezza della radiazione, a meno che non si tratti di sorgenti di grandi dimensioni (di tipo astrofisico). Ad esempio, se prendiamo una massa pari a quella solare, $M \sim 10^{33}$ g, un raggio orbitale pari a dieci raggi solari, $a \sim 10^{11}$ cm, e un periodo orbitale di qualche ora, $\omega \sim 10^{-4}$ Hz, l'Eq. (31) fornisce una potenza media di circa 10^{20} Watt.

Il flusso di energia ricevuto sulla Terra, però, si riduce in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Supponiamo, ad esempio, che la sorgente si trovi all'interno della nostra galassia, a una distanza tipica dell'ordine di $R \sim 10^{20}$ cm. Il flusso di energia ricevuto sulla Terra (usando per $\langle dE/dt \rangle$ il valore numerico precedente) diventa, in questo caso,

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{4\pi R^2} \left| \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle \right| \simeq 10^{-14} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{sec}} \\ &\simeq \frac{10^{-21} \text{ Watt}}{\text{cm}^2}. \end{aligned} \quad (32)$$

Appendice 3. La risposta delle masse al passaggio di un'onda

Sappiamo che il passaggio di un'onda e.m. fa vibrare le cariche elettriche che incontra al suo passaggio. Allo stesso modo, ci aspettiamo che un'onda gravitazionale faccia vibrare le masse. Ma in che modo?

La risposta delle masse è descritta dalla cosiddetta equazione di "deviazione geodetica", che si scrive

$$A^\mu \equiv \frac{D^2 \eta^\mu}{d\tau^2} = -\eta^\nu R_{\nu\alpha\beta}{}^\mu u^\alpha u^\beta, \quad (33)$$

e che fornisce la relativa accelerazione covariante A^μ tra due masse di prova che si muovono con 4-velocità u^μ e hanno separazione spaziale descritta dal 4-vettore η^μ . La variabile τ è il tempo proprio, e R indica il tensore di Riemann.

Consideriamo due masse inizialmente a riposo, separate da una distanza spaziale $\eta^\mu = (0, L^i)$, dove $L^i = \text{costante}$. Sotto l'azione dell'onda si mettono in moto, e la loro distanza relativa cambia in funzione del tempo. Se il campo gravitazionale dell'onda è sufficientemente debole possiamo supporre che il moto delle masse sia non-relativistico, e che i loro spostamenti siano piccoli. In questa approssimazione poniamo

$$\eta^\mu = L^\mu + \xi^\mu, \quad |\xi| \ll |L|, \quad (34)$$

approssimiamo la velocità con $u^\mu = (c, \vec{0})$, e ci limitiamo a termini del primo ordine in ξ e nelle componenti del tensore $h_{\mu\nu}$ che descrive l'onda. L'Eq. (33) si riduce a

$$\ddot{\xi}^i = -L^j R_{j00}{}^i c^2, \quad (35)$$

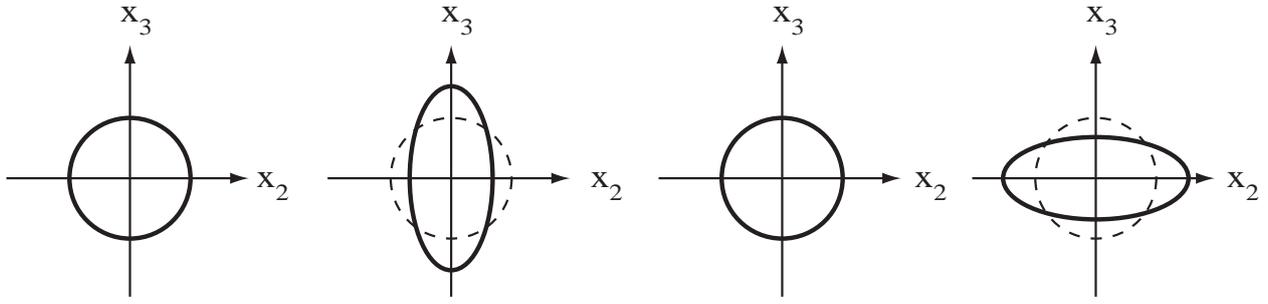


Figura 8: Risposta al modo di polarizzazione h_+ per masse di prova disposte in cerchio nel piano ortogonale al moto dell'onda.

dove il punto indica la derivata rispetto al tempo, e il tensore di Riemann è calcolato al primo ordine in h utilizzando la connessione (4). Lavorando nel gauge TT dove $h_{\mu 0} = 0$ (si veda App.1) si ottiene

$$R_{j00}{}^i = \frac{1}{2c^2} \ddot{h}_j{}^i, \quad (36)$$

e quindi

$$\ddot{\xi}^i = -\frac{1}{2} \ddot{h}_j{}^i L^j. \quad (37)$$

Prendiamo per semplicità un'onda piana monocromatica, che si propaga lungo l'asse x_1 con frequenza $\omega = ck$. Le sue componenti non nulle sono confinate nel piano $\{x_2, x_3\}$, e sono date da:

$$\begin{aligned} h_{22} &= -h_{33} = h_+ \cos(kx - \omega t), \\ h_{23} &= h_{32} = h_\times \cos(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (38)$$

dove h_+ e h_\times sono costanti. Abbiamo quindi $\ddot{h}_{ij} = -\omega^2 h_{ij}$, e lo spostamento delle masse nel piano perpendicolare al moto dell'onda è descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}^2 &= -\frac{\omega^2}{2} (h_+ L_2 + h_\times L_3) \cos(kx - \omega t), \\ \ddot{\xi}^3 &= -\frac{\omega^2}{2} (h_\times L_2 - h_+ L_3) \cos(kx - \omega t). \end{aligned} \quad (39)$$

Per illustrare meglio gli effetti dell'onda supponiamo ora di avere un insieme di masse di prova che a riposo sono disposte in modo da formare un cerchio di raggio $L/2$ nel piano $\{x_2, x_3\}$: possiamo dunque porre, nell'equazione precedente, $L_2 = L_3 = L$. Supponiamo anche che l'onda incidente sia polarizzata linearmente, con ampiezza $h_+ \neq 0$ e $h_\times = 0$.

In questo caso, la forza (39) che agisce sulle masse di prova varia periodicamente, passando

da una fase con $\cos(kx - \omega t) = 1$, caratterizzata da

$$\ddot{\xi}^2 = -\frac{\omega^2}{2} h_+ L, \quad \ddot{\xi}^3 = \frac{\omega^2}{2} h_+ L, \quad (40)$$

(ovvero attrazione massima lungo x_2 e repulsione massima lungo x_3), ad una fase con $\cos(kx - \omega t) = -1$, caratterizzata da

$$\ddot{\xi}^2 = \frac{\omega^2}{2} h_+ L, \quad \ddot{\xi}^3 = -\frac{\omega^2}{2} h_+ L, \quad (41)$$

(ovvero repulsione massima lungo x_2 e attrazione massima lungo x_3). Seguendo la variazione periodica dell'ampiezza di h_+ il cerchio di masse subisce quindi una serie di successive e alternate compressioni/espansioni lungo gli assi ortogonali x_2 e x_3 , come illustrato in Fig. 8.

Se l'onda è polarizzata in modo opposto ($h_+ = 0$, $h_\times \neq 0$), la situazione è simile. In questo secondo caso, infatti, le equazioni del moto per le masse di prova che otteniamo dalla (39) differiscono dalle precedenti solo per una rotazione di un angolo $\pi/4$ nel piano $\{x_2, x_3\}$. L'effetto del modo h_\times sul cerchio di masse è dunque lo stesso del modo h_+ , ma è riferito a un sistema di assi ruotato di 45 gradi rispetto alla precedente configurazione, come illustrato nella Fig. 9.

I due tipi di distorsione (o "stress") indotti sulle masse di prova e illustrati in figura sono tipici degli stati di polarizzazione di un'onda di tipo tensoriale. L'obiettivo dei rivelatori è concettualmente semplice (ma tecnicamente molto complicato): amplificare al massimo tali distorsioni, riducendo contemporaneamente al minimo tutti i possibili "rumori" estranei, ossia tutti gli effetti (termici, sismici, etc) che possono produrre ulteriori vibrazioni delle masse di prova, e che non

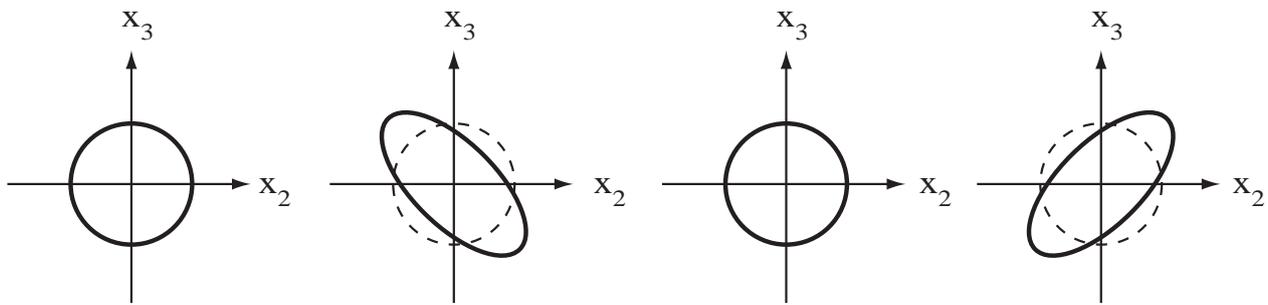


Figura 9: Risposta al modo di polarizzazione h_x per masse di prova disposte in cerchio nel piano ortogonale al moto dell'onda.

sono dovuti direttamente al passaggio dell'onda gravitazionale.

Ringraziamenti

Alcune parti di questo articolo sono basate su lavori effettuati col parziale supporto del MIUR (progetto PRIN) e dell'INFN (programma TAsP).



- [1] B. P. ABBOT *et al.* (LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION AND VIRGO COLLABORATION): "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger", *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 061102.
- [2] R. H. HULSE AND J. H. TAYLOR: "Discovery of a pulsar in a binary system", *Astrophys. J. Lett.* **195** (1975) L51.
- [3] B. P. ABBOT *et al.* (LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION AND VIRGO COLLABORATION): "GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral", *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 161101.
- [4] M. GASPERINI: *Relatività Generale e Teoria della Gravitazione*. Second Edition, Collana UNITEXT for Physics, Springer-Verlag Italia (2015).
- [5] M. GASPERINI: *Gravità, stringhe e particelle: una escursione nell'ignoto*. Collana "I BLU (popular book), Springer-Verlag Italia (2014).
- [6] M. GASPERINI: "Dilatonic interpretation of the quintessence?", *Phys. Rev. D* **64** (2001) 043510.
- [7] L. AMENDOLA, M. GASPERINI AND F. PIAZZA: "Fitting type Ia supernovae with coupled dark energy", *JCAP* **0409** (2004) 014.
- [8] T. KALUZA: "On the Problem of Unity in Physics", *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin* **1921** (1921) 966. O. KLEIN: "The Atomicity of Electricity as a Quantum Theory Law", *Nature* **118** (1926) 516.
- [9] M. GASPERINI: *Lezioni di Cosmologia Teorica*. Collana UNITEXT di Fisica e Astronomia, Springer-Verlag, Milano (2012).

- [10] B. P. ABBOT *et al.* (LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION AND VIRGO COLLABORATION): "A Search for Tensor, Vector, and Scalar Polarizations in the Stochastic Gravitational-Wave Background", [*arXiv:1802.10194*] (2018).
- [11] M. GASPERINI: "Observable gravitational waves in pre-big bang cosmology: an update", *JCAP* **12** (2016) 010.



Maurizio Gasperini: è attualmente professore ordinario di Fisica Teorica all'Università di Bari, dove svolge attività scientifica e didattica nel campo della relatività, della cosmologia, della gravitazione e della teoria delle interazioni fondamentali. È stato in precedenza ricercatore all'Università di Torino, *Academic Staff Member* alla Università della California (Santa Barbara) e *Scientific Associate* al CERN dove, in collaborazione con Gabriele Veneziano, ha formulato e sviluppato un modello di universo primordiale basato sulla teoria delle stringhe. Per ulteriori dettagli si veda <http://www.ba.infn.it/~gasperin/academic.html>

La nascita dell'astronomia delle onde gravitazionali: Virgo e LIGO

The birth of gravitational wave astronomy: Virgo and LIGO

Matteo Lorenzini

Gran Sasso Science Institute, L'Aquila, Italia

Shane L. Larson

Northwestern University, IL, USA

Riccardo De Salvo

Università del Sannio, Benevento, Italia

Cosa sono le onde gravitazionali?

Le onde sono onnipresenti nel mondo fisico. Le prime onde che in ordine di tempo hanno portato questo nome, le onde del mare, non sono che una delle moltissime voci di un ricco bestiario: il suono, la luce, le vibrazioni del suolo ed

What are gravitational waves?

Waves are ubiquitous in the physical world. The sea waves, which originally brought the name, are just one of many in a rich bestiary: sound, light, ground vibrations up to earthquakes, power through electric lines, even particles, they are all different types of waves. Whenever something changes there is always a wave (or perhaps many)

i terremoti, i segnali delle linee elettriche, perfino le particelle, tutti questi fenomeni rientrano nella classe dell'onda. Ogni cambiamento produce sempre un'onda (o più di una) che diffonde l'informazione nell'universo¹. Non è difficile trovare un esempio: immaginate di lanciare una pietra nell'acqua di uno stagno. La perturbazione indotta dalla pietra crea increspature della superficie che si irradiano in tutte le direzioni, diventando progressivamente più deboli quanto più si allontanano dalla sorgente (per inciso, non possiamo più dire che lo stagno *riflette un cielo immoto*²).

Vi sono molti aspetti interessanti nei fenomeni ondulatori che li rendono un elemento centrale nello studio della natura. Inanzitutto le onde verificano il *principio di sovrapposizione*: se due onde si trovano a passare per lo stesso punto, le loro ampiezze si sommano. In particolare, se le loro ampiezze sono uguali in modulo ma opposte di segno, il risultato è nullo (*interferenza distruttiva*). Quello che più propriamente individua un'onda non è necessariamente il trasporto di materia, e nemmeno una vibrazione meccanica: ad esempio, le onde sismiche non trasportano rocce, ma vi sono onde, come quelle che descrivono la propagazione di particelle massive, che trasportano massa. Un cavo teso è fisicamente scosso quando lungo esso viaggiano onde elastiche, mentre può essere percorso da onde elettromagnetiche senza alcun visibile movimento³. Analizzando meglio il completo bestiario delle onde, la caratteristica condivisa da tutte le voci è il trasporto di una certa quantità di energia, impulso, o informazione. Queste quantità conservate sono sottratte alla sorgente dell'onda ed irradiano lontano da essa, guadagnandosi un'esistenza indipendente sotto forma di onde: onde e sorgente da questo momento vivono vite separate.

La separazione tra onda e sorgente è in realtà conseguenza del fatto che la velocità di propagazione dell'onda è finita. Per capirlo, pensate ad

that carry the news away in the Universe¹. It is easy to find an example: the still waters in a quiet pond are perturbed by a thrown stone, and ripples on the water surface radiate in all directions, progressively weaker as they get farther from the source (by the way, the pond no longer *mirrors a still sky*²).

There are several interesting aspects regarding waves, making them such a central element in the study of nature. The first is the so called *superposition of effects*: if two waves travel through the same point, their amplitudes add. Significantly, if the amplitude is the same but of opposite sign, they cancel each other (*destructive interference*). What properly identifies a wave is not necessarily a matter flow, nor the physical shaking: seismic waves do not transport rock, while other waves like the ones describing massive particles carry the mass. Elastic waves shake a physical wire, but electro-magnetic signals propagate through the same wire, or even in vacuum without need of a material medium³. By inspecting the whole "wave bestiary", the feature shared by all is the propagation of a certain amount of energy, momentum, stress or information. These quantities are subtracted from the wave source and radiate away gaining independent existence as a wave that becomes separated from the source.

The "separation" between source and waves is somewhat related to the (finite) velocity of propagation. Imagine a kid shaking water on

¹Wave e away condividono, probabilmente la stessa etimologia, che proviene da una radice proto-indoeuropea *wegh* andare, muoversi, trasportare in un veicolo

²W.B.Yeats, *The Wild Swans at Coole* (1917).

³A proposito, fu la vana ricerca di un adeguato mezzo per far propagare la luce che ha attivato la linea di pensiero che ha poi portato all'idea di spazio-tempo, ed eventualmente alla Relatività Speciale di Einstein e al concetto moderno di campo di forze.

¹Wave and away probably share the same etymology, coming from an original proto-Indoeuropean root **wegh-* "to go, move, transport in a vehicle".

²W.B.Yeats, *The Wild Swans at Coole* (1917).

³By the way, it was the vain quest for a medium suitable for propagating light that triggered the line of thought that brought to the idea of space time, and eventually to Einstein's Special Relativity and to the modern concept of force fields.

un bimbo che smuove la superficie di uno stagno, immergendo ed estraendo una barchetta dall'acqua. Quando il giocattolo è spinto giù, il livello dell'acqua tutt'intorno sale. Se questo effetto potesse propagarsi immediatamente a tutto lo stagno, il livello della superficie (o, in altre parole, l'energia gravitazionale) potrebbe essere riportato al livello iniziale semplicemente estraendo la barchetta. Questo però non accade: la variazione del livello dell'acqua è diffusa a velocità finita⁴ e ne risulta un'onda. L'onda rimane e continua la sua propagazione anche se il giocattolo è completamente rimosso. Come corollario, poiché esiste una velocità limite (la velocità della luce), ogni perturbazione dà origine ad un qualche tipo di segnale irradiato. Queste semplici osservazioni sono in grado di condurci molto lontano. Se è vero che l'informazione riguardo la presenza di massa in un dato punto è diffusa altrove attraverso l'apparire di un campo di forze (infatti ne possiamo percepire l'effetto usando un dinamometro che misura l'entità dell'attrazione gravitazionale), è lecito aspettarsi l'insorgere di una radiazione quando la massa sorgente del campo è mossa ed accelerata. Le considerazioni precedenti suggeriscono, seppur ad un livello molto generale, che una radiazione gravitazionale debba esistere. Se vogliamo ricavare le sue proprietà in dettaglio dobbiamo però disporre di molte più informazioni riguardo la natura della gravità. L'interazione gravitazionale ha a che fare con molte strane cose, come descrizioni geometriche, sistemi di riferimento, deformazioni dello spazio-tempo, curvatura e così via. Lo scienziato che riuscì nell'intento di dare una sistemazione (apparentemente) semplice a tutta la vicenda fu Albert Einstein (supportato dalle intuizioni di molti altri, tra i quali Tullio Levi-Civita, Marcel Grossman e David Hilbert).

Noi non ripeteremo i ragionamenti che portarono Einstein alla formulazione della Relatività Generale [1]: questo potrebbe facilmente essere l'argomento di molti articoli dedicati. Invece, saltiamo direttamente alle conclusioni e ricordiamo solo quello che interessa per la nostra ricerca.

Un primo passo consiste nel comprendere che quelle che a noi appaiono come forze gravitazionali NON sono forze. Ciò di cui facciamo

⁴La velocità della luce nel vuoto c è una costante della natura, il cui valore è $c = 299\,792\,458$ m/s.

a pond surface, with a floating toy. When the toy is pushed down, the surrounding water is displaced upwards; if this effect could be propagated without delay to the entire pond, the water level (that is, the gravitational energy) would be completely restored by removing the toy. But this is not the case: the information about the water level travels at a finite speed and a wave appears. The wave remains and continues its propagation even if the toy is completely removed. As a corollary, since a general limit velocity exists (the speed of light)⁴, any perturbation will give rise to a radiating signal of some kind. These simple remarks bring us very, very far. If the information about the presence of a mass in a given point is spread out through its gravitational attraction (indeed we can "feel" it by using a dynamometer to detect the resulting gravitational force), we also expect some radiated signal if the mass is accelerated and moved. Therefore, the existence of some kind of gravitational radiation can be argued just on the basis of the former considerations. However, to dig out the features of such waves, we need much more information about the nature of gravity. Gravity has to do with geometry, with reference frames, with space-time stress-strain and its curvature and other odd things. The scientist elaborating the (apparently) simple evidence was Albert Einstein (coalescing the intuitions of many, such as Tullio Levi-Civita, Marcel Grossman and David Hilbert).

We will not review the reasoning that led Einstein to the formulation of General Relativity [1]: this would easily fill many dedicated articles. Instead, we jump directly to his conclusions and just retain what is interesting for our quest.

The first step is to realize that what we call gravitational forces are NOT forces. What we experience when we sit on a chair is NOT gravi-

⁴The speed of light in the vacuum c is a constant in nature, whose value is assumed to be $c = 299,792,458$ m/s.

esperienza quando, ad esempio, siamo seduti NON è una forza di gravità, ma la forza che la sedia applica al nostro fondoschiena per accelerarlo verso l'alto. Il risultato è la percezione di una accelerazione, esattamente la stessa che sentiamo contro la schiena quando siamo seduti in auto e il pilota preme sul pedale. Una particella non sottoposta all'effetto di alcuna forza (non gravitazionale) è detta *in caduta libera* e si muove lungo un percorso chiamato *linea geodetica*. Esempi intuitivi di geodetiche, in accordo coi principi di Newton, sono un punto (per un corpo fermo) od una linea dritta che descrive un moto lineare uniforme. È utile notare esplicitamente che questi esempi di geodetiche implicano un movimento nello spazio e nel tempo: in altre parole, le linee geodetiche sono tracciate in un sistema di coordinate spazio-temporali. Secondo la Relatività Generale le geodetiche nel vuoto sono in generale linee rette, tuttavia esse si curvano e si deformano se nelle vicinanze è presente massa o energia. Usando la felice espressione di J. A. Wheeler, "lo spazio-tempo dice alla materia come deve muoversi, la materia dice allo spazio-tempo come curvarsi"⁵. La gravità, ovvero la naturale tendenza dei corpi dotati di massa a muoversi l'uno verso l'altro, compare come effetto di questa curvatura (come in figura 1).

Sic stantibus rebus, una riflessione più accurata è sufficiente per rendersi conto che una deformazione dello spazio-tempo ha l'effetto di avvicinare o allontanare due geodetiche inizialmente parallele. Immaginiamo un insieme di linee parallele tracciate su uno spesso foglio di gomma. Se adesso stiriamo il foglio tirandolo agli estremi nella direzione delle linee, queste si avvicinano, mentre si allontanano se comprimiamo gli stessi estremi. È interessante notare che il comportamento è esattamente l'opposto se comprimiamo o stiriamo il foglio in direzione perpendicolare alle linee. Se poi la pressione è applicata in un punto, ad esempio schiacciando il foglio nel centro con un dito, le linee inizialmente rette si incurvano. Questo particolare comportamento è chiamato *deviazione geodetica*.

⁵J. A. Wheeler, in *Geons, Black Holes, and Quantum Foam* (2000), p. 235.

Le geodetiche offrono uno schema intuitivo per la comprensione dell'effetto delle onde gravitazionali: se queste ultime devono trasportare

tational force, it is the force that the chair is applying on our bottom to accelerate us up. The result of that force is the feeling of acceleration, exactly like the feeling that the seat of a car generates on our back when accelerating forward. A particle that is not experiencing external (non-gravitational) forces is said to be in *free fall* and moves along a path that is called a *geodesic*. Very intuitive geodesics, according to the Newton's principles, are a point (for a body at rest) or a straight line to describe motion. Notice that these geodesics involve a movement in space and time; that is, geodesics are drawn in a space-time reference system. General Relativity states that geodesics are not straight, they are bent or warped away from straight lines by the presence in the neighbourhood of mass or energy. In the words of J. A. Wheeler, "space-time tells matter how to move; matter tells space-time how to curve" [2].

Sic stantibus rebus, a deeper insight in the space-time behaviour reveals that warping makes parallel geodesics get closer or farther along the line. This can be understood imagining a set of parallel lines drawn on a flat rubber sheet. If the sheet is deformed by pulling along the lines they get closer, while applying a compressional force makes the separation between lines wider. Note that the opposite happens by acting in the direction perpendicular to the lines. If the pull is applied in a point, like a clump of mass, the initially straight lines become curved. This feature is referred to as *geodesic deviation*.

Now, we have a way to imagine the nature of gravitational waves: since they have to carry information on the gravitational field, they must

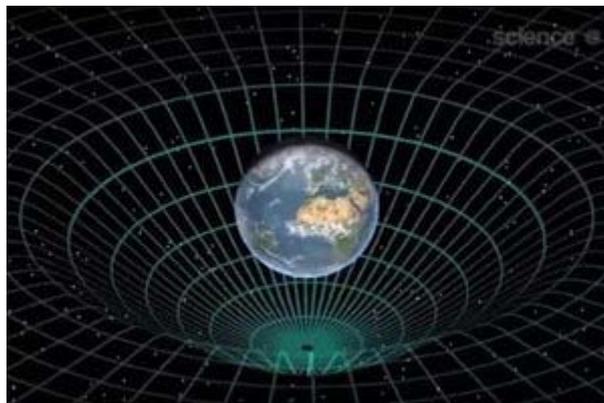


Figura 1: Un oggetto massivo come la terra deforma lo spazio-tempo, e causa la caduta degli oggetti.
A massive object like the Earth will bend space-time, and cause objects to fall toward it.
 Credit: Science@NASA.

informazione sullo stato del campo gravitazionale, devono necessariamente agire sulla deviazione geodetica locale. Solitamente la radiazione gravitazionale è descritta come una increspatura dello spazio-tempo⁶ che viaggia alla velocità della luce: il suo passaggio è indicato dalla variazione ritmica della distanza misurata tra due corpi in caduta libera. Tale variazione può anche essere interpretata come una compressione (o espansione) dello spazio che separa i due corpi, purché si tenga presente che l'opposto accade in direzione perpendicolare: equivalentemente, l'effetto può essere descritto come la comparsa di *forze di marea* oscillanti.

Le forze di marea sono forze apparenti dovute alla variazione differenziale del campo gravitazionale (distorsione spaziale) tra porzioni distanti di un corpo esteso. Il fenomeno delle maree è il paradigma di questo tipo di effetti. Le maree sono il risultato della diversa attrazione gravitazionale esercitata da sole e luna in punti diversi della superficie terrestre⁷; lo schema degli effetti mareali è caratteristico e merita un breve approfondimento. Come mostrato in figura 2, (a), la superficie del mare si gonfia in due quadranti, verso la luna e in direzione opposta; nei quadranti complementari il livello del mare si abbassa. Questo schema di distorsione è detto *deformazione*

⁶Questa definizione molto evocativa, sebbene facilmente comprensibile, non è del tutto corretta: l'effetto fisico è contenuto nella deviazione geodetica, mentre la particolare descrizione dello spazio-tempo dipende dalla scelta di gauge.

⁷Ecco perché le maree sono più forti quando il sole è allineato con la luna.

act by changing the local geodesic deviation. Usually, gravitational radiation is pictorially described as ripples in the space-time⁵ running at the speed of light. Their effect should appear as a rhythmic variation in the distance between freely falling bodies. It can be interpreted as a shrinking (or expanding) of the space in between two chosen points at the price of doing the opposite on a perpendicular direction, or, equivalently, as oscillating *tidal* forces.

Tidal forces are forces that appear due to a differential change in the gravitational field (space distortion) across an extended body. Sea tide is the result of the different attraction of the Moon and the Sun in different zones of the Earth⁶; the tidal pattern is characteristic and deserves more attention. Look at figure 2, (a). The sea bulges on two quarters, toward the Moon and away from it. On the contrary, in the perpendicular two quarters the surface of the sea shrinks. This is what is called a *quadrupole deformation*. And this is, perhaps not surprisingly, also the typical pattern of space deformation induced by a gravitational wave passing by! The local effect of a gravitational wave, GW for shortness, is represented

⁵This colourful definition, even if easily recognised, is not actually correct: the physical effect is encompassed by the geodesic deviation, while the specific description of space-time is gauge dependent.

⁶That is why tides are stronger when the Sun happens to align with the Moon.

quadrupolare. A questo punto, non dovrebbe sorprendere troppo il fatto che questo stesso schema descrive la tipica deformazione spaziale indotta dal passaggio di un'onda gravitazionale! L'effetto locale associato all'onda è mostrato in figura 2, (b) usando la celeberrima mela di Newton... tagliata a metà. Quando l'onda gravitazionale (OG per brevità) attraversa la mela propagandosi perpendicolarmente alla superficie tagliata, il diametro del frutto subisce una variazione periodica corrispondente allo schema quadrupolare discusso sopra. Se alla mela sostituiamo un insieme di corpi in caduta libera (figura 2, (c)), le loro traiettorie ne risulteranno alterate secondo lo stesso schema, come risultato della deviazione geodetica locale dovuta alle OG.

La deformazione di marea ha luogo sia quando la luna è allo zenit, sia quando è al nadir, perciò le maree hanno un periodo di dodici e non ventiquattro ore. Esse avvengono con una frequenza doppia rispetto alla frequenza di rotazione della terra; in modo del tutto analogo, le OG posseggono una frequenza doppia rispetto alla frequenza del sistema sorgente orbitante.

È possibile ricavare tutte le caratteristiche delle OG nell'ambito del formalismo della Relatività Generale. Le equazioni di Einstein, che rappresentano il fondamento del formalismo, mettono in relazione le proprietà dello spazio-tempo al suo contenuto in massa e energia:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Massa ed energia sono contenute nel tensore $T_{\mu\nu}$, chiamato *tensore energia-impulso* mentre la struttura del tensore $G_{\mu\nu}$ è alquanto intricata. Esso è costruito a partire dalle derivate di un altro tensore, $g_{\mu\nu}$, detto *tensore metrico* dello spazio-tempo, che ne descrive la curvatura; solitamente si fa uso delle equazioni di Einstein per determinare $g_{\mu\nu}$ a partire dalla conoscenza delle sorgenti (massa ed energia). Dalla metrica, il formalismo consente infine di ricavare le geodetiche che rappresentano il contenuto fisico della teoria.

L'idea consiste nel cercare soluzioni di tipo onda per le equazioni di Einstein. Potrebbe sembrare un compito proibitivamente difficile; in realtà, esso è significativamente facilitato se teniamo conto di una serie di considerazioni di caratte-

in figure 2, (b). Let's consider Newton's apple. When a GW passes through an apple cut in half perpendicular to the propagation direction, its diameter is stretched with the same quadrupole deformation illustrated above. If the apple is replaced with a set of freely falling objects (figure 2, (c)), their trajectories will be altered following the same quadrupole pattern, as the result of the local geodesic deviation due to the GWs.

Stretching happens equally if the Moon is above or below Earth: tides have 12 hour periods, not 24 hours. Tides happen at twice Earth's rotation frequency, similarly GWs will happen at twice the orbital frequency of the generating orbiting bodies.

All the features of GWs can be calculated in detail with the complete formalism of General Relativity. At the core of the theory, the Einstein's equations relate the metric properties of the space-time to its content in terms of mass and energy:

Here, $T_{\mu\nu}$ is a tensor (called *stress-energy tensor*) that codifies the mass and energy content; the description of the $G_{\mu\nu}$ tensor is a little crooked. It is built with derivatives of another tensor, $g_{\mu\nu}$, that describes the space-time metric: $g_{\mu\nu}$ is usually the unknown quantity, and one has to solve equations to find it. Then, geodesics can be obtained from the metric solution, and this is finally the physical outcome of the General Relativity formalism.

The idea is to search for wave-like solutions in the Einstein's equations. It could seem really hard to do it, but a number of considerations make the task easier. First GWs propagate in the vacuum of space, thus we start setting the

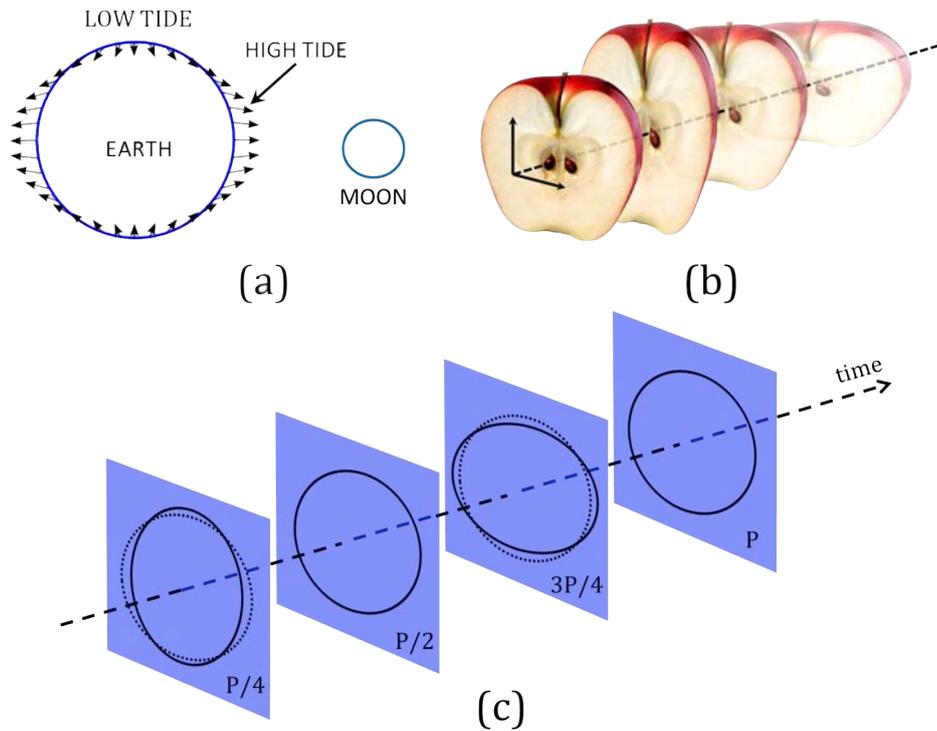


Figura 2: Rappresentazione artistica delle forme quadrupolari nella gravitazione. (a) Geometrie delle forze di marea sulla luna dovute all'attrazione esercitata dalla luna. (b) Effetti di una OG che colpisce una mela perpendicolarmente al taglio che l'ha divisa a metà. (c) Effetti di una OG su un anello di masse puntiformi in caduta libera. P è il periodo dell'onda.

Pictorial representation of quadrupole patterns in gravitation. (a) Pattern of tidal forces on Earth due to gravitational attraction exerted by the Moon. (b) Effect of a GW perpendicularly impinging on an apple cut in half. (c) Effect of a GW on a ring of point masses in free fall. P is the period of the wave.

re fisico. Innanzi tutto, le OG si propagano nel vuoto: possiamo quindi per prima cosa porre a zero il tensore energia-impulso. Inoltre, essendo le sorgenti astrofisiche molto, molto lontane, è lecito assumere che l'effetto delle OG sia solo una piccola perturbazione $h_{\mu\nu}$ della metrica locale. Queste osservazioni semplificano di molto le equazioni, e non è ancora tutto.

La Relatività Generale deve il suo nome ad una proprietà sorprendente delle equazioni di Einstein: esse mantengono la loro forma indipendentemente dal sistema di riferimento considerato (e, pertanto, dalla particolare scelta di coordinate). Storicamente, questo è stato il primo caso riconosciuto di invarianza di gauge, caratteristica fondamentale delle moderne teorie di campo. (In realtà, l'elettromagnetismo classico di Maxwell è una teoria che possiede simmetria di gauge, ma non fu in origine coscientemente riconosciuta come tale.). Nella trattazione delle OG, una scelta opportuna del sistema di coordi-

stress-energy tensor to zero. Because astrophysical sources are very, very far away from us, we consider the effect of GWs as a very small perturbation $h_{\mu\nu}$ of the local metric. These observations greatly simplify the equations, but this is still not the whole story.

General Relativity owes its name to an astonishing property of Einstein's equations: they keep their form, no matter which reference frame is considered. That means, they are the same for any set of coordinates. This was the first recognised example of the so called *gauge freedom*, now a central feature of all field theories. (Actually, the first theory exhibiting gauge symmetry was the Maxwell's classical electromagnetism, however, it was not originally conceived in these terms.) In the discussion on GWs, it is important to wisely choose a coordinate system in which the equations assume their simplest form. This

nate può semplificare nettamente le equazioni. È possibile mostrare che un sistema di riferimento particolarmente “comodo” è quello agganciato alle masse in caduta libera, nel quale perciò esse risultano in quiete. Con questa scelta, le equazioni di Einstein assumono proprio la forma di equazioni d’onda:

$$\square h_{\mu\nu} \equiv \left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] h_{\mu\nu} = 0 \quad (2)$$

Le OG spuntano fuori quasi magicamente come soluzioni di questa equazione. Non è a questo punto una sorpresa che le OG risultino viaggiare alla velocità della luce, come le onde e.m. descritte da Maxwell, e che producono una deformazione quadrupolare della metrica di natura tensoriale. Le OG hanno una serie di altre interessanti proprietà: ad esempio, mostrano due possibili stati di polarizzazione, chiamati *cross* (×) e *plus* (+). Essi differiscono solo nell’orientazione della deformazione mareale: la polarizzazione × corrisponde a quella + (mostrata in figura 2) ruotata di 45°.

Sorgenti di onde gravitazionali

Le equazioni di Einstein ci dicono molto di più. Se siamo interessati ai meccanismi di emissione della radiazione gravitazionale, dobbiamo considerare le possibili sorgenti e le caratteristiche della loro emissione. Ci limiteremo a descrivere i risultati *dal lato dell’offerta*, omettendo i dettagli tecnici della loro derivazione.

Il processo di emissione di OG è alimentato dalla variazione di distribuzione di massa nel tempo, in piena analogia con l’accelerazione di cariche e l’emissione di onde e.m. Ciò non di meno, vi sono differenze importanti. Tanto per cominciare, l’emissione di dipolo è soppressa. Esattamente come accade per le maree lunari, le OG devono mostrare uno schema quadrupolare (compressione ed espansione in due direzioni ortogonali, entrambe normali alla propagazione). In conseguenza di ciò, la distribuzione di massa che alimenta l’OG deve esibire un momento di quadrupolo variabile.

Inoltre, l’ampiezza dell’effetto ovvero $|h_{\mu\nu}|$ è incredibilmente piccola. Ciò è conseguenza naturale di due fatti. Innanzitutto, l’interazione gravitazionale è di gran lunga più debole di quella

frame turns out to be the one in which coordinates are referred to a set of freely falling masses. With this choice, the Einstein’s equations take in a form that clearly describes a wave:

Magically GWs appear solving this equation. Not surprisingly, like Maxwell’s e.m. waves, GWs travel at the speed of light c , and they convey a quadrupole deformation of metric having a tensor nature. GWs have a number of other interesting properties, such as they appear in two polarizations. These only differ in the orientation of the pattern of tidal deformation: the × polarisation corresponds to the + pattern (the one shown in Figure 2) rotated by 45°.

Sources of gravitational waves

Einstein’s equations tell us much more. If we want to study the emission of gravitational radiation, we need to consider possible sources, and the characteristics of the emission. However, the details are quite technical and we are going to skip them. Instead, let us just summarize the results *on the supply side*.

The emission of GWs is a process sourced by a time varying mass distribution, in analogy with accelerating charge and electro-magnetic wave emissions. Nonetheless, there are significant differences. For starters, dipole emission is forbidden. Just like Earth-Moon tides, GWs must be quadrupolar (stretch in one direction, and compress in a second direction, both perpendicular to the propagation direction). As a consequence, the emitting mass distribution must also exhibit a time varying quadrupole deformation to emit GWs.

Second, the amplitude of the effect, that is, $|h_{\mu\nu}|$, is incredibly tiny. This is naturally related to the fact that the gravitational interaction is by far weaker than electro-magnetism; quite

elettromagnetica: spesso, e in modo alquanto pittoresco, si suole dire che lo spazio-tempo è estremamente rigido. In effetti Hertz non avrebbe avuto la stessa buona sorte, se avesse tentato di usare OG invece di onde radio nel corso del celebre esperimento al Politecnico di Karlsruhe. Una stima diretta della intensità della radiazione gravitazionale prodotta da un corpo di grande massa (ad esempio, un enorme bilanciere) messo in rotazione su sé stesso con la massima rapidità raggiungibile (ovvero fino al punto di rottura del materiale di cui è fatto) dimostra l'impossibilità pratica di qualsiasi rivelazione. La variazione di distanza vista da un ricevitore costruito in laboratorio, ponendo due masse in caduta libera ad un metro l'una dall'altra, sarebbe pari a 10^{-38} m: da un punto di vista sperimentale tale valore è totalmente indistinguibile da zero⁸.

Sorgenti astrofisiche: stelle di neutroni e buchi neri

La situazione cambia drasticamente se consideriamo sorgenti astrofisiche. In pratica il cosmo è pieno di oggetti estremi, in grado di emettere OG di incredibile intensità. Queste sorgenti si trovano a milioni o miliardi di anni luce da noi (per fortuna) eppure la loro emissione gravitazionale è così forte da raggiungerci mantenendosi ad un livello ancora rivelabile. Ecco perché quando parliamo di OG non accenniamo mai a telecomunicazioni, ripetitori, trasmettitori: intendiamo invece invariabilmente segnali provenienti dagli angoli più remoti dell'Universo.

Per emettere OG ad un livello significativo, un oggetto astrofisico deve essere caratterizzato da elevata compattezza, deve possedere una deformazione quadrupolare ed evolvere con estrema rapidità (ovvero, con velocità tipica vicina alla velocità della luce). Se elenchiamo i candidati in possesso di queste caratteristiche, ci imbattiamo inevitabilmente in due classi di oggetti stellari estremi di grande fascino: le stelle di neutroni ed i buchi neri. Entrambi sono molto, molto compatti.

Le stelle di neutroni sono ciò che resta di stelle che hanno consumato tutto il combustibile nu-

often, and quite quaintly, people are used to say the space-time is very very stiff. Hertz would not have been so lucky, if he had tried using GWs instead of radio waves in his famous experiments at Karlsruhe Polytechnic. The estimate of the gravitational radiation produced by a massive body (for instance, a gigantic barbell) spinning very fast (up to the breaking point of its material) leaves no room to any possible detection [3]. A receiver built with two freely falling particles 1 m apart would see only a variation of some 10^{-38} m in their separation⁷. Such a variation is a vanishing quantity in all imaginable experimental respects.

Astrophysical sources: neutron stars and black holes

A very different situation arises if we look at astrophysical sources. It turns out that the cosmos has plenty of very extreme objects, able to emit incredibly intense GWs. Fortunately these sources are millions to billions light years away from us, yet their gravitational radiation is strong enough to reach us while still being at a detectable level. This is why, when we speak about GWs, we do never refer to GW broadcasting stations, or communications, or laboratory emitters: we always mean that we listen at signals from the furthest corners of the Universe.

To be a significant GW emitter, astrophysical objects must be very compact, possess a quadrupole deformation and cycle rapidly (that means, with typical velocities approaching the speed of light). If we take on the task of listing possible GW sources, we come across a couple of fascinating and extreme stellar objects: neutron stars and black holes. They are very compact, indeed.

Neutron stars are the leftovers of burnout stars; when their inner power engine has consumed all

⁸Inoltre, per distinguere le OG dagli effetti di campo vicino, il rivelatore dovrebbe essere posto ad almeno qualche centinaio di chilometri di distanza.

⁷Moreover, in order to be able to distinguish the produced GW from near field effects, this detector would have to be placed at least a few hundred kilometres away.

ciare disponibile. Quando il loro motore interno si ferma l'improvviso stallo nella produzione di energia, unitamente al raffreddamento del gas, causa un rapido collasso gravitazionale. Il collasso termina solo quando le forze repulsive tra i costituenti dei nuclei atomici (protoni e neutroni) del gas sono sufficienti ad impedire ogni ulteriore contrazione della materia stellare. Quest'ultima è così compressa che gran parte degli elettroni si fonde coi protoni trasformandoli in neutroni, di modo che la stella degenera che ne risulta è per lo più composta da neutroni⁹. Una stella di neutroni possiede una massa maggiore di quella del sole, compressa in una sfera di soli 10 km di diametro!

I buchi neri rappresentano lo stadio definitivo in questo gioco di estrema violenza: se la quantità di massa coinvolta nella contrazione è più di 1.5-2 masse solari, la sua pressione gravitazionale non può essere sostenuta neppure dalle forze tra protoni e neutroni. La contrazione continua finché l'intera stella collassa in un unico punto, avvolto da un orizzonte degli eventi. In corrispondenza dell'orizzonte, la velocità di fuga uguaglia quella della luce: ciò che penetra questa barriera non può più uscirne, neppure la luce. Un buco nero è un autentico oggetto estremo.

Orbite accelerate

Siamo abbastanza sicuri che un sistema binario di stelle *debba* emettere OG: in questo caso, la variazione del momento di quadrupolo del sistema non è e non può essere zero. Tuttavia, solamente i sistemi composti da stelle di neutroni o buchi neri permettono, in virtù della loro compattezza, il raggiungimento di orbite abbastanza strette perché le OG emesse siano rivelate sulla terra. Orbite strette comportano velocità orbitali prossime alla velocità della luce e frequenze abbastanza elevate da entrare nella banda di sensibilità dei rivelatori nelle fasi finali della loro vita, prima di fondersi in un singolo buco nero.

Da un punto di vista teorico, il problema principale riguardava l'individuazione dei processi responsabili della formazione di sistemi binari composti da stelle di neutroni e buchi neri. Sebbe-

⁹Alcuni elettroni e protoni rimangono liberi anche nelle stelle di neutroni, e sono responsabili degli intensi campi magnetici delle pulsar.

available nuclear fuel, the sudden loss of power production and cooling of the gas allows a fast infall. At the end of the fall the only way to contrast the stellar mass gravity is through the repulsive forces of the constituents of atomic nuclei. The compressive force is so strong that most electrons fall into protons, turning them in neutrons, and neutrons sit shoulder to shoulder⁸. A neutron star has a mass larger than the Sun's, compressed in a sphere 10 km wide!

Black holes represent the ultimate level in this violent game: if the amount of infalling mass is more than 1.5 to 2 solar masses, not even the repulsive forces between protons and neutrons can counteract gravity, the infall restarts and the whole star collapses into a point shrouded by an "event horizon". At the event horizon the escape velocity is equal to the speed of light and therefore even light cannot escape through it. A black hole is a truly extreme object.

Accelerating orbits

We are pretty sure that a binary system of stars *must* emit GWs: the quadrupole moment of orbiting objects is far from being zero. Yet only neutron star and black hole binaries, or mixed systems are compact enough to allow sufficiently tight orbits that, with the orbital speed close to the speed of light reached just before merging into a single black hole, can produce GW at sufficiently high frequency and strength to be detectable on Earth.

The major theoretical question was represented by the formation process of these systems. While we were unable to calculate their production probability, we could expect to find some of them.

⁸Some electron and proton remain free, even in neutron stars, and account for the strong magnetic field of pulsars.

ne non fossimo in grado di stimare con precisione la probabilità di formazione di questi sistemi, era ritenuto verosimile che se ne potessero osservare alcuni. In effetti, R.A. Hulse e J.H. Taylor furono i primi a scoprire un sistema binario composto da due stelle di neutroni (in realtà, due pulsar), il sistema chiamato PSR 1913+16 [4]. Non solo, le osservazioni condotte dai due scienziati consentirono di verificare che lo spiraleggiamento del sistema era in accordo perfetto con l'ipotesi di emissione di OG di bassa frequenza (non osservabili sulla terra) (figura 3). Sistemi come PSR 1913+16 hanno tipicamente tempi di vita dell'ordine di milioni di anni. Il lavoro di Hulse e Taylor pubblicato nel 1981 ha anticipato largamente l'evidenza diretta delle OG, e questa scoperta è valsa ai due autori l'assegnazione del premio Nobel nel 1993. Inoltre, la prova dell'esistenza di sistemi binari di stelle compatte forniva almeno la promessa dell'esistenza di sorgenti di OG reali. Fu questa promessa a spingere e sostenere gli scienziati che avevano iniziato la progettazione di rivelatori terrestri di OG.

The first observed binary system formed by neutron stars (actually two pulsars) was indeed discovered by R.A. Hulse and J.H. Taylor observing the binary pulsar PSR 1913+16 [4]. Even better, this system was found to inspiral at exactly the rate foreseen by the emission of low-frequency (undetectable on Earth) GWs (figure 3). These systems have typical lifetimes to plunge of millions of years. The work of Hulse and Taylor, published in 1981, largely anticipated any direct evidence of GW emission, and for this breakthrough the two authors shared the Nobel prize in 1993. Observation of binary neutron star systems gave us at least some guaranteed GW sources. Having these "guaranteed signals" to hunt for, scientists started designing Earth-based GW detectors.

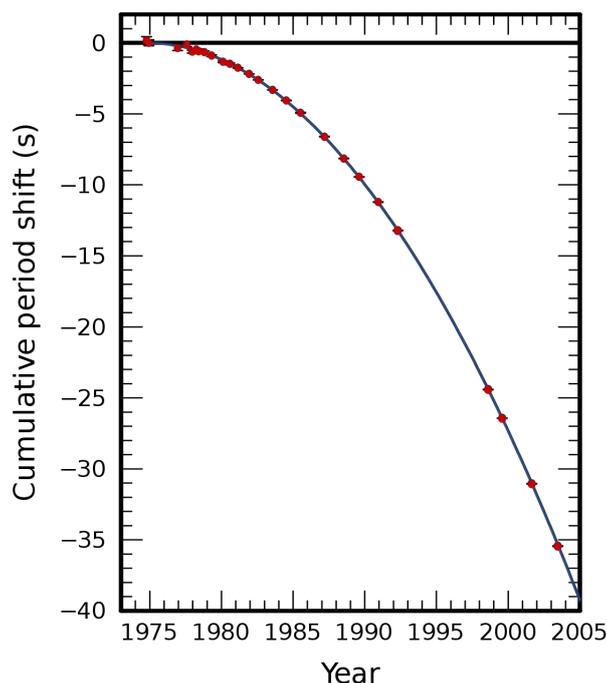


Figura 3: Grafico dello spostamento del periodo orbitale del sistema binario PSR 1913+16 in funzione del tempo. I punti sono i valori misurati, mentre la linea continua è il risultato di calcoli basati sulla Relatività Generale, nell'ipotesi che l'emissione di OG sia responsabile di tutta la perdita di energia rotazionale. L'accordo è notevole.
Plot of the shift of the orbital period of the PSR 1913+16 binary system as a function of time. Dots are the measured values, while the solid line is the result of a theoretical computation based on General Relativity, under the assumption that the emission of GWs accounts for the whole loss of orbital energy. The agreement is pretty remarkable.

Come e perché la variazione del periodo orbitale di PSR 1913+16 è legata all'emissione di radiazione gravitazionale? Le OG trasportano energia (e momento angolare). Il che significa che se un sistema binario è abbastanza relativistico da emettere una quantità significativa di radiazione, esso perderà energia gravitazionale orbitale. L'energia sottratta dall'onda causa una diminuzione del periodo orbitale e una contrazione delle orbite. Alla fine, i due oggetti compagni cadranno uno sull'altro e si fonderanno in un unico oggetto finale. Lo spiraleggiamento di una binaria coalescente è un evento di incredibile rapidità e violenza: la potenza emessa sotto forma di OG cresce drammaticamente in un tempo dell'ordine dei secondi, generando un impulso di radiazione la cui energia totale è misurata addirittura in masse solari. Come vedremo eventi di questo tipo, in cui sono coinvolti buchi neri e stelle di neutroni, sono stati osservati direttamente ed in numero sorprendentemente elevato tramite la rivelazione di radiazione gravitazionale.

Onde da stelle di neutroni ruotanti?

È possibile che una singola stella di neutroni rotante emetta OG? No, verrebbe da dire se immaginiamo tale stella come una sfera perfetta, caratterizzata da una variazione di momento di quadrupolo nulla. In realtà ciò può non essere del tutto vero. L'osservazione delle pulsar ha mostrato che alcune stelle di neutroni possono emettere segnali radio periodici molto collimati, la cui pulsazione è uguale alla frequenza di rotazione della stella. In questi rari casi la stella di neutroni è identificata come pulsar. Ora, i segnali provenienti dalle pulsar mostrano una straordinaria regolarità, interrotta solo da eventi eccezionali nei quali il periodo si modifica improvvisamente in corrispondenza di un aumento quasi istantaneo della rapidità di rotazione. Si è suggerito che questi sbalzi siano associati con improvvisi riassetamenti della superficie delle pulsar (i così detti *stellamoti*, in inglese *starquakes*); ciò suggerisce che le pulsar dispongano di una crosta rigida e possibilmente non del tutto sferica. La non esatta sfericità della crosta (e quindi l'emissione di OG da stelle di neutroni singole) è supportata anche da altre idee: rigonfiamento equatoriale, vibrazioni non radiali, dischi di

Let us explain how the shift of the period of PSR 1913+16 is related to the emission of gravitational radiation. GWs carry energy (and momentum). This means that, if a binary system is "relativistic enough" to emit a significant amount of gravitational radiation, it will lose orbital energy. The stolen energy causes a drop of the orbital period and a shrinking of the binary system. Eventually, the binary companions will collapse on each other and merge into a final object. The inspiral of a coalescing binary is a rapid and incredibly violent event: the emitted GW power rises up dramatically in a period of the order of seconds generating a pulse radiating an amount of energy measured in solar masses. As we will see, mergers of neutron star and black hole binaries were eventually observed through their GW emission, in a surprisingly large number.

Spinning neutron star sources?

Could a single spinning neutron star emit GW? The answer is no if we imagine neutron stars as perfect spheres, therefore with null variation of the quadrupole moment. But, this may not be actually true. We know from pulsar observations that some neutron stars can emit very collimated radio signals, pulsating with the rotation period of the object. In that (rare) case, the neutron star is identified as a pulsar. Now, pulsars have a very regular time behaviour, except for occasional glitches corresponding to an instantaneous increase of the spinning frequency. It is suggested that these glitches are associated with a sudden rearrangement of the pulsar crust (the so called *starquakes*), which hints that the surface of a neutron star may be, to some extent, rigid, and possibly not completely spherical. Other ideas also support the idea that neutron star may not be perfectly spherical and that the emission of GWs from neutron stars could be detectable (equatorial bulge, non-radial vibrations, accretion disks...).

accrescimento...

Sorgenti di GW esplosive

Fin qui abbiamo discusso solo di sorgenti periodiche o quasi periodiche, ovvero di oggetti orbitanti o rotanti che si suppone emettano OG periodiche. Naturalmente, non c'è alcun motivo per non pensare che esistano anche emissioni impulsive di OG. Alcune potrebbero essere esotiche e difficilmente prevedibili, ma ve ne sono di più facili da immaginare. Orbite cometarie di buchi neri o stelle di neutroni, soprattutto se in ammassi stellari densi, possono produrre un singolo impulso di OG nel punto di massimo avvicinamento.

Un altro esempio di emissione impulsiva viene dalle supernovae. Si chiama supernova l'evento catastrofico di esplosione/implosione che conclude la vita di una stella massiccia, originando una stella di neutroni. Il collasso della stella comporta un improvviso cambiamento nella distribuzione locale di massa, associato con l'enorme quantità di energia emessa nell'espulsione degli strati esterni dell'astro. Se il collasso mantiene una distribuzione sferica non si produce alcuna radiazione gravitazionale. D'altronde, un *collasso del nucleo* simmetrico non riesce a spiegare le caratteristiche peculiari osservate nelle esplosioni di supernovae. Le più recenti simulazioni mostrano che non appena il nucleo metallico inizia a contrarsi, il materiale in caduta turbolenta innesca uno shock estremamente intenso, in grado di risalire fino agli strati esterni e causare la fase esplosiva. Sebbene i dettagli del processo siano ancora non compresi, ciò che è sicuro è che un collasso perfettamente simmetrico non può funzionare [5]. Una ulteriore conferma proviene dall'osservazione delle velocità orbitali delle stelle di neutroni nella galassia che indicano chiaramente l'effetto di forti impulsi residui al momento dell'evento di supernova, indizio indiretto di asimmetrie nel collasso. Così, teoria ed osservazioni sono concordi nel suggerire che le esplosioni nelle supernove a collasso nucleare possono esibire gradi di asimmetria sufficienti per l'emissione di impulsi di OG di intensità rivelabile, purché l'evento avvenga nei limiti della galassia.

Burst GW sources

As for now, we only discussed *periodic* or *quasi-periodic* sources, that is, orbiting or rotating objects that are expected to emit periodic GWs. Of course, there is no reason that sources of GW bursts cannot exist. Some may be so exotic, that we cannot guess, but some are easier to imagine.

Comet-like orbits of Black Holes or Neutron Stars, especially in dense globular clusters, may produce a single GW pulse at the closest approach point.

Other impulsive events are expected to be GW sources. Supernovae are an example. A supernova event is the catastrophic explosive/implosive death of a massive star generating neutron stars. The infall involves a sudden change in the local mass distribution (associated with the enormous amount of energy release ejecting the rest of the star). If the infall maintains a spherical distribution, no GW will be emitted. However symmetric *core-collapse* is unable to explain the observed supernovae explosions. The latest simulations show that when the star metallic core starts collapsing, infalling material produces turbulence that fuels a shock strong enough to propagate through the outer shell of the star and power the explosion. The process is still not completely clear, but what is clear is that a fully symmetric collapse would not work [5]. Observed neutron stars orbiting speeds in the galaxy also indicate the presence of strong neutron star natal kicks, due to asymmetric collapse. Both observations and theory indicate that core-collapse supernova explosions may exhibit sufficiently strong asymmetries, which would give rise to detectable GW pulses if the event happens within our own galaxy.

... e il Big Bang,, naturalmente !

Non potevamo chiudere questo veloce elenco di sorgenti senza citare l'affascinante questione del contributo cosmologico di OG, provenienti dalle prime turbolente fasi della vita dell'Universo. Se rivelata, l'eco gravitazionale del Big Bang fornirebbe informazioni di prima mano sulla fase inflazionaria che è stata ipotizzata per giustificare il notevole grado di piattezza dell'Universo attuale. OG provenienti dall'inizio del tempo sono previste anche in modelli che postulano l'esistenza di altre singolari o esotiche condizioni che avrebbero accompagnato la nascita della materia ordinaria e finanche del vuoto.

La ricerca (quasi onirica) delle onde gravitazionali

Che significa esattamente intensità rivelabile? Perfino i più sognatori tra gli scienziati, quando per la prima volta hanno incontrato il microscopico fattore nelle equazioni di Einstein ($8\pi G/c^4 = 2 \cdot 10^{-43} \text{ m}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$), probabilmente sono stati tentati di dubitare della stessa rivelabilità di qualsiasi OG.

Cerchiamo di farci un'idea delle enormi difficoltà poste dalla rivelazione della radiazione gravitazionale. L'ampiezza di una OG è rappresentata dal modulo della perturbazione metrica che abbiamo definito $h \simeq |h_{\mu\nu}|$. Possiamo tradurre in un segnale la deviazione geodetica locale misurando la distanza tra due corpi in caduta libera. È in definitiva questo cambiamento nella curvatura dello spazio-tempo che consente di registrare il passaggio di una OG.

Si può dimostrare che, se L è la distanza imperturbata tra i due corpi in caduta libera, la variazione di lunghezza ΔL dovuta al passaggio di una OG che si propaga perpendicolarmente ad L è:

$$\Delta L = \frac{hL}{2} \quad (3)$$

Ora, per le più intense sorgenti nelle nostre vicinanze cosmiche, ovvero più o meno nel raggio di un miliardo di anni luce, la teoria consente di stimare un valore spettacolarmente basso per h , dell'ordine di 10^{-21} (quando rivelato sulla terra). Questo numero implica che l'obiettivo che ci

...and the Big Bang!

In this quick review of GW sources, we cannot overlook the fascinating contribution from cosmological GWs from the turbulent early history of the Universe. If detected, GW relic from the Big Bang would give valuable information on the inflationary phase that has been assumed to explain the remarkable flatness of the present day Universe. Other fancy recordings of the birth of ordinary matter (and even vacuum) after the Big Bang may show up in GW signals.

The dream-quest for detecting gravitational waves

What does "detectable level" mean? When visionary scientists first looked at that incredibly tiny factor in the Einstein's equations ($8\pi G/c^4 = 2 \cdot 10^{-43} \text{ m}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$) they were tempted to ask: are there any GW at a detectable level at all?

Let's try to figure out some of the enormous difficulties. The GW amplitude is represented by the modulus of the metric term that we define as $h \simeq |h_{\mu\nu}|$. Monitoring the distance between freely falling bodies is an effective way to transduce into a signal the geodesics change in a local environment. This change of space-time curvature ultimately allows to detect and record GWs.

It can be shown that, if L is the macroscopic distance between two bodies in free fall, the length variation due to a GW passing perpendicularly to the length L is:

poniamo equivale a misurare spostamenti pari ad un milionesimo di milionesimo di millimetro su una distanza imperturbata di un metro! In altre parole, vogliamo osservare variazioni di lunghezza inferiori ad un millesimo del raggio di un protone su una distanza di alcuni chilometri.

Se pensate che ciò sia del tutto ridicolo, non siete i soli. L'idea di rivelare sperimentalmente un effetto così piccolo è stata considerata completamente folle da molti scienziati. Molti, incluso Einstein, erano dell'opinione che fosse assolutamente impossibile. È una fortuna che vi siano stati scienziati altrettanto folli da tentare, ed abbastanza capaci da riuscire nell'impresa!

Le onde gravitazionali sono reali?

Più o meno per quarant'anni dopo la prima soluzione ondulatoria delle equazioni della Relatività Generale, dovuta allo stesso Einstein, la comunità scientifica è stata attraversata da accesi dibattiti sulla effettiva esistenza fisica di OG. La *querelle* si affiancava ai calcoli eseguiti per comprendere la loro natura e le loro caratteristiche, e per immaginare modi efficaci per misurarle. Einstein aveva fornito una formula per stimare l'intensità della radiazione gravitazionale, la così detta *formula del quadrupolo*, grazie alla quale fu subito evidente l'impossibilità di eseguire esperimenti simili a quello di Hertz, con un trasmettitore ed un ricevitore posti nello stesso laboratorio. Questa semplice osservazione stimolò una serie di ricerche teoriche volte a fare maggior chiarezza sulle caratteristiche fisiche di questo nuovo tipo di onde.

Eddington mostrò, in un famoso lavoro del 1922, che le varie soluzioni ondulatorie note allora avevano comportamenti marcatamente differenziati – la velocità di propagazione di alcuni tipi di onde dipendeva dal sistema di coordinate scelto, mentre per altri la velocità ne era indipendente. In alcuni casi le velocità risultavano perfino superluminali. Innervosito da queste incongruenze, Eddington finì per dubitare dell'esistenza stessa delle OG, arrivando a dichiarare ironicamente che esse viaggiano alla velocità del pensiero [6]. Analogamente, Einstein e Nathan Rosen furono indotti, nel 1936, a negare la realtà fisica delle onde [7][8], poiché la soluzione da loro trovata possedeva una singolarità - singola-

of this number, it means that we need to detect a displacement of one billionth of one billionth of a millimetre for a couple of masses 1 m apart. In other words, we have to measure length changes less than one thousandth of a proton radius over distances of few kilometers!

If you think this is completely ridiculous, you are not alone: the idea of measuring such a vanishingly small effect had been regarded as foolish by most scientists. Many of them, including Einstein, thought it was totally impossible. Happily there were scientists foolish enough to try it, and capable enough to eventually be successful!

Are gravitational waves real?

For most of the first four decades after Einstein's first wave solution in General Relativity, the scientific community vigorously debated whether or not gravitational waves were a real, observable phenomenon. The debate was driving largely by calculations designed to understand their nature and behaviour, and how one might in fact go about measuring them. Einstein had provided a way to estimate the strength of gravitational waves using the "quadrupole formula," and it was immediately apparent that it would not be possible to conduct a Hertz-like experiment with a laboratory scale generator and receiver for the waves. That simple fact led to a variety of theoretical calculations attempting to better illuminate the character of the waves.

Eddington famously showed in 1922 that different wavelike solutions behaved differently – some propagated at different speeds, including super-luminal speeds, depending on the coordinates chosen, and still others propagated with speeds independent of coordinates. Incensed by these inconsistencies, Eddington doubted the waves were physical at all, declaring that they "propagate at the speed of thought" [6]. Similarly, in 1936, Einstein and Nathan Rosen [7][8] famously thought the waves might be non-physical because they had found a solution with a singularity, though it was later discovered to be an artifact of the coordinates they were using.

rità che, come fu poi dimostrato, era un artefatto della particolare scelta di coordinate da loro impiegata.

Molte di queste iniziali difficoltà erano il risultato dell'inesperienza nel trattare le equazioni della Relatività Generale, e della difficoltà di separare chiaramente effetti fisici indipendenti dal sistema di riferimento (invarianti) e perciò reali da subdole implicazioni non fisiche generate solo da scelte inadeguate delle coordinate. Nella pratica attuale, gli esperti di Relatività Generale sono ben consci del fatto che le quantità utili per la realizzazione di strumenti osservativi sono i così detti invarianti (ovvero grandezze sulle quali c'è completo accordo fra tutti gli osservatori possibili, indipendentemente dal loro stato di moto e dal sistema di coordinate impiegato) oppure osservabili fisiche come la curvatura dello spazio-tempo, contenuta nel tensore di curvatura di Riemann. Il primo a formulare compiutamente questo approccio fu Felix Pirani. Nel 1957 Pirani pubblicò un approccio pratico all'uso della curvatura nella concezione di esperimenti fisici. Questo lavoro ottenne ben poca risonanza, finché Pirani ne presentò i contenuti alla famosa conferenza di Chapel Hill, nel 1957, sotto il titolo "Il ruolo della gravitazione nella fisica". Egli mostrò che la curvatura imposta dalle OG allo spazio-tempo produceva variazioni nella distanza tra particelle in caduta libera – la deviazione geodetica – che in principio potevano essere misurate. Feynman era presente alla conferenza (sebbene non lo fosse alla relazione di Pirani) e reinterpretò l'effetto dal punto di vista del lavoro fatto sulle particelle, fornendo una chiara descrizione del meccanismo con cui le onde potevano depositare calore in un sistema. Tale calore rappresentava un segnale che, almeno euristicamente, poteva essere dichiarato misurabile. Bondi era presente alla relazione e tempestò Pirani di domande. Egli seguì la stessa linea di pensiero e formulò quello che è oggi conosciuto come l'argomento della perline sulla bacchetta, che pubblicò lo stesso anno su *Nature*. [9].

L'esperimento mentale di Bondi può essere descritto come segue: immaginate due perline che scorrono lungo una bacchetta liscia ma non del tutto priva di attrito. Al passaggio di una OG le due perline iniziano a muoversi l'una rispetto all'altra per effetto della curvatura dello

Many of these early difficulties resulted from inexperience with General Relativity, and the difficulty of separating invariant physical effects from deleterious non-physical implications resulting purely from a poor choice of coordinates. Today, practitioners of General Relativity are cognizant that the quantities useful to build observation tools are either invariants (quantities that all observers agree on, irrespective of their state of motion and the coordinates they lay down to cover spacetime), or are physically observable quantities like the curvature of spacetime (usually embodied by the Riemann Curvature Tensor). The first person to realise this, was Felix Pirani. In 1956 he published a very practical approach to using the curvature to devise physical experiments. Pirani garnered little attention until he presented the work at the famous 1957 Conference in Chapel Hill entitled "The Role of Gravitation in Physics." Pirani showed that considering the curvature the gravitational waves imposed on spacetime would induce changes in distance between free particles – geodesic deviation – which could in principle be measured. Feynman who was also at the conference (though not at Pirani's presentation) reinterpreted the effect from the perspective of work being done on the particles, leading to a manifest representation of how the waves could deposit heat in a system, a signal that at least heuristically was understood as measurable. Bondi, who was at the presentation thoroughly questioned Pirani about it. He followed a similar line of thought and created what today is known as the "sticky bead argument", which he published that same year in *Nature* [9].

Bondi's sticky bead argument can be thought as follows: imagine two small beads, allowed to slide along a nearly, but not perfectly frictionless rod. When a gravitational wave passes by, it curves the spacetime, and as a result the two beads move with respect to one another. Because

spazio-tempo. A causa dell'attrito che si oppone al moto delle perline una piccola parte di energia è dissipata sotto forma di calore, il cui effetto può essere rivelato monitorando la temperatura della barretta.

Una volta compreso l'effetto delle OG sulle distanze tra particelle, fu dimostrato definitivamente che le OG devono essere trasverse – esse producono spostamenti delle particelle su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione. L'effetto segue uno schema caratteristico: data una griglia uniforme di particelle, una OG incidente aumenta la distanza tra particelle lungo una direzione della griglia, e simultaneamente ne diminuisce la separazione lungo la direzione ortogonale. Peter Bergman descrisse questo effetto in termini di particelle disposte in cerchio, nel suo classico testo *L'enigma della gravità*, del 1968. Se l'onda passa per il centro dell'anello, essa lo deforma alternativamente facendolo apparire oblatò o oblungo, dipendentemente da quale asse è compresso e quale è invece espanso.

Progettare osservatori di onde gravitazionali: interferometri a luce laser

L'aver capito che le OG producono effetti misurabili ha rappresentato il primo passo verso la progettazione di esperimenti in grado di rivellarle. Realizzare un esperimento in grado di raggiungere una sensibilità così estrema rappresentò fin dall'inizio una vera e propria sfida tecnologica. Buchi neri e stelle di neutroni, sebbene teorizzati, non erano ancora neppure stati scoperti. Gli oggetti più massicci dei quali gli astronomi possedevano conoscenza certa erano le stelle, perciò le sorgenti più intense di OG suggerite in principio furono le supernovae, esplosioni durante le quali l'intera massa di una stella era coinvolta in un moto dinamico. Ciò non di meno, l'ampiezza prevista per le OG era minuscola se misurata in termini del moto relativo prodotto in un sistema di due particelle – la tecnica di misura avrebbe richiesto una precisione straordinaria. Furono passate al vaglio numerose idee, tra le quali spiccava il suggerimento di usare un laser per monitorare la distanza tra due masse, in questo caso

the rod is not perfectly frictionless, friction impedes the beads' motion, dissipating some energy in the form of heat, which can be detected by monitoring the temperature of the rod.

Once understood that gravitational waves change the distances between particles, it was firmly established that the gravitational waves must be transverse – they displace particles in a plane perpendicular to the direction the wave is travelling. They affect particles in an asymmetric pattern. For a uniform grid array of particles, a passing gravitational wave will increase the particle separations along one grid axis, while simultaneously decreasing the particle separations along the perpendicular axis. Peter Bergman, in his classic 1968 book "The Riddle of Gravitation" [10] famously described this distortion in terms of a ring of small particles. As a gravitational wave passes through the centre of the ring, it alternatively makes the ring look either oblate or prolate, depending on which axis was being stretched and elongated, and which axis was being compressed and shortened.

Designing the observatories: laser light interferometers

Understanding that gravitational waves can produce a measurable effect in a physical system is the first step on the road to designing an experiment capable of detecting them. The technological hurdle, however, was to design experiments sensitive enough for the job. Black holes and neutron stars had not yet been discovered, though they had been theorized. The most massive objects astronomers knew of with certainty were stars, and the most intense possible source of gravitational waves then imagined was a supernova explosion, where the entire mass of a star core was moving dynamically. Even so, the predicted amplitude of the gravitational waves were tiny in terms of the scales of motion that would be produced between two particles – measurement technology would have to be extraordinarily precise. Many ideas were considered, but among them was the idea that lasers could be used to monitor the distance between two masses, i.e. massive mirrors reflecting the laser light back and forth, a metrology experiment on a really

rappresentate da specchi massicci in grado di riflettere la luce avanti ed indietro: un esperimento di metrologia estrema su scala imponente.

Immaginate di disporre di un interferometro di Michelson per rivelare i cambiamenti di distanze tra gli specchi (come in figura 4). Gli specchi all'estremità dei bracci si trovano in corrispondenza di un anello di Bergman. L'interferometro risulta distorto secondo lo stesso identico schema – un braccio è stirato ed allungato, l'altro è compresso ed accorciato. La variazione di lunghezza dei bracci comporta una condizione di interferenza distruttiva o costruttiva all'uscita dello strumento, dove i fasci laser si ricombinano. Col passaggio dell'onda, allungamento e accorciamento si alternano, e così luce e buio si alternano all'uscita dell'interferometro in sincronia con l'onda.

Il modo più diretto di comprendere l'utilità della luce nel monitoraggio della distanza tra due corpi è interpretare l'esperimento come una misura di tempo. La velocità della luce è costante in tutti i sistemi di riferimento. Immaginate un fotone emesso da un corpo che viaggia fino ad uno specchio lontano, è riflesso e torna al punto di partenza. Se la distanza percorsa è modificata dal passaggio di un'onda gravitazionale, il tempo impiegato per coprirlo aumenta o diminuisce e così si modifica la fase accumulata dal fotone alla fine del percorso. Impiegando luce coerente (come nel caso di un laser) è possibile rivelare il cambiamento di fase tramite fenomeni di interferenza.

Un interferometro classico di Michelson possiede due bracci disposti ad angolo retto (figura 4). All'estremità di ogni braccio si trova uno specchio che riflette la luce indietro verso il centro dello strumento. La luce è fornita da un laser e divisa da un separatore di fascio in due parti uguali, inviate lungo i due bracci; i fasci sono poi riflessi e rimandati sul separatore, che li ricombina e li proietta sul fotodiodo rivelatore. Nell'interferometro, la durata del viaggio compiuto dal laser può essere decisa in modo pratico: le lunghezze dei due bracci sono scelte in modo da garantire all'uscita un dato rapporto tra le fasi dei fasci ricombinati. È possibile scegliere, ad esempio, interferenza costruttiva o distruttiva. Nel caso specifico dei rivelatori interferometrici di OG viene scelta una condizione di interferenza (quasi

grand scale.

Imagine using a Michelson interferometer to track the distances between mirrors (see figure 4 for reference). One can think of the end mirrors as being masses sitting on one of Bergmann's rings. The interferometer gets distorted in exactly the same pattern - one arm gets stretched and elongated, while the other gets compressed and shortened. The change in the arm length makes the recombined beams at the output of the device interfere destructively or constructively. As the wave passes by, the arms alternately stretch and compress, and so the amount of light at the measurement port fluctuates in synch with the wave.

The easiest way to understand the use of light for monitoring the separation between two masses is as a timing experiment. The speed of light is a constant in all frames of reference. Imagine a photon emanating from a mirror, travelling along a straight line to a distant mirror, reflects and returns back to the first one. If the distance is changed by a gravitational wave passes by, the time it takes becomes longer or shorter and the photon gets de-phased. If the used light is highly coherent (laser light), that dephasing can be measured.

A classic Michelson laser interferometer has two such arms at right angles (see figure 4). Each end of the arm has a mirror that reflects light back toward the corner of the interferometer. A laser sits just outside the corner, where a beam splitter sends half of the light down each of the two arms; when the light beams return to the beam splitter it recombines and escapes for measurement. In the interferometer, the timing of the laser journey is fine-tuned in a practical way – the arm lengths are chosen so the light arriving back for measurement have a fixed relationship. An experimenter can choose to have constructive or destructive interference. In the GW detector case almost perfect destructive interference is chosen, so that the output measurement sees almost no light (it is called a *dark port*). When a

completamente distruttiva, così che il fotodiodo in uscita vede sostanzialmente buio (ed è chiamato perciò *porta scura*). È chiaro quindi che, al passaggio di una OG, il cambiamento della lunghezza dei bracci produce uno sfasamento relativo dei fotoni nei fasci ricombinati e la quantità di luce che raggiunge la porta scura aumenta leggermente. Ogni variazione della lunghezza dei bracci dell'interferometro modifica l'ampiezza della luce rivelata, in modo proporzionale alla variazione stessa.

gravitational wave passes by, and changes the length of the arms, the photons arriving at the beam splitter are no longer precisely phased, and the amount of light leaking from the output port changes. Any change in the length of an interferometer arm causes changes of light amplitude to be seen proportionally to the length change.

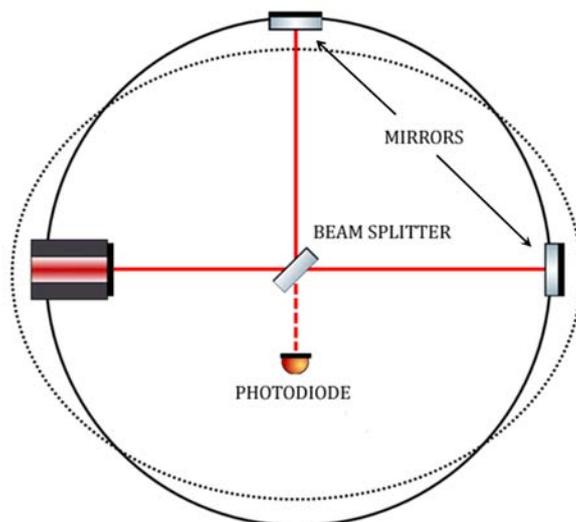


Figura 4: Schema di un semplice interferometro di Michelson. Il fascio del laser è separato in due da un beam splitter, quindi i due fasci viaggiano verso gli specchi alla fine dei bracci, sono riflessi e ricombinati dopo il beam splitter su un fotodiodo. L'effetto di una OG che passa è rappresentato dalla deformazione di un anello di masse puntiformi in caduta libera.

Scheme of a simple Michelson interferometer. The beam from the laser is divided in two by a beam splitter, then the two beams travel to the mirrors at the end of the arms, are reflected and recombined after the beam splitter on a photodiode. The effect of a passing GW is represented by the deformation of a ring of pointlike masses in free fall.

Il primo tentativo documentato di realizzare un interferometro laser per OG risale al 1971 ad opera di Robert Forward presso la compagnia Hughes Aircraft. La prima campagna di misura fu condotta da Forward per una durata di 150 ore nel corso dell'autunno dell'anno successivo. Lo strumento impiegato all'epoca era in grado di rivelare spostamenti dell'ordine dei *femtometri* (10^{-15} m), consentendo una misura tra le più sensibili mai ottenute con un apparato di interferometria laser; ciò non di meno, esso era diecimila volte meno sensibile (e mille volte più corto) dei rivelatori di oggi. Niente male, comunque, per un primo tentativo!

La nascita concettuale degli interferometri a

The first documented attempt to build a laser interferometer for gravitational wave detection was by Robert Forward at Hughes Aircraft in 1971, with the first interferometric search being conducted over the course of 150 hours during the fall of 1972. At the time, the instrument was able to sense displacements on the scale of *femtometers* (10^{-15} m), the best measurement ever made with a laser interferometry system, but still a ten-thousand time less sensitive than present detectors, and a thousand time shorter. Yet it was the first attempt.

The stage for modern kilometre scale interfer-

bracci chilometrici avvenne nel 1972, quando Rai Weiss pubblicò una relazione trimestrale sullo stato della ricerca sulla gravitazione al MIT. Nella prima metà della relazione si parlava di una campagna di ricerca con palloni per la misura del fondo cosmico a microonde; la parte rimanente conteneva una lista di considerazioni sperimentali finalizzate alla costruzione di un osservatorio interferometrico in grado di rivelare la radiazione gravitazionale di origine cosmica. Lo schema concettuale presentato nella relazione, divenuta celebre, identificava già gran parte degli elementi operativi necessari per il funzionamento di un rivelatore di oggi come Virgo o LIGO (con l'eccezione della vitale introduzione delle cavità Fabry-Pérot, proposte originariamente da Ron Drever e discusse più in dettaglio nel seguito), e discuteva in dettaglio le principali sorgenti di rumore di misura che sono tuttora un limite per i rivelatori di OG moderni.

Verso un vero rivelatore interferometrico di OG

Il rapporto Weiss identificava i contributi principali di rumore presenti nel segnale di uscita di un rivelatore interferometrico. Ognuno di questi contributi rappresenta, in una particolare banda di frequenze, un limite alla capacità di rivelazione. La sensibilità del rivelatore influisce in ultima analisi sulla massima distanza alla quale una data classe di oggetti è rivelabile. Nel caso della prima generazione di rivelatori di OG, tale distanza raggiungeva i dieci megaparsec per le stelle di neutroni binarie; comunque, alla fine di un periodo di osservazione durato un anno, non fu rivelato alcun segnale dovuto ad OG.

Le osservazioni in radiazione elettromagnetica, unite alle rivelazioni di OG raccolte fino ad oggi, consentono di porre un limite al numero di sorgenti astrofisiche di OG attese in un dato volume di spazio ed in un dato intervallo di tempo. Come è naturale aspettarsi, gli eventi di emissione di OG sono relativamente rari. Una vera e propria astronomia gravitazionale può esistere solo se sono disponibili rivelatori con sensibilità elevata, ovvero in grado di estendere quanto più possibile il volume di universo osservabile e corrispondentemente la frequen-

ometers was set in 1972, when Rai Weiss published a *Quarterly Progress Report* [11] on gravitational research at MIT. The first half of the report outlined an experimental ballooning campaign to measure the cosmological infrared background, but the second half of the report outlined the necessary experimental considerations to construct an interferometric observatory capable of detecting gravitational waves of cosmic origin. The article is famous for presenting a notional schematic that still today captures most of the essential operating elements of a modern detector like LIGO or Virgo (minus the vital Fabry-Pérot arm proposed by Ron Drever, further discussed in the following), and for detailing all the major sources of experimental noise that limit the performance of modern gravitational wave interferometers.

Toward real interferometers for GW detection

The Weiss report identified the main noise contributions to the output of an interferometric GW detector. Each of these noise sources is, in a different frequency window a limit to the detection reach. The sensitivity of the interferometer ultimately determines the maximum range for a given class of sources to be detectable. The reach of the first generation of GW detectors was, for neutron star binaries, of the order of ten megaparsec. A year-long observation period resulted in no observations.

Electromagnetic observations, and now the collected GW detections, put a constraint on the number of astrophysical GW emitters that are expected within a given volume and a given interval of time. Perhaps not surprisingly, GW emitting events are relatively rare. To make real GW astronomy, it is vital to develop high sensitivity detectors, extending as much as possible the detection reach for each class of sources, increase the volume of observable Universe and correspondingly increase the rate of detections. Equally important, higher sensitivity detectors

za delle osservazioni. Non di meno, rivelatori molto sensibili consentono di osservare le sorgenti ottimali (cioè quelle prossime alla terra e di grande intensità, ma anche piuttosto rare) con un rapporto segnale-rumore molto alto; in questo modo diviene possibile studiare in dettaglio la parte finale ed evanescente dei segnali, ottenendo informazioni sull'interazione spin-spin, le deformazioni mareali, la disintegrazione delle stelle di neutroni ed eventuali deviazioni dalla Relatività Generale.

Perché sono necessari bracci molto lunghi?

Un vero rivelatore di OG è un oggetto molto più complesso e sofisticato di un interferometro di Michelson convenzionale. L'osservazione del moto degli specchi in un Michelson avviene tramite la rivelazione di interferenza distruttiva (frangia scura) o costruttiva (frangia chiara) tra i fasci ricombinati. In termini di spostamento degli specchi, la distanza tra le due condizioni di interferenza è una frazione della lunghezza d'onda della luce laser impiegata¹⁰. L'uscita di un Michelson passa da luce a buio con uno spostamento degli specchi di un quarto di lunghezza d'onda λ , ~ 100 nanometri per luce visibile. È possibile rivelare anche spostamenti più piccoli, misurando di quanto cambia l'intensità dell'uscita (ad esempio, una frangia brillante che si scurisce), cioè contando le variazioni nel numero di fotoni in uscita. Tuttavia, anche con un laser dotato di potenza tra le più elevate oggi disponibili - qualche centinaio di watt, la risoluzione spaziale ottenuta col metodo descritto è molto lontana dalle dimensioni caratteristiche (spettacolosamente piccole) dovute al passaggio di una OG, inferiori a 10^{-18} m.

I ricercatori hanno individuato molti trucchi per migliorare le prestazioni dello schema Michelson e per ridurre le sue limitazioni. La questione riguardante la lunghezza d'onda del laser sembra essere l'espressione di qualche limite fondamentale. Non abbiamo bisogno, in effetti, di misurare lo spostamento di un'intera frangia (da completamente chiara a buia) all'uscita: basterebbe disporre di un fotodiode ideale in grado

¹⁰Può essere interessante notare che di fatto impieghiamo onde per misurare altre onde...

also allow to detect optimal (that is, close to the Earth and very strong, but very rare) sources with high signal to noise ratio, to reveal important details of their final evolution like spin-spin interaction, tidal deformation, neutron star shredding and possibly deviations from General Relativity.

The need of long arms

A real GW interferometric detector must be much more sophisticated than a conventional Michelson scheme. The tracking of mirror motion in a Michelson occurs through the detection of constructive/destructive patterns in the recombined light. In terms of mirror displacement, the distance between the two patterns is a fraction of the laser wavelength⁹. A Michelson switches from dark to bright in a $1/4$ wavelength λ , ~ 100 nanometers for visible light. It can detect smaller changes by measuring the relative amplitude of the dark and bright field, i.e. counting the number of photons exiting on each side. Even with the reasonably high power of available lasers, a few hundred of watts, the spatial resolution would be very far from attaining the spectacularly tiny length changes due to GW, less than 10^{-18} m.

Scientists invented many "tricks" to boost the performances of the Michelson and reduce its limitations. The argument of the wavelength of laser light seems to be somewhat fundamental. We do not need to measure a full fringe shift (that is, from bright to dark) at the output: an ideal photodiode able to detect infinitely small changes in the intensity at the output port of the interferometer would do the trick. Unfortunately

⁹It is perhaps worthwhile to notice that we actually use waves to detect other waves...

di rivelare cambiamenti infinitesimi di intensità sulla porta scura. Sfortunatamente, non esistono fotodiodi dotati di sensibilità indefinitamente grande poiché la sensibilità è comunque limitata dalle fluttuazioni intrinseche nel numero dei fotoni raccolti.

Il numero N di fotoni raccolti all'uscita del rivelatore è proporzionale al tasso \bar{n} con cui i fotoni sono emessi dalla sorgente, moltiplicato per il tempo di osservazione τ . Se si ipotizza che l'arrivo di ogni fotone sia completamente scorrelato dagli altri, N segue la statistica di Poisson e le sue fluttuazioni naturali sono pari a \sqrt{N} . Quanto più alta è la frequenza del segnale sotto osservazione, tanto più breve è il tempo di osservazione τ , così come il numero di fotoni misurati N . Questo contributo al rumore complessivo è detto *shot noise*. Il minor tempo τ ad alta frequenza è la ragione per la quale il limite dello *shot noise* alla sensibilità dei rivelatori di OG cresce con la frequenza, mentre per sua natura lo *shot noise* è bianco e piatto. Ora, facendo una stima grossolana, per rivelare i moti dello specchio dell'ordine di $h \times L$, poiché l'intervallo tra una frangia chiara e una scura corrisponde ad una lunghezza d'onda, l'errore relativo nel conteggio del numero di fotoni deve soddisfare la relazione:

$$\frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}\tau}} \lesssim \frac{hL}{\lambda} . \quad (4)$$

Questa relazione pone un requisito sul valore minimo del numero di fotoni emessi dal laser, cioè, sulla potenza del fascio. Per frequenze nell'intervallo 100 Hz - 1 kHz (dove ci si aspetta si trovino molti segnali astrofisici) e per luce visibile, la minima potenza richiesta per le più intense sorgenti può essere espressa come

$$P_{\min} \sim \frac{10^{13}}{L^2} \text{ W} . \quad (5)$$

Se la lunghezza del braccio dell'interferometro fosse di ~ 1 m, la potenza sarebbe dell'ordine di migliaia di gigawatt (cioè più dell'insieme della produzione energetica mondiale), sufficiente per vaporizzare qualsiasi specchio e completamente fuori dalla scala di ogni apparato sperimentale. Per progettare un interferometro molto sensibile abbiamo bisogno di aumentare L che, per ragioni pratiche, è limitato a qualche chilometro (3 km in Virgo, 4 km in LIGO). Con questa scelta, l'am-

an infinitely sensitive photodiode does not exist, its sensitivity is limited by the intrinsic fluctuations in the number of photons it collects.

In a Michelson, the number N of photons collected at the output of the detector is proportional to the rate \bar{n} at which photons are emitted by the source times the observation time τ . Under the hypothesis that there is no correlation between the arrival of different photons, N obeys Poissonian statistics and its natural fluctuations are, at best, equal to \sqrt{N} . The higher the frequency of the monitored signal, the shortest is the time interval τ , and the smaller the number N . This contribution to overall noise is called *shot noise*. The shorter τ at high frequency is the reason why the shot noise limit to the sensitivity of GW detectors grows with frequency, while the shot noise itself is white and flat in nature. Now roughly speaking, to detect mirror motions of order $h \times L$, since the interval between bright and dark fringe corresponds to a wavelength, the relative error of the photon number count must meet the requirement:

This relation puts a requirement on the minimum value of the number of photons emitted by the laser, that is, on the beam power. For frequencies in the range 100 Hz-1 kHz (where many astrophysical signals are expected to be) and for visible light, the minimum power required for most intense sources can be worked out as:

If the interferometer arm length was ~ 1 m, the latter number would be of the order of thousand gigawatt (that is, more than the world's combined energy production), sufficient to vaporize any mirror and totally out of scale for any experimental equipment. To design a very sensitive interferometer we need to increase L , which for feasibility reasons, is limited to few kilometers (3 km in Virgo, 4 km in LIGO). With this choice, the required amount of standing power

montare della potenza richiesta sullo specchio scende a solo 1 MW. È chiaro che raggiungere 1 MW è un compito difficile, ma realizzabile.

Come allungare il percorso ottico: le cavità risonanti

Laser stabili esistono fino a potenze di qualche centinaio di W. Ronald Drever, il più geniale collaboratore alla progettazione di rivelatori di OG, suggerì di usare cavità di Fabry-Pérot (FP) con alta *finesse* nei bracci di Michelson. Una cavità FP è fatta da due specchi, uno che riflette solo il 99.9% del fascio e posizionato all'ingresso, e l'altro completamente riflettente alla fine del braccio. Se i due specchi sono posizionati ad una distanza che è un multiplo esatto della lunghezza d'onda, le onde elettromagnetiche si riflettono avanti ed indietro nella cavità e si sommano costruttivamente fino ad una potenza proporzionale alla *finesse* \mathcal{F} (vedi sotto) della cavità. In queste condizioni la cavità di FP è detta in una condizione di *risonanza ottica*

Il tempo di accumulazione τ_S , cioè il tempo medio passato da ogni fotone nella cavità, è dato da:

$$\tau_S = \frac{L}{\pi c} \mathcal{F} \quad (6)$$

dove la *finesse* \mathcal{F} , una quantità caratteristica della cavità FP proporzionale al numero di viaggi andata-ritorno del fotone, dipende solo dalle riflettanze r_1 e r_2 dei due specchi:

$$\mathcal{F} = \pi \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (7)$$

Le cavità FP hanno un vantaggio aggiuntivo, mentre il Michelson passa dalla frangia chiara a quella scura in un 1/4 di lunghezza d'onda, una cavità FP lo fa molto più velocemente, con un cambio di lunghezza di λ / \mathcal{F} .

Con una riflettanza di ~ 0.999 , la trasmittanza è ~ 0.001 , il suo inverso ~ 1000 , e la potenza intra-cavità è aumentata di circa mille volte. Ripetendo questo trucco un paio di volte, prima nei due bracci, e una seconda volta sul fascio riflesso indietro verso il laser è possibile raggiungere, e anche superare, 1 MW di potenza accumulata. Lo schema fondamentale di un interferometro per la rivelazione di OG è mostrato nella Figura 5.

on the mirror decreases to "only" 1 MW. It is clear that reaching 1 MW circulating power is a tall order, but feasible.

Optical path folding with resonant cavities

Stabilized lasers only exist to a few hundred W power. Ronald Drever, the most genial contributor to the design of GW detectors, suggested to use high finesse Fabry-Pérot (FP) cavities in the Michelson arms. A FP cavity is made by two mirrors, one reflecting "only" 99.9% at the input and the other totally reflective at the end of the arm. If the two mirrors are kept at an exact multiple of the wavelength, the electromagnetic waves reflected back and forth in the cavity add up constructively to a final power proportional to the cavity *finesse* \mathcal{F} (see infra). In this condition the FP cavity is said to be in an *optical resonance* condition.

The storage time τ_S , that is, the average time spent in the cavity by each photon, is given by:

where the *finesse* \mathcal{F} , a characteristic quantity of the FP cavity proportional to the average number of photon round trips, only depends on the reflectance r_1 and r_2 of the two mirrors:

The FP cavities have an added advantage, while the Michelson switches from bright to dark in a 1/4 wavelength, a FP cavity does it much faster, with a length change of λ / \mathcal{F} , which means that the length sensitivity is almost \mathcal{F} times higher!

With a reflectance of ~ 0.999 , the transmittance is ~ 0.001 , its inverse $\sim 1,000$, and the intra-cavity power is boosted by about a thousand times. Playing this trick twice, first in the two arms, and a second time on the beam reflected back to the laser (using an additional mirror called *power recycling* mirror), stored laser light powers of 1 MW can be reached and exceeded. The fundamental optical layout of an interferometer for the detection of GW is shown

in figure 5.

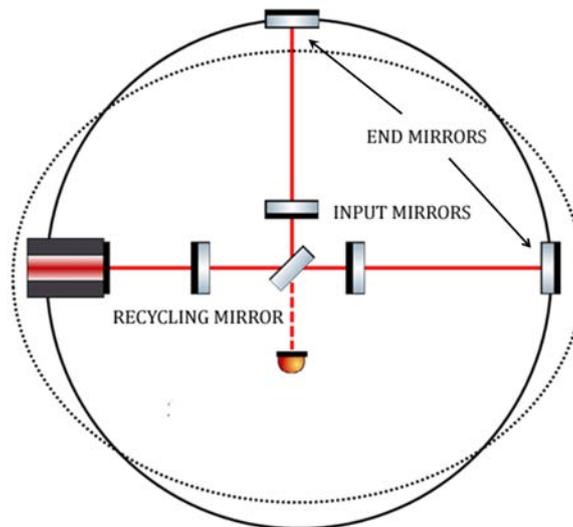


Figura 5: Schema della geometria ottica di un rivelatore interferometrico di OG. I bracci sono sostituiti con cavità di Fabry-Pérot, mentre una cavità aggiuntiva è costruita posizionando uno specchio semitrasparente prima del beam-splitter.

Outline of the optical layout of an interferometric GW detector. Arms are replaced with Fabry-Pérot cavities, while an additional cavity is made by placing a recycling mirror before the beam splitter.

Cavità FP con alta finezza possono essere viste come un metodo per ripiegare il fascio in modo da realizzare un interferometro con una lunghezza ottica effettiva di centinaia di chilometri. Questo è un grande vantaggio poiché la variazione della lunghezza da misurare è proporzionale a L . L_{OPT} non deve eccedere metà della minima lunghezza della OG che si vuole osservare per evitare che l'effetto complessivo dell'OG sia mediato a zero.

Specchi dielettrici

Gli specchi metallici riflettono un massimo del $\sim 95\%$ e assorbono $\sim 5\%$ per dissipazione ohmica, che alla fine si trasforma in calore. Con 1 MW di potenza circolante, gli specchi metallici si scalderebbero assorbendo 50000 W, ed istantaneamente vaporizzerebbero.

La tecnologia necessaria per costruire una cavità risonante con una potenza circolante di 1 MW è quella degli specchi dielettrici. Siccome i dielettrici non conducono elettricità, non sono soggetti alla dissipazione ohmica. Se i materiali utilizzati nel rivestimento sono sufficientemente puri, possono assorbire meno di $1/4$ di una parte per milione della potenza incidente. Questo

High finesse FP cavities can be seen as a method to fold the beam allowing to build an interferometer with an effective optical arm length L_{OPT} of hundreds of km. This is a major advantage because the length variation to be measured is proportional to L . L_{OPT} must not exceed half of the minimum GW wavelength one wants to observe to avoid averaging out the effects of the GW.

Dielectric mirrors

Metallic mirrors reflect a maximum of $\sim 95\%$ and absorb $\sim 5\%$ by Ohmic dissipation, which ends up into heat. With 1 MW standing power the metal films would be heated by 50,000 W, and instantaneously vaporize.

The technology needed to build a resonant cavity with 1 MW circulating power is dielectric mirrors. As dielectrics do not conduct electricity, they are not affected by Ohmic dissipation. If the materials used in the coatings are pure enough, they proved to absorb less than $1/4$ of a part per million of the incoming power. This means, less than $1/4$ W is deposited in the mirrors for 1 MW

implica che, per 1 MW accumulato nella cavità, poco meno di 1/4 W è depositato sugli specchi.

Rivestimenti dielettrici con la necessaria purezza e regolarità su specchi di grandi dimensioni sono uno straordinario risultato della ricerca tecnologica stimolata dalla necessità di rivelare OG. I grandi specchi di alta precisione, e a basse perdite, ottimizzati per i rivelatori di OG sono in gran parte un risultato di Jean Marie Mackowski, un visionario scienziato dei materiali.

L'impatto della pressione di radiazione

Per ottenere una migliore sensibilità, si potrebbe ingenuamente suggerire di aumentare la potenza del laser mantenendo fisso il valore della *finezza*. Il vantaggio di questo approccio è limitato dall'impulso del fotone. Durante la riflessione, questo impulso è trasferito agli specchi e li spinge. Come conseguenza delle fluttuazioni statistiche del numero di fotoni che interrogano la posizione della superficie, gli specchi sono continuamente scossi e la loro posizione fluttua in maniera scorrelata rispetto alle OG. Questo effetto è chiamato *rumore di pressione di radiazione*, e cresce aumentando la potenza del laser. Mentre la pressione di radiazione è filtrata dall'inerzia degli specchi, la loro massa è limitata a decine di kg e ad un certo punto la pressione di radiazione comincia a rovinare la sensibilità del rivelatore.

Laser super-stabilizzati

La discussione precedente è stata svolta ipotizzando un laser perfetto, con una linea spettrale infinitamente sottile, o, in altri termini, una luce perfettamente monocromatica. Chiaramente non è questa la situazione nelle reali sorgenti di luce: frequenza, potenza e anche puntamento fluttuano in continuazione. Allo stato dell'arte, sono disponibili laser con una lunghezza d'onda di circa $1 \mu\text{m}$ ¹¹. Le sorgenti laser utilizzate nei rivelatori di OG sono ulteriormente stabilizzate attraverso l'effetto di filtraggio di cavità ottiche risonanti e con una serie di cicli di correzioni retroattive, fino ad un rumore di frequenza incredibilmente piccolo, di circa $1 \mu\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ (la frequenza della luce laser a questa lunghezza d'onda è $c/10^{-6}\text{m} = 300 \text{THz}$).

¹¹Questa lunghezza d'onda non è visibile all'occhio umano e si trova nella regione infrarossa.

in the cavity. Dielectric coatings with the needed purity and regularity over large size mirrors are an extraordinary achievement of technological research driven by the needs of GW detection. The large, low-loss, high precision mirrors optimized for GW detectors are in large part the achievement of Jean Marie Mackowski, a visionary material scientist.

The radiation pressure impasse

To get better sensitivity, one could naively suggest to increase the laser power at fixed *fineness*. The payoff of this approach is limited by photons' momentum. Upon reflection, this momentum is transferred to the mirrors and pushes them. As a consequence of the statistical fluctuation of the number of photons "interrogating" the position of their surface, mirrors are continuously shaken and their position fluctuates in a manner that is unrelated to GW. This effect is called *radiation pressure noise*, and grows as the laser power increases. While the radiation pressure is filtered by the inertia of the mirrors, their mass is limited to tens of kg and at a certain point radiation pressure starts to spoil the detector sensitivity.

Super-stabilised lasers

The former discussion was conducted assuming a perfect laser, with an indefinitely narrow spectral line, or, in other terms, perfectly monochromatic light. This is not of course the case in real light sources: frequency, power and even pointing continuously fluctuate. At the state of art, very stable lasers are available with a wavelength of about $1 \mu\text{m}$ ¹⁰. The laser sources employed in GW detectors are further stabilised through the filtering effect of optical resonant cavities and with nested active correction loops, up to an astonishingly small residual frequency noise of about $1 \mu\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ (the laser light frequency at this wavelength is $c/10^{-6}\text{m} = 300 \text{THz}$).

¹⁰This wavelength which is not visible for human eye and stands in the near infra-red region.

Aberrazioni termiche

Può sembrare del tutto ragionevole supporre che l'effetto dovuto all'assorbimento di meno di 1/4 W sulla superficie di specchi messicci non debba interferire con le prestazioni dell'interferometro. Sebbene ciò possa sorprendere, non è così. Quando uno specchio si scalda si espande, la sua superficie si deforma ed il suo indice di rifrazione cambia, producendo effetti di focalizzazione spuria. Queste deviazioni dal comportamento ideale degli specchi sono più che sufficienti a minacciare la stabilità operativa del rivelatore e devono essere appropriatamente compensati per potenze elevate. Ritourneremo su questo punto quando descriveremo i moderni interferometri evoluti.

La rivelazione di OG con interferometri di Michelson migliorati da cavità FP sembra possibile nonostante tutto. Ma all'inizio di questa discussione abbiamo sollevato altre questioni ed è giunto il momento di affrontarle.

Grandi volumi in ultra alto vuoto

Fluttuazioni della densità dell'aria influenzano la lunghezza del percorso del laser, mentre la polvere o altri contaminanti diffondono la luce del fascio. L'aria sul percorso della luce laser deve essere rimossa, quindi un grande volume di spazio deve essere tenuto sottovuoto, inclusi i bracci lunghi vari km e il volume attorno agli specchi, ciò che rende le camere a vuoto dei rivelatori di OG tra i più grandi volumi di vuoto nel mondo (7000 m³ in Virgo e 10000 m³ in ognuno degli osservatori LIGO, superati solo dal Large Hadron Collider del CERN). Il livello di vuoto richiesto è veramente spinto: qualche unità in 10⁻¹⁰ mbar per l'aria, e uno spettacolare 10⁻¹⁴ per gli idrocarburi. Per raggiungere questo valore così basso, sono stati sviluppati speciali processi metallurgici come il desorbimento di idrogeno a 400°C per la fabbricazione di parti delle camere a vuoto. In aggiunta, per eliminare il vapore acqueo, tutte le parti che compongono il sistema sono state scaldate sottovuoto a 150°C per diversi giorni all'inizio del ciclo di vuoto. Soltanto questo processo richiede più di 1 MW di riscaldamento elettrico per braccio.

Sospensioni ed attenuazione sismica

Thermal lensing

It could be a reasonable guess, that only a 1/4 W heating heavy mirrors would not affect the interferometer performance. Perhaps unexpectedly, this is not the case. When a mirror heats up it expands, its surface is deformed and its index of refraction changes, resulting in spurious lensing effects. These deviations from the ideal behaviour of the mirrors are largely sufficient to prevent the stable operation of the detector and need to be properly compensated for higher power. We will come back on this point when describing today advanced interferometers.

The detection of GWs with the FP boosted Michelson seems to be possible after all. But at the beginning of this discussion we raised other issues that have now to be addressed.

Large Ultra High Vacuum pipes

Fluctuations in air density affect the path length of the laser, while dust or contaminants scatter light out of the beam. Air on the path of the laser light must be removed, therefore a very large volume of space must be kept under vacuum, including the km scale arms and the volume surrounding the mirrors, making the vacuum chambers of GW detectors among the largest ultra-high vacuum volumes in the world (7,000 m³ in Virgo, 10,000 m³ in each LIGO observatory, only surpassed by the Large Hadron Collider at CERN). The requested vacuum level is really demanding: some in the range of 10⁻¹⁰ mbar for air, and a spectacular 10⁻¹⁴ mbar for hydrocarbons. To attain this very low value, special metallurgical processes such as hydrogen desorption at 400 °C have been developed for the fabrication of the vacuum parts. In addition, to eliminate the water vapour, all vacuum parts were heated under vacuum at 150°C for several days at the beginning the vacuum cycle. This process alone needs more than 1 MW of electrical heating power per arm.

Seismic attenuation and suspensions

In un semplice interferometro di Michelson gli specchi sono normalmente montati su sostegni, e non sono in caduta libera. I sostegni sono in contatto con l'ambiente: vibrazioni meccaniche ed acustiche sono trasferite agli specchi. È una comune esperienza, quando si cammina vicino ad un apparato di Michelson, vedere frange chiare e scure spostarsi in maniera casuale all'uscita del rivelatore. Anche in assenza di persone, il moto sismico del terreno è più che sufficiente per rovinare la sensibilità, specialmente a basse frequenze.

Nonostante ciò, gli specchi devono essere sostenuti in qualche modo, e anche posizionati con precisione, perché le cavità necessitano di uno stretto controllo sulla separazione degli specchi entro 10^{-12} m. È possibile sostenerli e soddisfare contemporaneamente la condizione di caduta libera? Se consideriamo la propagazione nella direzione del fascio la risposta è positiva. Caduta libera significa che nessuna forza, tranne la gravità, sta agendo sullo specchio, e se garantiamo che la cavità FP sia libera di traslare lungo l'asse ottico avremo soddisfatto la condizione. Abbiamo bisogno di una maniera furba per sostenere gli specchi contro il campo gravitazionale locale, senza alcuna forza rilevante nella direzione longitudinale. Una sospensione a pendolo libera di oscillare è la soluzione perfetta. I pendoli sono molto morbidi rispetto a piccoli spostamenti orizzontali, applicando trascurabili forze per movimenti di 10^{-18} m, e questo è quello che intendiamo quando affermiamo che gli specchi sono (praticamente) in caduta libera.

Il pendolo è anche un filtro meccanico molto efficiente. Si immagini di tenere in una mano l'estremità di un filo a piombo, e di farla oscillare nella direzione orizzontale: il peso in fondo seguirà stabilmente il moto. Adesso, cominciamo ad accelerare l'oscillazione sempre più velocemente. L'ampiezza dell'oscillazione del peso inizialmente aumenterà fino alla *risonanza* del moto del pendolo. Al di sopra della frequenza di risonanza, il peso rimarrà indietro seguendo il moto nella direzione opposta, con una ampiezza che si riduce velocemente con la frequenza. Come mostra questo semplice esperimento, se un rumore meccanico, dovuto a perturbazioni sismiche o antropiche, muove l'estremità superiore di un pendolo ad una frequenza superiore alla sua

In a simple Michelson, mirrors are usually mounted on supports, not in free fall. The supports are in contact with the environment: mechanical and acoustical vibrations are passed to the mirrors. It is common experience, when walking close to a Michelson setup, to see dark and bright fringes convulsively shift at the detector output. Even in absence of persons, the seismic motion of ground is much more than enough to spoil the sensitivity, especially at low frequencies.

Nonetheless, mirrors need to be supported somehow, and precisely positioned, because the FP cavities require very tight control on the mirror separation to 10^{-12} m. Is it possible to have them supported while meeting the condition of free fall? Definitely yes in the beam direction. Free fall means that no force other than gravity is acting on the mirror, and if we guarantee that the entire FP cavity is free to slide along the optical axis we meet the condition. We therefore need a clever way to support the mirrors against local gravity field, without relevant force in the longitudinal direction. A pendulum suspension free to swing does the trick. Pendula are very "soft" against small horizontal displacements, applying negligible forces for movements of 10^{-18} m, and that is exactly what we mean when we say that mirrors are (practically) in free fall.

A pendulum is also a very effective mechanical filter. Imagine to keep in a hand the tip of a plumb line, and make it slowly oscillate in the horizontal direction: the plumb at the bottom end steadily follows the movement. Now, start accelerating the oscillation faster and faster. The amplitude of the plumb oscillation will initially grow, up to the *resonance* of the pendulum motion. Faster than the resonance frequency, the plumb will fall behind following the movement in the opposite direction, with amplitude dropping very quickly with frequency. As this simple experiment shows, if any mechanical noise (due to seismic or anthropic disturbances) drives the upper end of a pendulum at a frequency higher than its natural frequency, the lower end

naturale frequenza, la risposta dell'estremità inferiore è fortemente attenuata. Gli specchi nei rivelatori di OG sono appesi a catene di sostegno che seguono le caratteristiche di attenuazione dei pendoli: filtri meccanici ad alta prestazione che sono molto morbidi in tutte le direzioni, non solo lungo l'asse ottico. (La flessibilità lungo l'asse ottico permette anche che gli specchi siano tenuti in posizione garantendo la condizione di risonanza nelle cavità FP, tramite l'azione di piccolissime forze attive.) Le prestazioni delle catene di filtro sono impressionanti: sopprimono i moti sismici di quindici ordini di grandezza a 100 Hz. La necessità di attenuazione verticale o trasversale può apparire in contraddizione con l'ipotesi che siamo interessati solamente ai gradi di libertà longitudinali. Tuttavia, i bracci sono così lunghi che la verticale locale è diversa tra una estremità e l'altra dell'interferometro (la terra è rotonda): spostamenti verticali sono quindi accoppiati con quelli orizzontali¹².

Limitazioni fondamentali

Come menzionato sopra, la sensibilità di un rivelatore di OG è limitata dall'ammontare del residuo moto sismico trasmesso agli specchi, che può essere arbitrariamente ridotto. Anche con una attenuazione sismica infinita, la sensibilità è ancora limitata dal rumore termico dello specchio e delle sospensioni, dal rumore Newtoniano, e dai cosiddetti *rumori quantistici*, cioè, *shot noise* e pressione di radiazione. In particolare, la pressione di radiazione e il rumore termico delle sospensioni sono i più importanti a bassa frequenza, il rumore termico causato dalla deposizione dielettrica riflettente degli specchi a frequenze intermedie, mentre lo *shot noise* interviene nella parte alta della banda di frequenza. Le capacità di un osservatorio di OG sono rappresentate da una curva di sensibilità, un grafico che mostra i limiti inferiori di sensibilità all'intensità della OG sull'asse verticale, e la frequenza della OG sull'asse orizzontale. Euristicamente la curva di sensibilità disegnata in questo spazio rappresenta l'intensità del segnale che la OG deve avere per superare la soglia di rivelabili-

¹²Poiché il raggio della terra è di circa $R = 6400$ km, gli specchi di Virgo, distanti 3 km, hanno una divergenza angolare $\alpha = (3\text{km})/R$ di circa $4.7 \cdot 10^{-4}$ radianti.

response is strongly attenuated. Mirrors in GW detectors are hung to a support chain that follows the attenuation features of pendula: high performance mechanical filters that are very soft in all directions, not only along the optical axis. (Softness along the optical axis also allows the mirrors to be kept in the FP resonance position, by the action of minute active forces). The performance of the filter chain is impressive: they suppress seismic motions by fifteen orders of magnitude at 100 Hz. The need of vertical or transversal attenuation may appear in contradiction with the assumption that we are only interested in the longitudinal degree of freedom. However, arms are so long the local verticality is different from one to the other of the interferometer (Earth is round): vertical displacements are therefore coupled to the horizontal one¹¹.

Fundamental limitations

As mentioned above, the sensitivity of a GW detector is limited by the amount of residual seismic motion passed to the mirrors, which can be reduced arbitrarily. Even with infinitely good seismic attenuation, the sensitivity is still limited by thermal noise of mirror and suspensions, Newtonian noise, and by the so called *quantum noises*, that is, shot noise and radiation pressure. In particular, radiation pressure and suspension thermal noise are mostly relevant at low frequency, mirror coating thermal noise at intermediate frequencies, while shot noise intervenes in the upper part of the frequency band. The capabilities of a gravitational wave observatory are represented by a sensitivity curve - a plot showing the lower sensitivity limit to the gravitational wave strength on the vertical axis, and gravitational wave frequency along the horizontal axis. Heuristically the sensitivity curve plotted in this space represents the strength a gravitational wave signal must have to cross the threshold of detectability. The overall shape of the sensitivity is defined by the sources of noise that gravitational

¹¹Since the Earth's radius is roughly $R = 6400$ km, the 3 km distant mirrors of Virgo have a vertical divergence angle $\alpha = (3\text{km})/R$ of about $4.7 \cdot 10^{-4}$ radiants

tà. La forma globale della sensibilità è definita dalle sorgenti di rumore ai quali sono sovrapposti i segnali di OG. Per illustrare questi concetti, la tipica curva di sensibilità di un rivelatore di moderna generazione è mostrata nella Figura 6.

wave signals are competing against. To illustrate these concepts, the typical sensitivity curve of an advanced generation detector is shown in figure 6.

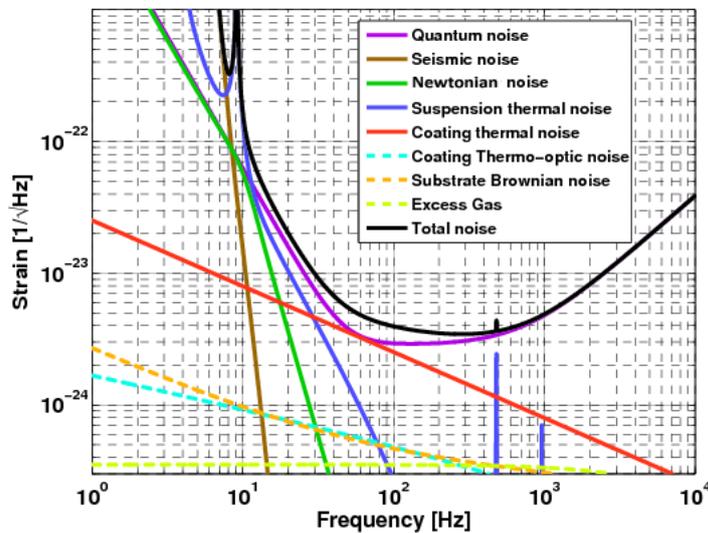


Figura 6: Grafico che mostra la curva di sensibilità per un rivelatore di OG avanzato. Le principali sorgenti di rumore che contribuiscono al rumore totale (linea nera) sono messe in evidenza.
Plot showing the sensitivity curve of an advanced GW detector. The main noise sources contributing to the total noise (black curve) are highlighted.

Un'osservazione accurata dello schema, fa emergere altre sorgenti di rumore. In primo luogo prestiamo attenzione al *rumore di spostamento* della superficie dello specchio, cioè, ad ogni sorgente di rumore di fase dovuto allo spostamento fisico delle superfici riflettenti nelle cavità FB.

Come per la pressione di radiazione, l'effetto è una rumorosa forza longitudinale che influenza direttamente la lunghezza L della cavità, indipendentemente dalla lunghezza ottica dei bracci. Questo significa che il rumore di spostamento diventa grande per un alto grado del mescolamento ϕ , equivalentemente, per un maggior valore della *finesse*. Questo spiega perché non possiamo costruire un rivelatore con bracci corti (dell'ordine del metro) e *finesse* molto alta. Questo renderebbe gli effetti di ogni rumore di spostamento drammaticamente grandi.

Il rumore termico

Anche se la superficie degli specchi sembra ferma, gli atomi che la compongono bollono e si agitano. Questo incessante e turbolento moto è le-

Upon a careful review of the scheme, other sources of limiting noise pop up. Firstly, focus on the mirror surface *displacement noise*: that is, any source of phase noise that is due to a physical displacement of the reflecting surfaces in the FP cavities.

As for radiation pressure, the effect is a noisy longitudinal force directly affecting the length L of the cavity, independent on the optical length of the arms. This means that displacement noise grows larger for a higher degree of folding or, equivalently, for a larger value of the finesse. This explains why we cannot build a detector with short arms (in the order of meters) and very high finesse. It would make the effects of any displacement noise dramatically larger.

The thermal noise

Even if the surface of mirrors seems still, atoms on it are boiling and roiling. This incessant and turbulent motion results in the dynamics of ther-

gato alla dinamica dell'equilibrio termico. Come possiamo misurare luce riflessa con una precisione di 10^{-18} m su una pentola di elettroni caldi? Se il moto degli elettroni fosse completamente scorrelato, la fase media letta dalla luce incidente sarebbe abbastanza pulita, grazie al grande numero di atomi implicato. Tuttavia, da un punto di vista macroscopico, gli atomi agiscono anche collettivamente. Ad esempio, la deformazione di uno specchio che vibra secondo un modo proprio a tamburo del primo ordine è mostrata nella Figura 7. In un vetro perfetto, non dissipativo, questi modi sarebbero completamente indipendenti, e immagazzinerebbero l'intera energia di equipartizione termica. Una dissipazione meccanica finita causa deformazioni dello specchio fuori risonanza. La deformazione della superficie dello specchio entra nel segnale interferometrico, perché cambia la lunghezza percorsa dalla luce riflessa e limita la sensibilità raggiungibile.

mal equilibrium. How can we measure 10^{-18} m precision reflecting light on a pot of hot electrons? If the motion of electrons was completely uncorrelated, the averaged phase read by the impinging light would be quite clean, due to the enormous number of atoms involved. However, from a macroscopic point of view, atoms also act collectively. As an example, the deformation of a mirror under a first-order drum mode is shown in figure 7. In a perfect, non-dissipating glass, these modes would be completely independent, and store the entire thermal equipartition energy. Finite mechanical dissipation causes off-resonance mirror deformation. The deformation of the mirror surface actually enters the interferometer signal, because it changes the length travelled by reflected light and limits the achievable sensitivity.

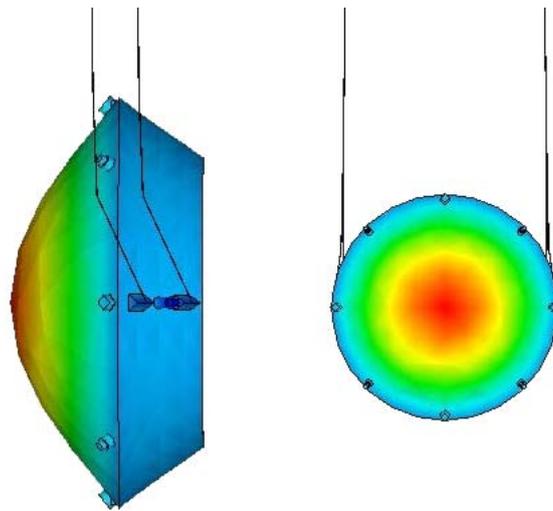


Figura 7: Deformazione relativa ad un modo di vibrazione risonante di uno specchio sospeso. Questo modo particolare è detto a tamburo per la sua forma. L'ammontare dello spostamento lungo l'asse ottico è rappresentato dai colori dal blu al rosso.

Deformed shape of one of the resonance modes of vibration of a suspended mirror. This particular mode is called drum mode due to its shape. The amount of displacement along the optical axis is represented in colours from blue to red.

È possibile calcolare lo spettro di questo rumore *termico* usando un teorema generale originariamente proposto da Callen e Welton [12]. Il *teorema fluttuazione-dissipazione* collega lo spettro di fluttuazioni spontanee all'equilibrio termico ai processi di dissipazione di energia nel sistema. Già Einstein aveva notato, studiando il *moto Browniano*, che il moto apparente dei grani di polline

It is possible to compute the spectrum of this *thermal* noise using a general theorem originally proposed by Callen and Welton [12]. The *fluctuation-dissipation theorem* relates the spectrum of spontaneous fluctuations at thermal equilibrium to energy dissipation processes in the system. It was firstly noticed by Einstein, when studying the *Brownian motion*, that the apparent random

nell'acqua può essere quantitativamente spiegato come dovuto alle continue collisioni casuali con le molecole dell'acqua. Lo stesso processo, cioè collisioni con molecole d'acqua, è la ragione per cui una particella con una certa velocità nell'acqua sente una forza viscosa che smorza il suo moto, quindi dissipa la sua energia. Dissipazione e moto casuale sono strettamente collegati.

Per chiarezza, vediamo questo punto da una prospettiva complementare concentrandoci sullo specchio del rivelatore di OG. Tutte le componenti e i gradi di libertà meccanici, incluso il moto longitudinale della superficie dello specchio, sperimentano continui scambi termici con la riserva termica. Tutti i gradi di libertà trasferiscono continuamente la loro energia di oscillazione nella riserva termica con una potenza di raffreddamento $W_{cooling} = E_{osc}/\tau_{osc}$ dove E_{osc} è il contenuto istantaneo di energia del moto, e τ_{osc} la costante di decadimento del moto, che è determinata dal fattore di qualità del materiale. All'equilibrio termico deve avvenire che, in media, $E_{osc} = KT$, dove K è la costante di Boltzmann e T la temperatura assoluta. Quindi, la potenza di raffreddamento sarà $W_{cooling} = KT/\tau_{osc}$ e la riserva termica restituisce una potenza di riscaldamento uguale ma fluttuante $W_{heating} = W_{cooling} = E_{osc}/\tau_{osc}$. Come conseguenza, il fattore di qualità usato per costruire lo specchio determina il rumore termico dello specchio stesso.

Come conseguenza dell'importanza del rumore termico, i materiali giocano un ruolo determinante nella progettazione degli specchi per i rivelatori di OG. A temperatura ambiente, la silice fusa di elevata purezza mostra un livello di dissipazione impressionantemente basso; è interessante che questo dipenda da caratteristiche molto specifiche di questo tipo di vetri, mentre altri materiali amorfi mostrano una perdita meccanica molto più elevata. Per questa ragione gli specchi negli attuali interferometri sono realizzati con silice fusa.

Ne risulta che la dissipazione nel rivestimento riflettente è attualmente dominante. Rivestimenti dielettrici sono fatti da strati alternati di materiale vetroso con alto e basso indice ottico. Il materiale ad alto indice di rifrazione (TiO_2 -drogato Ta_2O_5) nel rivestimento a multistrato ha una grande dissipazione meccanica e genera il contributo dominante al rumore termico. Il

motion of a pollen grain in water can be quantitatively explained as due to the continuous random collisions with water molecules. The same process, namely collisions with water molecules, is the reason why a particle with a given velocity in water feels a viscous force that damps its motion, therefore dissipating its energy. Dissipation and random motion are closely related.

To the sake of clarity, let's see this from a complementary perspective focussing on a GW detector mirror. All components and mechanical degrees of freedom, including the mirror surface longitudinal motion, experience continuous thermal exchanges with the thermal bath. All degrees of freedom continuously dump their oscillation energy into the thermal bath with a cooling power. $W_{cooling} = E_{osc}/\tau_{osc}$ where E_{osc} is the instantaneous energy content of the movement, and τ_{osc} the decay constant of the movement, which is determined by the material quality factor. At thermal equilibrium it must be that, in average, $E_{osc} = KT$, where K is the Boltzmann constant and T the absolute temperature. Therefore the cooling power will be $W_{cooling} = KT/\tau_{osc}$ and the thermal bath, returns an equal but random fluctuating heating power, $W_{heating} = W_{cooling} = E_{osc}/\tau_{osc}$. As a consequence, the quality factor of the materials used to manufacture the mirror determine the mirror thermal noise.

As a consequence of the relevance of thermal noise, materials play a major role in designing mirrors for GW detectors. At room temperature, very pure fused silica shows an impressively low level of dissipation; interestingly, this depends on very specific features of this kind of glass, while other amorphous materials show much stronger mechanical loss. This is the reason why mirrors in present interferometers are made of fused silica.

It turns out that dissipation in the reflecting coating is actually dominant. Dielectric coatings are made by stacks of alternate layers of glassy materials with high and low optical index. The high refraction index material (TiO_2 -doped Ta_2O_5) in the multilayered coatings has a large mechanical dissipation and gives rise to the dominant thermal noise contribution. Thermal noise

rumore termico da rivestimento è un fattore limitante della sensibilità proprio al centro della banda di rivelazione., tra circa 100 Hz fino 1 kHz. Uno dei più attesi sviluppi nello sforzo di aumentare la portata dei rivelatori di OG è la ricerca di rivestimenti con basse perdite meccaniche.

Anche il rumore termico associato alle sospensioni dello specchio è importante: nell'ultimo stadio della sospensione, gli specchi sono appesi a fibre di silice molto sottili chimicamente saldate al corpo dello specchio in una disposizione quasi-monolitica. Ognuno di questi fili di vetro spesso 100 μm può sostenere un peso di diverse decine di chilogrammi senza rompersi. Se trattato convenientemente, il vetro di silice fusa può essere più resistente dell'acciaio.

Rumore Newtoniano

Forse il rumore di spostamento più subdolo è quello dovuto al movimento continuo delle masse sulla crosta terrestre, che altera il campo gravitazionale. Onde sismiche cambiano la densità e la posizione delle rocce attorno agli specchi e causano piccole fluttuazioni dell'accelerazione di gravità g indistinguibili da una OG. (Si potrebbe pensare che la variazione di g sia una OG. Non è così; un'onda esiste solo lontano dalla sua sorgente ed indipendentemente da essa. Questo non è valido per gli effetti che stiamo considerando qui). Il rumore che ne risulta è chiamato *rumore Newtoniano*. Diventa più grande del segnale di OG di origine cosmica sotto i 10 Hz, quindi entra nella curva di sensibilità come limite alla rivelazione.

Dopo aver presentato una rassegna del bilancio di rumore in un rivelatore realistico di OG, dovremmo essere convinti che un rivelatore di questo tipo può essere costruito, nonostante tutto. Prima di riuscire a costruire un rivelatore completo e funzionante i ricercatori hanno superato una foresta di altri minacciosi problemi tecnici che non sono presentati qui. Quando si è certi che raggiungere questo obiettivo spettacolare sia possibile, cosa importano le difficoltà tecniche?

I rivelatori Virgo and LIGO

Il lavoro di Weiss ha posto le basi per decenni di sviluppi tecnologici necessari per implemen-

from coatings is a limiting factor to the sensitivity right at the centre of the detection band, between roughly 100 Hz up to 1 kHz. One of the hottest developments in the effort to enhance the reach of GW detectors is the search for coatings with low mechanical losses.

Thermal noise from the mirror suspensions is also relevant: in the last stage of suspension, mirrors are hung to very thin fused silica fibres chemically bonded to the mirror bulk in a quasi-monolithic arrangement. Each of these 100 μm thick glass wires is able to sustain a weight of several tens of kilograms without breaking. If conveniently treated, fused silica glass can be stronger than steel!

Newtonian noise

Perhaps the most sneaky source of displacement noise is because of steadily moving mass in Earth's crust, which alter the local gravitational field. Seismic waves change the density and position of rock around the suspended test masses and cause small fluctuations of the gravitational acceleration g , indistinguishable from GWs. (One might think that this variation of g is a GW. This is not the case; a wave exists only far from its source, and independent of it. This is of course not valid for the attraction effects we are considering here.) The resulting noise is called *Newtonian noise*. It gets stronger than the GW signals of cosmic origin somewhere below 10 Hz, therefore entering the sensitivity curve as a detection limit.

After reviewing the noise budget in a real GW detector, we might be convinced that such a detector can be built, after all. On the path toward a complete and working detector, people had to overcome a forest of other threatening technical issues, that are not discussed here. Having established the possibility to reach such a spectacular goal, who cares about technical difficulties?

Virgo and LIGO detectors

The Weiss report set the stage for decades of technology developments needed to implement kilo-

tare interferometri su scala chilometrica. Alla fine degli anni '80, era diventato chiaro che molti degli ostacoli tecnologici potevano essere superati, e furono approvati progetti per costruire i primi osservatori di onde gravitazionali. Richard A. Isaacson per gli Stati Uniti e Patrick Fleury sul versante europeo [13] sono stati fondamentali per convincere le agenzie di finanziamento a sostenere questo audace tentativo. La costruzione dei due siti LIGO è iniziata a Hanford, Washington e Livingston, in Louisiana, nel 1994 – 95. Nel 1996 iniziò anche la costruzione dell'Interferometro Virgo vicino a Pisa.

Limitazioni presenti e future

Riassumiamo le fonti di rumore che limitano la sensibilità di questa classe di rivelatori (si veda la figura 6 come riferimento). Alle frequenze più basse (inferiori a circa 50 Hz) le principali fonti di rumore sono la pressione di radiazione, il rumore termico delle sospensioni e il rumore newtoniano. Il rumore sismico residuo dovuto ai movimenti del terreno, non è un rumore fondamentale, esso può essere filtrato, come - vedremo - viene fatto in Virgo. La pressione di radiazione può essere mitigata con masse più grandi, potenza ottica inferiore e metodi di compressione del rumore quantistico. Il rumore termico della sospensione può essere mitigato con fibre di sospensione più lunghe o operando a temperature criogeniche.

Alle frequenze intermedie (fino a circa 200 Hz) il rumore limite è il rumore termico dello specchio, derivante dalla dissipazione meccanica. Risulta che la componente dominante proviene dai rivestimenti dielettrici. Questa può essere mitigata sviluppando materiali di rivestimento a basse perdite meccaniche. Anche in questo caso operare a temperature criogeniche può essere utile, ma il guadagno è limitato e la criogenia non tollera la grande potenza ottica necessaria per la sensibilità della lunghezza ottica ad alta frequenza.

Alle frequenze più alte, la sensibilità è dominata dallo *shot noise*, un rumore associato alle limitazioni naturali che caratterizzano la statistica della luce laser utilizzata per effettuare la misura. Inoltre, ci sono molte fonti "tecniche" di rumore -principalmente rumore di controllo, luce diffusa,

meter scale interferometers. By the late 1980s, it had become clear that many of the technological hurdles could be overcome, and projects to build the first gravitational wave observatories were approved. Richard A. Isaacson on the US side and Patrick Fleury on the European side [13] were instrumental to convince funding agencies to support this daring endeavour. Construction on the two LIGO sites began in Hanford, Washington and Livingston, Louisiana in 1994-95. In 1996, the construction of the Virgo Interferometer also commenced near Pisa.

Present and future limitations

Let us summarize the sources of noise that limit the sensitivity of this class of detectors (see for reference figure 6). At the lowest frequencies (below about 50 Hz) the primary fundamental noise sources are radiation pressure, suspension thermal noise and Newtonian noise. Residual seismic noise from ground motion is not a fundamental noise, it can be filtered out with overkill, as - we will see - it is done in Virgo. Radiation pressure can be mitigated with larger masses, lower optical power and quantum noise squeezing tricks. Suspension thermal noise can be mitigated with longer suspension fibers, or operating at cryogenic temperatures.

At intermediate frequencies (up to about 200 Hz) the limiting noise is mirror thermal noise, deriving from mechanical dissipation. It turns out that the dominant component is from the dielectric coatings. It can be mitigated by developing lower mechanical loss coating materials. Operating at cryogenic temperatures may also be useful, but the gain is slow and cryogenics does not tolerate the large optical power needed for optical length sensitivity at high frequency.

At the highest frequencies, the sensitivity is dominated by shot noise, a noise associated with the natural limitations that characterize the statistics of the laser light used to make the measurement. In addition, there are many "technical" noise sources, mainly from control noise, scattered light, laser noise, internal resonances, residual seismic noise and beam jitters, which can in principle be overcome, but, if not eliminated, dominate the sensitivity curve. Fundamental

rumore laser, risonanze interne, rumore sismico residuo e tremolio del fascio- che possono essere in linea di principio superate, ma, se non eliminate, dominano la curva di sensibilità. Il rumore di fondo e quello tecnico si combinano per formare un'ampia curva di sensibilità a forma di ampia vallata che sale ripidamente sotto i 30 Hertz e oltre i 200 Hz ed è più profonda, più sensibile, tra 100 e 200 hertz.

Rivelatori iniziali

LIGO e Virgo sono stati letteralmente i primi strumenti scientifici del loro genere. La sensibilità ai piccoli cambiamenti di lunghezza ottenuti da questi strumenti era eccelsa, di gran lunga superiore alle misurazioni della distanza più precise mai fatte prima della costruzione dei rivelatori di OG.

Conoscendo le difficoltà da superare per raggiungere la sensibilità attesa, è stato deciso che sia LIGO che Virgo avrebbero esordito con una configurazione "iniziale" per esplorare le potenzialità delle soluzioni tecnologiche.

La costruzione iniziale di LIGO è stata completata e le operazioni scientifiche sono state condotte dal 2002 al 2010. Le operazioni su Virgo sono state condotte tra il 2007 ed il 2011. Le immagini dei due rivelatori LIGO e Virgo sono mostrate nella figura 8.

Gli interferometri iniziali sono stati utilizzati per condurre ricerche preliminari di astrofisica. Sia LIGO che Virgo erano in grado di rilevare le onde gravitazionali nelle loro configurazioni iniziali, ma solo a una distanza limitata nell'Universo. All'interno del volume esplorato, il tasso di eventi di onde gravitazionali era atteso essere molto basso e, prevedibilmente, gli osservatori non hanno registrato nessuna rivelazione diretta di OG. Sebbene non siano state ottenute osservazioni dirette è stato possibile dedurre nuovi limiti rigorosi sul numero e l'intensità delle varie sorgenti di onde gravitazionali.

Rivelatori avanzati

Dopo aver identificato e compreso le più insidiose sorgenti di rumore, sono state progettate tecniche di mitigazione ed i rivelatori sono passati ad una configurazione migliorata, sufficientemente sensibile per una prima rivelazione. Per poter

and technical noise combine to make a broad, bucket-shaped sensitivity curve that climbs steeply below 30 hertz and above 200 hertz and is deepest, most sensitive, between 100 and 200 Hertz.

Initial detectors

LIGO and Virgo were literally the first scientific instruments of their kind. The sensitivity to small length changes obtained by these instruments was exquisite, far in excess of the most precise distance measurements ever made before GW detector construction.

Knowing the challenges of reaching the target sensitivity, it was decided that both LIGO and Virgo would begin with an "initial" design to explore the noise challenges.

Initial LIGO construction was completed and science operations were carried out from 2002 to 2010. Virgo science operations were carried out between 2007 and 2011. Pictures of the two LIGO detectors and of Virgo are shown in figure 8.

The initial interferometers were used to conduct preliminary astrophysical searches. Both LIGO and Virgo were capable of detecting gravitational waves in their initial configurations, but only to a limited distance in the Universe. Within the volume surveyed, the rate of gravitational wave events was expected to be very low and, predictably, the observatories were not successful to achieve first detection of gravitational waves. While no direct detections were made, new stringent limits on the number and strength of various gravitational wave sources were deduced.

Advanced detectors

After identifying and understanding the worst noise sources, mitigation techniques were designed, and the detectors upgraded to an improved configuration that would be sufficiently sensitive for detection. In order to make guar-



Figura 8: Immagini aeree dei rivelatori avanzati di OG: Virgo (Cascina, Pisa, Italy), LIGO H1 (Hanford, Washington, US), LIGO L1 (Livingston, Louisiana, US).
 Pictures of the landscape around the advanced GW detectors. From top to bottom: Virgo (Cascina, Pisa, Italy), LIGO H1 (Hanford, Washington, US), LIGO L1 (Livingston, Louisiana, US).

rivelare con ragionevole certezza delle OG, al termine di una prima fase di osservazione scientifica, gli strumenti sono stati spenti per essere potenziati attraverso un'opera di miglioria durata anni, verso le cosiddette configurazioni avanzate. Con una sensibilità dieci volte maggiore, i rivelatori avanzati potevano esplorare distanze molto più lontane nell'Universo, coprendo un volume mille volte più grande. Anche eventi di onde gravitazionali rari si verificano abbastanza spesso in un volume così esteso, consentendo una potenziale rivelazione già entro poche settimane di

anteed detections, after their initial science runs the instruments were taken offline after their initial science runs and underwent a multi-year upgrade towards the so called "advanced" configurations. With ten times greater sensitivity, they could probe to much farther distances in the Universe, covering a volume a thousand times larger. Even rare gravitational wave events happen often enough in the larger volume to be detected within weeks.

The upgrade process involved the re-thinking of the optical layout of the detectors, the replace-

funzionamento. Il processo di aggiornamento ha comportato il ripensamento della configurazione ottica dei rivelatori, la sostituzione dell'ottica principale, un aumento della potenza di ingresso e diverse specifiche di progettazione, mentre la maggior parte delle infrastrutture sono state mantenute.

La rete di rilevazione di OG

La stretta collaborazione inaugurata dai primi interferometri è proseguita anche con le versioni avanzate. Come nel caso dell'udito umano, il ritardo nel tempo di arrivo tra i ricevitori consente l'identificazione della direzione del segnale in ingresso. Con molti rivelatori di OG posizionati a grandi distanze relative su tutta la terra, la posizione della sorgente nel cielo può essere trovata con un errore via via minore. La direzionalità è un requisito per identificare la controparte elettromagnetica di un evento. L'avvento di una rete di rivelatori avanzati ha reso possibile la cosiddetta *astronomia multi-messaggera*.

Advanced Virgo

Il progetto Advanced Virgo (AdV [14]) è stato finanziato nel 2009. Come in LIGO, l'obiettivo era migliorare la sensibilità del rivelatore interferometrico di un fattore dieci. Per ridurre l'impatto dello *shot noise*, AdV è stato progettato per funzionare con una potenza laser in ingresso di 125 W, raggiungendo 700 kW di potenza immagazzinata nelle cavità FP. Quest'ultimo valore, 35 volte superiore a quello originale di Virgo, è notevole. I comuni laser a CO₂ da 1 kW di potenza sono sufficienti per il taglio e la saldatura dell'acciaio nell'industria. Con un'elevata potenza circolante nelle cavità, anche gli specchi a bassissimo assorbimento utilizzati vengono notevolmente riscaldati e deformati. AdV è per costruzione particolarmente sensibile a queste deviazioni; il controllo della condizione di risonanza dell'interferometro (anche chiamato *locking*) viene immediatamente perso se la potenza di ingresso viene aumentata senza correzione degli effetti termici. AdV è dotato di un sistema di compensazione termica, ideato per correggere le distorsioni indotte così da recuperare il comportamento non aberrato del rivelatore.

ment of the main optics, an enhancement of input power and several design features, while most of the infrastructures were maintained.

The GW detection network

The upgraded interferometers continued a phase of close collaboration. There are strong advantages in operating a network of interferometers. As in the case of human hearing, the lag in the arrival time between receivers allows identification of the direction of the incoming signal. With many GW detectors, widely spread across the Earth, the position of the source in the sky can be found with diminishing error. Directionality is a requirement to identify the electromagnetic counterpart of an event. The advent of a network of advanced detectors made the so called *multi-messenger astronomy* possible.

Advanced Virgo

The Advanced Virgo project (AdV [14]) was funded in 2009. Like in LIGO the aim was to improve the sensitivity of the interferometric detector by a factor of ten. To reduce the impact of shot noise, AdV was designed to work with a 125 W input laser power, reaching 700 kW of stored power in the FP cavities. The latter value, 35 times higher than in the original Virgo, is remarkable. Common CO₂ lasers of 1 kW power are sufficient for cutting and welding in the steel in industry. With high circulating power in the cavities, even the extraordinarily clear mirrors used are significantly heated up and deformed. AdV is by design particularly sensible to these deviations; the control of the interferometer resonant condition (also called *locking*) is immediately lost if the input power is increased without correction of the thermal effects. AdV is equipped with a thermal compensation system, devised to correct induced distortions and to recover the pristine behaviour of the detector.

Il sistema di compensazione termica

I sensori per la mappatura di fase installati in AdV sono del tipo cosiddetto *Hartmann*: sfruttano le proprietà diffrattive della luce coerente per ricostruire la distorsione del fronte d'onda indotta dalle aberrazioni nel nucleo centrale del sistema ottico.

La distorsione termica così rilevata viene corretta proiettando un profilo di riscaldamento di compensazione su una finestra trasparente ausiliaria. La distorsione indotta nel fronte d'onda si somma ed annulla l'aberrazione termica. Il profilo di riscaldamento è stato creato utilizzando un potente laser da 50 W CO₂, con lunghezza d'onda di 10,6 μm . Se si pone un mattone sul percorso del fascio su di esso appare un'intensa macchia bianca luminosa in corrispondenza della quale il materiale viene vetrificato, fuso o evaporato fino a quando il foro non attraversa il mattone!

La deformazione della superficie dello specchio dovuta all'espansione termica non può essere compensata con il laser. Un riscaldatore anulare è posizionato attorno allo specchio, vicino al retro, e grazie al suo impiego è possibile riportare il suo raggio di curvatura al valore originario.

Queste tecniche di ottica adattativa consentono al rivelatore di essere mantenuto nelle condizioni di lavoro ottimali man mano che la potenza aumenta, rendendo così AdV un interferometro *libero da aberrazioni*.

Ottica

Sono necessari specchi più pesanti per ridurre l'effetto della pressione di radiazione per maggiori potenze dei laser. Gli specchi principali in AdV sono due volte più spessi (20 cm) di quelli originali di Virgo, e quindi possiedono una massa doppia (42 Kg).

Il materiale utilizzato per realizzare gli specchi è un tipo straordinariamente puro di silice fusa, con assorbimento ottico molto basso (0,2 parti per milione per centimetro). Ciò significa che, anche dopo aver superato un chilometro di questo materiale, un fascio luminoso si attenuerebbe solo del due percento! Gli specchi della cavità sono i componenti principali del rivelatore: il loro processo di produzione è complesso, altamente tecnologico e molto costoso. Per sod-

The thermal compensation system

Position sensitive phase sensors installed in AdV are of the so called *Hartmann* type: they make use of the diffractive properties of coherent light to reconstruct the distortion in the wavefront induced by aberrations in the core optics.

The thus detected thermal distortion is corrected by projecting a compensating heating pattern on an auxiliary transparent window. The induced wavefront distortion adds up and nulls the thermal aberration. This pattern is created using a powerful 50 W CO₂ laser, with wavelength 10.6 μm . A brick placed on the beam path glows with a bright white spot, is vitrified, melted or evaporated until the hole goes through the brick!

The deformation of the mirror surface due to thermal expansion cannot be compensated with the laser. An annular heater is placed around the mirror, close to the back and the radius of curvature is restored to the pristine value.

These adaptive optics techniques allow the detector to be kept in the optimal working condition as power is ramped up, thus making AdV an *aberration free* interferometer.

Optics

Heavier mirrors are needed to reduce the effect of radiation pressure at higher laser power. The main mirrors in AdV are twice as thick (20 cm) as the original Virgo, and therefore possess double mass (42 kg).

The material used to make the mirrors is an extraordinarily pure type of fused silica, featuring very low optical absorption (0.2 parts per million per centimeter). That means, even after passing a kilometer of this material, the beam would be attenuated by only two percent! The cavity mirrors are the core components of the detector: their production process is complex, highly technological and very expensive. To comply with very stringent requirements on flatness and micro-roughness, the surface of the mirrors

disfare requisiti molto severi in termini di planarità e microrugosità, la superficie degli specchi è super-lucidata a una deviazione media dalla forma ideale di 0,5 nanometri su una regione larga 15 cm. Ciò corrisponde ad un paio di atomi di planarità o, in altre parole, allo spessore di un capello umano su tutta l'area della città di Roma! Un'immagine di uno specchio sospeso è presentata nella figura 9.

is super-polished to an average deviation from ideal shape of 0.5 nanometers over a region 15 cm wide. This corresponds to a couple of atom flatness, or the thickness of a human hair over the whole area of the city of Rome! A picture of a suspended mirror is presented in figure 9.

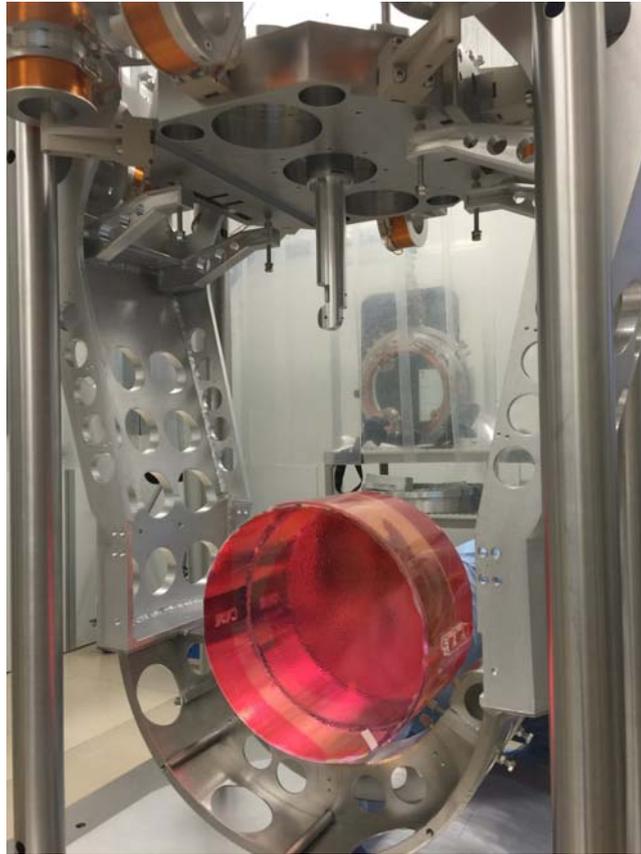


Figura 9: Immagine di uno degli specchi da 42 Kg di Advanced Virgo, sospeso da quattro sottili fili di silice. La superficie dello specchio è protetta dai contaminanti dell'aria da un film di materiale polimerico viola.
Picture of one of the 42 kg mirrors of Advanced Virgo, suspended to the payload by four thin silica wires. The mirror surface is protected from air contaminants by a film of polymeric purple material.

La sospensione degli specchi

Gli specchi sono sospesi con quattro fili di silice fusa, in una sospensione quasi monolitica. Questo primo stadio è supportato da una catena di elementi meccanici in grado di filtrare i disturbi sismici, chiamata *super-attenuatore*, che è stata sviluppata ed installata nel primo rivelatore Virgo. Il super-attenuatore (figura 10) consiste in una sequenza di cinque pendoli e molle verticali a bassa frequenza molto sofisticate che

The suspension of mirrors

Mirrors are suspended with four fused silica wires, in a quasi-monolithic suspension. This first stage is supported by a chain of mechanical elements able to filter out seismic disturbances, called *superattenuator*, that was developed and installed in the first Virgo detector. The superattenuator (figure 10) consists in a sequence of five pendula and very sophisticated low-frequency vertical springs that reject seismic noise in all the

attenuano il rumore sismico in tutti i gradi di libertà. Poiché l'effetto di filtraggio è presente solo al di sopra della risonanza, la lunghezza di ciascun pendolo è di circa un metro, per ottenere una frequenza di risonanza di 0,5 Hz. Per avere una frequenza di risonanza verticale corrispondente, la rigidità delle molle viene ridotta usando magneti *anti-molle*, una disposizione repulsiva di magneti che fornisce una forza proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio. Il super-attenuatore di Virgo è stato talmente performante che non ha richiesto alcun miglioramento significativo per AdV.

degrees of freedom. Since the filtering effect is only present above the resonance, the length of each pendulum is about a meter, to obtain a resonance frequency of 0.5 Hz. In order to have a matching vertical resonant frequency, the spring stiffness is reduced using magnetic *anti-springs*, a repulsive arrangement of magnets that provides a force proportional to the displacement from the equilibrium position. The superattenuator of Virgo was so well performing that required no significant improvement for AdV.

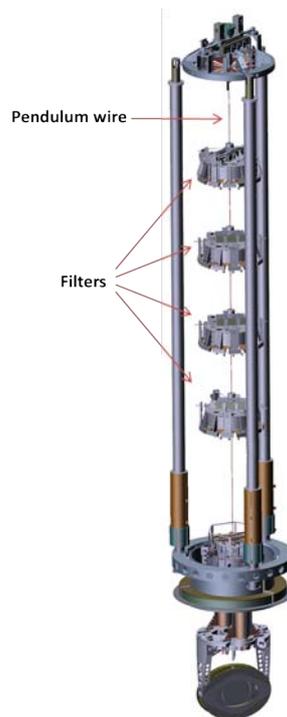


Figura 10: Schema del super-attenuatore Advanced Virgo: i filtri con le lame per la soppressione del movimento verticale sono evidenziati. La serie di pendoli è appesa ad un'alta piattaforma, sostenuta da tre gambe collegate a terra da giunti elastici (pendolo invertito)

Sketch of the Advanced Virgo superattenuator: filters with blades for the suppression of vertical motion are highlighted. The series of pendula is hanging from a tall platform, supported by three legs connected to the ground by elastic joints (inverted pendulum).

Altre caratteristiche dei rivelatori avanzati

Una nuova cavità risonante verrà aggiunta alla configurazione dei rivelatori avanzati, la cavità *di riciclo del segnale*. Uno specchio posto subito dopo la ricombinazione all'uscita dal separatore del fascio crea una cavità FP aggiuntiva per la quale l'intero interferometro funge da altro specchio.

Other features of advanced detectors

A brand new resonant cavity will be added to the layout of advanced detectors, the *signal recycling* cavity. A mirror placed just after the recombination at the beam splitter creates an additional FP cavity with the entire interferometer as the other mirror. This cavity is used to enhance the sensitivity of the detector at a given frequency (at the

Questa cavità viene utilizzata per migliorare la sensibilità del rivelatore ad una determinata frequenza (al prezzo di un peggioramento della sensibilità altrove) per la ricerca di segnali specifici con frequenza prevista nota.

Una nuova tecnica per mitigare il rumore quantistico è stata sviluppata per rivelatori avanzati: la *luce compressa*. Il campo elettromagnetico in fisica quantistica ha uno stato di vuoto che non corrisponde a energia nulla. Come conseguenza del principio di Heisenberg, le fluttuazioni sono sempre presenti e normalmente influenzano allo stesso modo le due quadrature del campo (vale a dire, ampiezza e fase). Il principio di Heisenberg si applica solo al prodotto delle quadrature. Come Carlton M. Caves ha suggerito [15] negli anni '80, le fluttuazioni in una quadratura possono essere ridotte senza conflitto con il principio di Heisenberg, se la quadratura coniugata è lasciata libera di fluttuare di una quantità maggiore. Questo stato è chiamato *vuoto compresso*. Il rumore quantico in un rivelatore OG può essere ridotto usando la luce compressa. Nel caso dell'interferometro i due effetti coniugati sono lo *shot noise* e la pressione di radiazione. Il rumore di uno peggiorerà mentre l'altro migliorerà. Fortunatamente, lo *shot noise* e la pressione di radiazione influiscono sulla misura a diverse frequenze ed il vuoto compresso può essere reso dipendente dalla frequenza.

Il vuoto compresso è una tecnologia sperimentale all'avanguardia. La prima prova di stati compressi di fasci di luce risale al 1985 (R. E. Slusher e collaboratori). I rivelatori avanzati ora stanno installando la luce "semplice" compressa per migliorare la sensibilità alle alte frequenze. Le tecniche per preparare la compressione *dipendente dalla frequenza* sono in fase di sviluppo per ottenere una riduzione del rumore quantico nell'intera banda di rilevazione.

I rivelatori avanzati hanno iniziato l'attività in una configurazione intermedia, con una sensibilità significativamente migliorata, ma non ancora a livello di progettazione. Periodi di sperimentazione scientifica si alternano con interventi di miglioramento della sensibilità. Mentre scriviamo, sia Advanced Virgo che Advanced LIGO sono in fase di miglioramento in vista della prossima fase di osservazione congiunta prevista per i primi mesi del 2019. La sensibilità è stata suffi-

price of worsening the sensitivity elsewhere) for search of specific signals with known expected frequency.

A novel technique to mitigate quantum noise was developed for advanced detectors, *squeezed light*. The electromagnetic field in quantum physics has a vacuum state that does not correspond to zero energy. As a consequence of the Heisenberg's principle, fluctuations are always present and normally affect in the same way the two quadratures of the field (namely, amplitude and phase). Heisenberg's principle only applies to the product of the quadratures. As Carlton M. Caves suggested [15] in the 80's, the fluctuations in one quadrature can be reduced without conflict with the Heisenberg's principle, if the conjugate quadrature is left free to fluctuate by a larger amount. This state is called *squeezed vacuum*. The quantum noise in a GW detector can be reduced making use of squeezed light. In the interferometer case the two conjugate effects are shot noise and radiation pressure. The noise of one will get worse while the other is improved. Happily shot noise and radiation pressure affect the measurement at different frequencies and squeezing can be frequency-dependent.

Squeezed vacuum is a cutting edge experimental technology. The first evidence of squeezed states of light tracks back to 1985 (R. E. Slusher and co-workers). Advanced detectors are now installing "simple" squeezed light to improve the high frequency sensitivity. Techniques to prepare *frequency-dependent* squeezing are under development to get an reduction of quantum noise in the entire detection band.

Advanced detectors started activity in an intermediate configuration, with significantly improved sensitivity, but still not at the design level. Performance is continuously upgraded: science runs follow periods of commissioning leading to steps of performance. As we write, both Advanced Virgo and Advanced LIGO are in a commissioning phase with the next joint observing run foreseen for the first months of 2019. The sensitivity was sufficient to enter the era of GW detection on September 14th, 2015: the detection

ciente a rendere possibile l'era di rivelazione di OG, iniziata il 14 Settembre, 2015: l'individuazione di una coppia di buchi neri che si fondono ha segnato l'alba di una nuova era eccitante e rivoluzionaria.

Dall'osservazione all'astronomia e all'astrofisica delle onde gravitazionali.

Nel settembre 2015, entrambi i siti di Advanced LIGO, recentemente potenziati, hanno iniziato la presa dati operando a circa due volte e mezzo la sensibilità iniziale di LIGO.

Inaspettatamente, alla fine del ciclo di ingegnerizzazione, appena prima che gli strumenti venissero portati in modalità di osservazione, nei dati è apparso un segnale chiaro e non ambiguo.

Per la maggior parte del tempo i rivelatori operano in modalità automatica, registrando e monitorando il flusso di dati e con i segnali e contrassegnando i più interessanti per una ulteriore revisione da parte degli operatori. L'intero set di dati viene poi passato attraverso un pettine a denti fini, dove i filtri automatici rilevano eventi importanti e li portano all'attenzione immediata della collaborazione LIGO-Virgo.

Alle 09 : 50 : 45 UTC del 14 settembre 2015, un forte segnale transiente è stato registrato nel rivelatore LIGO che opera a Livingstone, e 7 millisecondi dopo, nel rivelatore di Hanford (figura 11). Il primo a rendersi conto che il segnale poteva corrispondere ad un reale evento astrofisico era stato registrato fu il ricercatore post-doc Marco Drago, presso l'Albert Einstein Institute di Hannover. Egli ha ricevuto una notifica via email dal sistema informatico solo tre minuti dopo che l'evento era stato registrato e, nel giro di un'ora, dopo aver effettuato alcuni controlli iniziali per accertarsi che nulla fosse sbagliato, ha inviato via email la notizia all'intera collaborazione scientifica LIGO-Virgo.

Lo schema di denominazione per gli eventi di onde gravitazionali è il codice letterale GW seguito da un numero di sei cifre per la data (anno, mese, giorno); il nome del primo evento è quindi GW150914. La sorgente del segnale erano le orbite finali dello spiraleggiamento, seguito dalla fusione, di due buchi neri, situati a 400 Megapar-

of a pair of merging black holes signed the dawn of a new exciting and revolutionary era.

From observation to gravitational wave astronomy and astrophysics.

In September 2015, both sites in the newly upgraded Advanced LIGO went online operating at roughly two-and-a-half the initial LIGO sensitivity. Unexpectedly, at the end of the engineering run, just before the instruments were turned into observation mode, a clear and unambiguous signal showed up in the data.

For most of the time the detectors operate on automatic mode, logging and monitoring the data stream for signals that are flagged for humans review. The entire data set is later passed through a fine toothed comb, but automated filters detect strong events and bring them to the immediate attention of the LIGO-Virgo collaboration.

At 09 : 50 : 45 UTC on 14 September, 2015, a strong transient signal was recorded in the Livingston LIGO detector, and 7 milliseconds later, in the Hanford detector (figure 11). The first person to recognise that a possible astrophysical event had been logged was postdoctoral scholar Marco Drago, at the Albert Einstein Institute in Hannover. He received an email notice from the computer system just three minutes after the event was logged, and within an hour, after doing some initial due diligence to ensure nothing was amiss, emailed the LIGO-Virgo Scientific Collaboration.

The naming scheme for gravitational wave events is the letter code GW followed by a six digit number for the date (year, month, day); the first event's name thus is GW150914. The source was the final orbit of the inspiral, followed by the merger, of two black holes, located 400 Megaparsecs, about 1 giga-light-year, from Earth. The

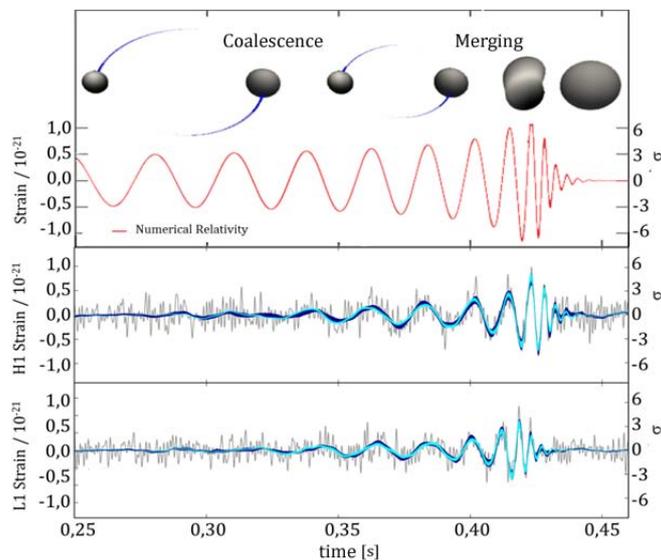


Figura 11: *GW150914 visto da LIGO H1 e Ligo L1, confrontato con il modello calcolato numericamente in Relatività Generale. I dati grezzi degli interferometri sono stati filtrati in banda e il rumore delle linee di frequenza note è stato rimosso: i segnali sono piuttosto evidenti dopo il filtraggio.*
GW150914 as seen from LIGO H1 and Ligo L1, compared with the template numerically computed in General Relativity. Raw data from the interferometers have been band filtered and noise from known frequency lines was removed: the signals are pretty evident after the filtering.

sec, circa 1 giga-anno-luce dalla terra. Le masse dei due buchi neri originali erano 29 masse solari e 36 masse solari; questi si sono fusi per formare un nuovo buco nero più grande, con una massa di 62 masse solari. L'aritmetica di base mostra che mancano 3 masse solari tra i buchi neri iniziali e il resto finale - questa massa mancante rappresenta l'energia totale irradiata sotto forma di onde gravitazionali, quasi interamente negli ultimi 0,2 secondi dello spiraleggiamento. A titolo di paragone, il nostro sole irradia circa l'1% della sua massa sotto forma di calore e luce durante i suoi 10 miliardi di anni di vita. In quel breve intervallo di tempo di 0,2 secondi, anche in assenza di emissione luminosa, l'emissione del GW150914 era energeticamente più "luminosa" dell'intero universo.

L'evento è stato importante per molte ragioni. È stato il primo rilevamento diretto delle onde gravitazionali che impiegava uno strumento progettato per questo scopo. È stato il primo rilevamento diretto di buchi neri, al contrario del rilevamento degli effetti gravitazionali di buchi neri su altri oggetti astrofisici, lenti gravitazionali o raggi X emessi da gas che cadono in un buco nero. Come tutte le nuove scoperte astronomiche, ci sono state sorprese. La cosa più sorprendente

mass of the two original black holes were 29 solar masses and 36 solar masses; they coalesced to form a new, larger black hole that had a mass of 62 solar masses. Basic arithmetic shows there are 3 solar masses missing between the initial black holes and the final remnant - that mass represents the total energy radiated as gravitational waves, mostly in the last 0.2 seconds of the inspiral. As a comparison, our sun radiates about 1% of its mass in the form of heat and light over its 10 billion year lifespan. For that short 0.2 s time span, even if no light was emitted, the GW150914 emission was energetically more "luminous" than the entire Universe.

The event was momentous for a multitude of reasons. It was the first direct detection of gravitational waves using an instrument designed for that purpose. It was the first direct detection of black holes, as opposed to detection of the gravitational effects of black holes on other astrophysical objects, gravitational lensing or the X-rays from gas falling into a BH. Like all new astronomical discoveries, there were surprises. The most startling was the mass. Excluding the super-massive galactic black holes, the largest known black hole, supposedly created through stellar-evolutionary processes, was only slightly

è stata la massa. Escludendo i buchi neri massicci galattici, il più grande buco nero conosciuto, presumibilmente creato attraverso processi stellari-evolutivi, era solo leggermente più grande di 20 masse solari, in accordo con le migliori previsioni teoriche. Il fatto che i due elementi di questa coppia fossero entrambi attorno a 30 masse solari era sorprendente. Teoricamente non si prevedeva che, anche nell'universo primordiale a bassa metallicità, si potessero creare grandi buchi neri.

Dalla prima scoperta, sono state osservate cinque o sei fusioni binarie addizionali di buchi neri, con una varietà di masse che vanno da meno di 10 masse solari alle 36 masse solari viste con GW150914.

Direzionalità della rete di osservatori

Una delle difficoltà dei rilevatori di onde gravitazionali è che, usati individualmente, non possono localizzare le sorgenti nel cielo. Questa operazione di puntamento viene espletata efficacemente solo mediante una rete di rivelatori, usando il tempo di arrivo del segnale per localizzare la sorgente per mezzo di una triangolazione. I due rivelatori LIGO potevano localizzare le sorgenti solo entro vaste aree rappresentate da ampi archi allungati nel cielo, coprendo migliaia di gradi quadrati e milioni di galassie. L'aggiunta del rivelatore europeo Virgo ha ridotto drasticamente l'area di localizzazione, come è stato dimostrato da due rilevamenti avvenuti poco dopo l'accensione di Virgo nell'agosto 2017.

Il primo era una fusione di buchi neri binari nota come GW170814. Con Virgo ed entrambi i rilevatori LIGO, il segnale è stato localizzato in un'area del cielo di circa 60 gradi quadrati, approssimativamente l'area di cielo coperta dalla vostra mano aperta a braccio disteso.

Il secondo evento, GW170817, il 17 agosto 2017 ha cambiato l'astronomia per sempre. GW170817 è stato il rilevamento della spiralizzazione, della frammentazione e della fusione di due stelle di neutroni, con conseguente emissione di onde gravitazionali, raggi gamma ed emissione di materia neutronica incandescente (per una quantità pari ad una piccola percentuale di una massa solare). La prima rivelazione di un sistema binario di stelle di neutroni spiraleggianti, in sé

larger than 20 solar masses, in rough agreement with the best theoretical predictions. The fact that the two elements of this binary were both around 30 solar masses was surprising. Theorists did not foresee that, even in the low-metallicity early universe, such large black holes could be created.

Since the first discovery, five or six additional binary black hole mergers have been observed, with a variety of masses ranging from below 10 solar masses to the 36 solar masses seen with GW150914.

Directionality of the network of observatories

One of the difficulties with gravitational wave detectors is that individually do not localize sources on the sky. Pointing is effectively done only with a network of detectors, using the arrival time of the signal to localize by triangulation. The two LIGO detectors could only limit the sources to broad elongated arcs in the sky, covering thousands of square degrees and million of galaxies. The addition of the European Virgo detector dramatically reduced the localization area, as was demonstrated by two detections that happened shortly after Virgo came online in August 2017.

The first was a binary black hole merger known as GW170814. With Virgo and both LIGO detectors, the signal was localized to an area in the sky of about 60 square degrees, roughly the area that would be covered behind your outstretched fist.

The second event, GW170817, on 17 August 2017 changed astronomy forever. GW170817 was the detection of the inspiral, shredding and merger of two neutron stars with emission of gravitational waves, gamma-rays, and a few percent of a solar mass in ejected, glowing neutronic matter. The first detection of a binary neutron star inspiral, in and of itself would have been a very important discovery. It was much more notable that it coincided with a short gamma ray burst, GRB170817A, detected by the Fermi satellite. LIGO and Virgo localized the event to an

e per sè, sarebbe stata una scoperta molto importante. Fatto ancora più importante, l'evento ha coinciso con una breve esplosione di raggi gamma, GRB170817A, come rilevato dal satellite Fermi. LIGO e Virgo hanno localizzato l'evento in un'area sul cielo di soli 28 gradi quadrati, migliaia di volte più ristretta rispetto all'area indicata dai rilevatori di raggi gamma di Fermi. Nel corso della giornata, poi, l'evento è stato individuato da telescopi terrestri nella galassia NGC 4993, nella costellazione di Hydra. La potenza del segnale ha subito mostrato che si trattava di un evento molto vicino. Più di 70 telescopi in tutto il mondo hanno seguito la scoperta e hanno scansionato le 50 – 60 galassie a noi più vicine racchiuse in quella zona, e a quella distanza approssimativa. In poche ore la galassia ospite fu identificata, mostrando una kilonova apparsa nell'alone galattico. L'esplosione in raggi gamma rilevata da Fermi appena 2 secondi dopo la fusione OG, confermava che la spiralizzazione delle stelle di neutroni causa un'emissione di materia neutronica, che è la fonte più probabile di esplosione in raggi gamma. I radiotelescopi e quelli ottici hanno monitorato il bagliore mentre passava dal blu al rosso scuro prima di affievolirsi, nel modo previsto per la fluorescenza dei Lantanidi. Fu la prima osservazione di produzione galattica di oro e metalli pesanti, che non possono essere forgiati nell'evoluzione stellare delle supernovae. Il segnale dell'onda gravitazionale ha consentito una calibrazione senza precedenti della produzione di diversi elementi chimici in questo processo. Questo evento ha mostrato il potere dell'astronomia multi-messaggera innescata dalla rivelazione dell'onde gravitazionale.

Conclusioni

L'attuale rete di osservatori di onde gravitazionali ha rilevato buchi neri binari e coppie di stelle di neutroni spiraleggianti. Tra gli eventi previsti, mancano solo lo spiraleggiare di una stella di neutroni in un buco nero e, naturalmente, il segnale proveniente dalle stelle di neutroni in rotazione, se queste non sono perfettamente sferiche. Chiaramente saremo entusiasti, a dir poco, di ogni sorpresa che la Natura desideri inviarci. I rilevatori di OG posti sulla terra sono limitati dal rumore newtoniano della terra, a causa del

area on the sky of just 28 square degrees, thousand times narrower than the area indicated by the Fermi gamma ray detectors. Within the day it was pinpointed by ground-based telescopes in the galaxy NGC 4993, in the constellation Hydra. The signal strength determined that it was an event happening very close-by. More than 70 telescopes around the world followed up on the discovery and imaged the 50-60 close-by galaxies enclosed in that area and at that approximate distance. Within hours the host galaxy was identified, showing a kilonova that had appeared on the galactic halo. The Fermi-detected gamma rays burst, which happened just 2 seconds after the GW merger, confirmed that NS inspiral eject neutronic matter and is the most likely source of short gamma ray bursts. The optical and radio telescopes monitored the glow while it turned from blue to deep red before it faded, in the manner predicted for the fluorescence of Lantanides. It was the first observation of the galactic gold factories that produce the heavy metals, which cannot be forged in supernova stellar evolution. The gravitational wave signal enabled an unprecedented calibration of the yield of different chemical elements in the event. This event showed the power of gravitational wave driven multi-messenger astronomy.

Conclusions

The present network of gravitational wave observatories has detected binary black holes and binary neutron star inspirals. Of the predicted events, only inspiral of a neutron star into a black hole are missing, and of course the signal from rotating neutron stars, if neutron stars are not perfectly spherical. Naturally we will be excited, to say the least, by any surprise that Nature might want to send us. Ground based GW detectors are limited by Earth's Newtonian noise to detection of black holes smaller than several hundred,

quale possono vedere solo buchi neri, ovvero con massa inferiore a diverse centinaia, forse poche migliaia, di masse solari, a seconda di quanto il rumore newtoniano possa essere annullato. Questo perché c'è un ovvio limite alla velocità dei buchi neri che spiraleggiano, cioè la velocità della luce; per i buchi neri più grandi, questo vincolo spinge la frequenza della spirale sotto il muro del rumore newtoniano. Il rilevamento di buchi neri di massa intermedi e dei buchi neri supermassicci che si nascondono al centro delle galassie, alimentando i nuclei galattici attivi, dovrà attendere i rivelatori spaziali come LISA [16]. La manciata di eventi di onde gravitazionali rivelati ci ha già fornito un'enorme ricchezza di informazioni. Molte più informazioni verranno fornite con i nuovi e più numerosi rivelatori in preparazione. La previsione delle sorprese è notoriamente difficile. Sebbene desiderosi di ottenere qualche sorpresa dalla natura, riassumiamo e forniamo alcuni esempi di ciò che pensiamo ci stia ancora aspettando.

L'evento più lontano rilevato si è verificato 1,5 miliardi di anni fa, ovvero circa il 10% dell'età dell'Universo. Questo volume di rilevazione copre già circa lo 0,1% dell'universo visibile¹³. A differenza dei telescopi ottici, la cui portata cresce con l'inverso della radice quadrata della loro sensibilità, la portata dei rilevatori di onde gravitazionali cresce con il semplice inverso della sensibilità. Se non fosse per lo spostamento dello spettro verso lunghezze d'onda maggiori (i.e. *redshift*), che sposta la frequenza delle OG da eventi lontani al di sotto del limite di rumore newtoniano, la sensibilità degli osservatori terrestri di terza generazione (che ci si aspetta sia 10 volte migliore rispetto ai rivelatori avanzati), quali l'Einstein Telescope, teoricamente coprirebbe l'intero Universo; una impresa che dovrà aspettare i telescopi spaziali come LISA, sensibili alle frequenze più basse. La crescente sensibilità dei rivelatori a terra consentirà di raccogliere un vasto catalogo di eventi, mappando la densità e la distribuzione, nell'universo locale, di stelle di neutroni e buchi neri, dei resti delle supernove

¹³Sorprendentemente, il raggio dell'universo osservabile è vicino a 50 miliardi di anni luce, molto più grande della sua età stimata (14 miliardi di anni). I numeri qui riportati sono quindi intesi come stime di ordine di grandezza.

maybe a few thousand solar masses, depending on how much Newtonian noise can be cancelled. This is because there is an obvious limit to the speed of the inspiralling black holes, namely the speed of light; for larger black holes, this constraint pushes the inspiral frequency below the Newtonian noise wall. The detection of intermediate mass black holes, and of the supermassive black holes lurking at the center of galaxies, and powering the Active Galactic Nuclei, will have to wait for space-based detectors like LISA [16]. The handful of detected gravitational wave events has already given us an enormous wealth of information. Much more information will come with the improved, and more numerous, detectors in preparation. Prediction of surprises are notoriously difficult. While eager to get some surprise from nature, let's summarize and give some examples of what we think is waiting for us to detect and measure. The farthest event detected happened 1.5 billion years ago, which is about 10% of the age of the Universe. This detection volume is already covering roughly 0.1% of the visible Universe¹². Unlike optical telescopes, whose reach grows with the inverse of the square root of their sensitivity, the reach of gravitational wave detectors grows with the simple inverse of the sensitivity. Were it not for the red shift, which drives the frequency of GWs from far events below the Newtonian noise limit, the expected 10 times improved sensitivity of the third generation ground based observatories, like the Einstein Telescope, would theoretically cover the entire Universe, a feat that will have to wait for the space telescopes like LISA, sensitive to lower frequencies. The growing sensitivity of ground-based detectors will allow to collect a vast catalog of event, mapping the density and distribution, in the local universe, of neutron stars and black holes, the remnants of supernovas and the generation of light metals. Of course the direct production of heavy metals from neutron star inspirals will be mapped as well. Perhaps more importantly, higher sensitivity will allow probing of binary evolution details and, for black hole binaries, the distri-

¹²Amazingly, the radius of the observable Universe is close to 50 billion light years, pretty larger than its estimated age (14 billion years). The numbers here reported are therefore meant as order of magnitude estimates.

e delle sorgenti di metalli leggeri. Naturalmente verrà anche mappata la produzione diretta di metalli pesanti dallo spiraleggiare delle stelle di neutroni. Forse, ancora più importante, una maggiore sensibilità consentirà di esaminare i dettagli dell'evoluzione binaria e, per i buchi neri binari, la distribuzione degli spin dei progenitori e le possibili deviazioni dalla Relatività Generale in campi molto intensi. La deviazione del segnale rilevato da stelle di neutroni binarie, rispetto a quanto calcolato dalla Relatività Generale per sorgenti "puntiformi", ha già iniziato a fornire informazioni sugli effetti di marea nelle stelle di neutroni, sulla loro equazione di stato e infine sulla dinamica della loro frantumazione. La crescente sensibilità dei rivelatori imporrà vincoli più stretti sui modelli teorici delle stelle di neutroni e sul confinamento dei quark.

L'osservazione mediante raggi gamma, luce visibile e neutrini, degli eventi di fusione misurerà la quantità di materia neutronica emessa ed i processi di decadimento che producono i metalli pesanti. La sinergia tra la fisica nucleare ed i settori elettromagnetico, neutrino e gravitazionale dell'astronomia sarà stupenda. L'individuazione di eventi di spiraleggiamento di stelle di neutroni e buchi neri porrà vincoli ancora più stringenti sui modelli nucleari. I buchi neri nella gamma di 2–3 masse solari, generati dal collasso di materia su una stella di neutroni originaria, materia proveniente dalla corona della stella partner progenitrice, sono, dimensionalmente, molto più piccoli delle stelle di neutroni. Questi piccoli buchi neri sono scalpelli molto più affilati in grado di aprire una stella di neutroni alle nostre osservazioni.

La rilevazione di onde gravitazionali da stelle di neutroni rotanti, o forse la loro assenza, imporrà altri vincoli sui modelli di stelle di neutroni. Stelle di neutroni che solo pochi anni fa apparivano come impenetrabili entità teoriche stanno rapidamente diventando oggetto di indagine sperimentale. Non dimentichiamoci della possibile individuazione di OG da una supernova vicina, che potrebbe svelarci informazioni su come la stella di proto-neutroni inghiotta il nucleo di ferro che produce l'evenienza della supernova.

La raccolta delle conoscenze scientifiche ottenuta tramite i rilevatori di onde gravitazionali è vasta e crescente. È difficile immaginare un'avventura più eccitante di quella che stiamo vivendo.

tribution of spin of the progenitors, and possible deviations of GR at very high fields. The deviation of the detected signal of binary neutron star from what calculated by GR for point-like sources has already started giving information on the tidal effects on neutron stars, on the equation of states and eventually of the dynamic of their shredding. The growing sensitivity of detectors will impose tighter constraints on theoretical models of neutron stars and their quark content. Gamma-ray, optical and neutrino observation of merger events will measure the quantity of neutronic matter ejected, and their decay path towards heavy metals. The synergy between nuclear physics and the electromagnetic, neutrino and gravitational branches of astronomy will be stupendous. Detection of black hole-neutron star inspiral events will pose even tighter constraints on nuclear models. Black holes in the range of 2-3 solar masses, generated by matter infall on a first neutron star from the corona of the progenitor of its partner, are much smaller than the neutron stars. These small black holes are much sharper scalpels opening up a neutron star for our observations. The detection of gravitational waves from rotating neutron stars, or perhaps their absence, will impose other constraints on the neutron star models. Neutron stars that only a few years ago appeared as impenetrable theoretical models are rapidly becoming object of experimental investigation. Let's not forget the possible detection of GWs from a nearby supernova, which could inform us on how the proto-neutron star gobbles up the stars iron core and generate the shock wave that ejects what are known as supernovae.

The harvest of scientific knowledge from gravitational wave detectors is vast and growing vaster. It is hard to imagine a more exciting adventure than the one we are living, perhaps comparable to the discovery of galaxies and expansion of the universe last century, or the birth of modern astronomy that came with Galileo's introduction of the telescope three centuries earlier.

do, forse paragonabile alla scoperta delle galassie e all'espansione dell'universo del secolo scorso, o alla nascita dell'astronomia moderna che venne con l'introduzione di Galileo del telescopio tre secoli prima.



- [1] A. Einstein: "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie (The Foundation of the General Theory of Relativity)", *Annalen der Physik* **49** (1916) .
- [2] J. A. Wheeler, K. Ford: *Geons, black holes and quantum foam*. W. W. Norton & company, New York (1971). p. 235.
- [3] P.R. Saulson: *Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore (1994).
- [4] R. A. Hulse and J.H. Taylor: "Discovery of a pulsar in a binary system", *Ap. J. Lett.* **195** (1975) L51.
- [5] Cristian Ott: private communication.
- [6] D. Kennefick: *Traveling at the Speed of Thought: Einstein and the Quest for Gravitational Waves*. Princeton University Press, Princeton USA (2016).
- [7] D. Kennefick: "Einstein Versus the Physical Review", *Phys. Today* **58** (2005) 43.
- [8] A. Einstein and N. Rosen: "On gravitational waves", *J. Frank. Inst.* **223** (1937) .
- [9] H. Bondi: "Plane gravitational waves in the general relativity", *Nature* **179** (1957) 1072.
- [10] P. G. Bergmann: *The Riddle of Gravitation*. John Murray, London (1968).
- [11] R. Weiss: "Electromagnetically coupled gravitational antenna", *Quarterly Progress Report, MIT* (1972) .
- [12] H. B. Callen and T. A. Welton: "Irreversibility and Generalized Noise", *Phys. Rev.* **83** (1951) 34.
- [13] VIRGO *Evaluation Report*, March 31st, 1990.
- [14] <http://public.virgo-gw.eu/language/it/>
- [15] C. Caves *Phys. Rev. D* **23** 198
- [16] <https://www.elisascience.org/>



Matteo Lorenzini: è visiting scientist presso il Gran Sasso Science Institute. Fa parte della collaborazione Virgo dal 2005. Si è occupato dello studio dei materiali e del rumore termico negli interferometri di prima generazione, prima presso l'Università di Firenze e l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, poi negli USA. Dal 2012 lavora al GSSI in collaborazione con l'Università di Roma Tor Vergata al completamento di Advanced Virgo. In quest'ambito si è dedicato specificamente allo sviluppo di sistemi ottici di compensazione adattativa e allo studio di soluzioni dei problemi legati al rumore termico nei rivestimenti usati negli specchi e nelle lenti.

Matteo Lorenzini: Matteo Lorenzini is a visiting scientist at the Gran Sasso Science Institute (GSSI). He has been a member of the Virgo collaboration since 2005. He has concentrated his activity on a study of the materials used and on the thermal noise in the first-generation interferometers, initially at Florence University and the National Institute of Nuclear Physics (INFN) and later on in the USA. He works at GSSI since 2012, in a collaboration with the University of Roma Tor Vergata aimed at the completion of Advanced Virgo. Within this activity he is in particular working on the development of optical systems of adaptive compensation and towards a solution of the problems arising from thermal noise in the coatings used in mirrors and lenses.

Shane Larson: è Professore alla Northwestern University a Direttore associato al CIERA, Center for Interdisciplinary Exploration & Research in Astrophysics. È anche membro dell'American Physical Society. Ha conseguito il suo dottorato in fisica nel 1999 presso L'Università statale del Montana. I suo

principali interessi di ricerca sono rivolti principalmente all'astrofisica con le onde gravitazionali, ma si interessa anche di vari aspetti della cosmologia, l'evoluzione di stelle binarie, dinamica gravitazionale nei sistemi esoplanetari, e il clima terrestre. Si è interessato attivamente alle informazioni sulla struttura della galassia nascosta con il confuso background generato dalle onde gravitazionali di bassa frequenza, all'influenza sull'emissione di onde gravitazionali da magnetars dell'auto gravitazione, allo sviluppo di tecniche di analisi per l'identificazione di onde gravitazionali emesse da eccentrici sistemi binari compatti.

Shane Larson: is a Research Associate Professor at Northwestern University and Associate Director, CIERA, Center for Interdisciplinary Exploration & Research in Astrophysics. He is also a Fellow of the American Physical Society. He obtained his Ph.D. in Physics in 1999 from Montana State University. His research interests are primarily concerned with gravitational wave astrophysics and data analysis, but he is also interested in various aspects of cosmology, binary star evolution, gravitational dynamics in exoplanetary systems, and Earth's climate. He has been actively interested on the information about the structure of the galaxy that is embedded in the confusion background of low frequency G-waves, on the self-gravity influence on gravitational wave emission from isolated magnetars, on the development of gravitational wave analysis techniques for detecting eccentric binary systems in compact (gravitational wave emitting) binary systems.

Riccardo De Salvo: si è laureato presso l'Università di Pisa nel 1979 presentando una tesi riguardante un esperimento di spettroscopia con risoluzione temporale. Successivamente si è spostato al CERN dove ha sviluppato un metodo di calibrazione di camere e drift e ha collaborato in esperimenti per la misura della vita media del mesone π^0 e della sezione d'urto elastica di protoni su nuclei. Si è quindi spostato all'Università Cornell, dove ha costruito il tracciante centrale di CLEO per le misure di sezione d'urto elastica protone-nucleo a Fermilab. È ritornato al CERN dove ha contribuito notevolmente al progetto LAA, in particolare allo sviluppo del Hybrid Photo Diode Detector. Nel 1995 ha cominciato ad interessarsi alla ricerca per i rivelatori di onde gravitazionali, prima nel gruppo di Pisa di Virgo, e poi a Caltech dove ha dato importanti contributi alla costruzione del rivelatore LIGO, e ha inventato i rivestimenti dielettrici ottimizzati per gli specchi di LIGO. Dal 2014 a oggi ha lavorato presso l'Università statale della California e quella del Sannio sviluppando meta-materiali nano-stratificati per abbassare il rumore termico dei rivestimenti dielettrici degli specchi e ha progettato sensori per la realtà virtuale. Nel giugno 2018 ha iniziato Riclab per l'applicazione della tecnologia nell'industria, che considera anche il progetto di sensori ed attuatori per coscienza artificiale e realtà virtuale.

Riccardo De Salvo: Riccardo De Salvo obtained his University Degree from the University of Pisa in 1979, working on an experiment on time resolved spectroscopy. He has worked later on at CERN, where he developed drift chamber laser calibrations, measured the lifetime of the neutral pi meson and the proton nuclear elastic cross section. He has later moved to Cornell, where he has built the CLEO central tracker and contributed to the measurement of the proton nuclear elastic cross section. He has later come back to CERN, where he has given a significant contribution to the LAA project, in particular on the development of the Hybrid Photo Diode Detector. He has been involved in research on Gravitational Wave Detectors since 1995, first within the Pisa Virgo group and later on at Caltech, where he has given important contributions to the construction of the LIGO detector, and invented the optimized dielectric coatings for the LIGO mirrors. Between 2014 and 2018 he has worked at the California State University and University of Sannio, developing nano-layered meta-materials for lower thermal noise dielectric mirrors coatings and designing sensors for computer awareness and VR. In June 2018 he started Riclab aimed at the design of sensors and actuators for computer awareness and VR.

Il telescopio Einstein: l'osservatorio di onde gravitazionali di 3^a generazione. Einstein Telescope: the 3rd generation gravitational wave observatory

In memoria di Adalberto Giazotto, il padre italiano di Virgo

Michele Punturo *Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Perugia*

Le grandiose scoperte ottenute dai rivelatori LIGO e Virgo nel 2015 e nel 2017 hanno confermato le previsioni della Relatività Generale di Einstein circa l'esisten-

The monumental discoveries obtained by the LIGO and Virgo detectors in 2015 and 2017 confirmed Einstein's General Relativity prediction about the existence and

za e la propagazione delle onde gravitazionali (GW) e hanno aperto una nuova era dell'astrofisica e dell'astronomia multi messenger. Come la prima osservazione del 1610 delle lune di Giove aprì la strada dell'astronomia osservativa, che con l'aumentata domanda di telescopi più potenti e più grandi che continua ancora oggi, così le scoperte di LIGO e Virgo hanno creato la necessità di una nuova rete di rivelatori più grandi e più sensibili: la 3^a generazione di osservatori di GW. Il telescopio Einstein [1], comunemente noto come ET, è il progetto che aprirà la strada al concetto di osservatori di GW di 3^a generazione (3G) definendo le tecnologie, il progetto e gli obiettivi scientifici che permettono di esplorare l'intero Universo attraverso la nuova sonda gravitazionale.

Introduzione

Nel periodo dei tre anni 2015–2017 siamo stati testimoni di una vera rivoluzione scientifica segnata da tre grandiose scoperte:

- **GW150914:** è stata la prima osservazione [3], avvenuta nei rivelatori LIGO, delle GW previste dalla Relatività Generale di Einstein. È anche la prima conferma diretta dell'esistenza di buchi neri, della loro possibilità di formare un sistema binario e quella di fondersi in tempi brevi rispetto alla vita dell'Universo. GW150914 segna l'inizio della fisica sperimentale della gravitazione in condizioni di intensità di campo medi e forti.
- **GW170814:** è stata la prima osservazione identificata dai tre rivelatori, i due rivelatori LIGO oltre a Virgo, delle GW emesse dalla fusione di due buchi neri [4]. Grazie alla presenza di tre rivelatori nella rete globale, è stato possibile localizzare la sorgente; per questa ragione GW170814 segna l'inizio dell'astronomia delle GW. In aggiunta, la presenza dei tre rivelatori permette di distinguere le due polarizzazioni delle GW, escludendo delle teorie alternative alla Relatività Generale.

propagation of gravitational waves (GWs) and opened the new era of gravitational wave astrophysics and of the multi-messenger astronomy. Like the first observation in 1610 of the Galilean moons of Jupiter opened the modern era of observational astronomy, with the increasing quest of more powerful and larger telescopes still continuing today, the LIGO and Virgo discoveries pushed the need for a new network of larger and more sensible detectors: the 3rd generation (3G) of gravitational wave observatories. The Einstein Telescope [1], colloquially called "ET", is the project that will pioneer the concept of a 3G GW observatory defining the technologies, the design and the science reaches that will allow to explore the whole Universe through the new gravitational messenger.

Introduction

In the three-year period 2015–2017, we witnessed a true scientific revolution, marked by three monumental discoveries:

- **GW150914:** it has been the first detection [3], occurred in the LIGO detectors, of the GWs as predicted by the Einstein's theory of General Relativity (GR). It is also the first direct confirmation of the existence of Black Holes, of their possibility to form a binary system and to coalesce within the lifetime of the Universe. GW150914 marks the beginning of the experimental physics of gravity under medium and strong field conditions.
- **GW170814:** it has been the first observation, by three detectors – the two LIGO detectors and the Virgo detector, of the GWs emitted by the coalescence of two BHs [4]. Thanks to the presence of three detectors in the global network, it has been possible to localise the source; for this reason, GW170814 marks the beginning of the GW astronomy. In addition, the presence of three detectors allows to disentangle the two GW polarisations, disfavours some gravity theories alternative to the GR.

- **GW170817**: è stata la prima osservazione, da parte dei tre rivelatori, delle GW emesse per fusione di un sistema binario di stelle di neutroni [5]. È probabilmente il risultato più rivoluzionario dell'astronomia negli ultimi decenni; grazie all'osservazione dell'emissione elettromagnetica in molte lunghezze d'onda da parte di una Kilonova e di emissione di GW. GW170817 segna l'inizio dell'astronomia multi-messenger [6] stimolata dalle GW.

Sebbene queste scoperte costituiscano eccezionali conquiste, sono solo l'inizio di un nuovo modo di studiare l'Universo, correntemente con i rivelatori innovativi e nel futuro con una nuova generazione di osservatori. Possiamo fare un confronto con la prima osservazione da parte di Galileo delle lune di Giove; quella fu una scoperta e conquista rivoluzionaria, ma soprattutto l'inaugurazione dell'era della moderna astronomia, le cui nuove scoperte sono state ottenute costruendo rivelatori più grandi, migliori ed innovativi.

Questa prospettiva è ben nota alla comunità degli scienziati di GW e un piano d'azione per i prossimi decenni è stato progettato. Nei prossimi anni il nodo LIGO-Virgo sarà integrato con il rivelatore giapponese KAGRA, lungo 3 km, sotterraneo, criogenico ed innovativo che dovrebbe diventare operativo nel 2019–2020 e dalla realizzazione di un clone di LIGO in India, atteso per il 2025. I rivelatori Advanced LIGO e Advanced Virgo evolveranno nei prossimi dieci anni, per sfruttare completamente il loro potenziale scientifico. Ma la loro evoluzione non può continuare indefinitamente all'interno delle attuali infrastrutture; infatti queste sono state progettate negli anni '80 del secolo scorso e realizzate all'inizio di questo secolo. Presto limiteranno l'evoluzione dei rivelatori in modi differenti: lunghezza, capacità di ospitare grandi attrezzature come cavità criogeniche o di filtraggio, limiti imposti dalle dimensioni del fascio, rumori sismici, ambientali e Newtoniani.

Per avere un miglioramento di un fattore dieci rispetto alla sensibilità nominale dei moderni rivelatori corrispondente, nel gergo della comunità delle GW, al salto di una generazione nella classificazione dei rivelatori, sono richieste nuo-

- **GW170817**: it has been the first observation, by three detectors, of the GWs emitted by the coalescence of a Binary system of Neutron Stars (BNS) [5]. It is probably the most revolutionary achievement in Astronomy in the last decades: thanks to the simultaneous observation of the multi-wavelength electromagnetic emission of the Kilonova explosion and of the GW emission. GW170817 marks the beginning of the multi-messenger astronomy [6] triggered by GWs.

Although these discoveries are awesome achievements, they mainly mark the beginning of a new way to investigate the Universe, currently with the advanced detectors and in future with a new generation of observatories. We could make a comparison with the first observation by Galileo of the Jupiter moons; that was a revolutionary discovery and achievement, but mainly the inauguration of the era of modern Astronomy, whose new discoveries have been achieved building larger, better and innovative telescopes and detectors.

This perspective is well clear to the community of GW scientists and a roadmap for the next decades has been realised. In the coming years the LIGO–Virgo network will be integrated by the Japanese detector KAGRA, a 3 km long, underground and cryogenic innovative detector, that should start operating in 2019–2020 and by the realisation of a clone of the LIGO detectors in India, expected in 2025. The Advanced LIGO and Advanced Virgo detectors will according evolve in the next decade, in order to fully exploit their scientific potential. But this evolution cannot continue indefinitely within the current infrastructures; in fact the infrastructures have been studied in the '80s and completed around the beginning of this century. They will soon limit the evolution of the detectors in several ways: length, capability to host large plants like cryogenics or long filtering cavities, limitations imposed to the beam size, seismic, Newtonian and environmental noises.

In order to have an improvement by a factor of ten with respect to the nominal sensitivity of the advanced detectors, corresponding, in the GW community jargon, to a jump of one generation in the detectors classification, new infrastructures

ve infrastrutture ed il Telescopio Einstein sarà il primo della 3^a generazione di osservatori di GW (si veda Fig.1 per una rappresentazione artistica dell'osservatorio ET). Quindi, altri osservatori seguiranno; infatti, al momento negli Stati Uniti l'idea di una nuova 3^a generazione di rivelatori sta crescendo ed il progetto del Cosmic Explorer, questo è il nome della macchina, è stato approvato dalla National Science Foundation.

are requested and the Einstein Telescope will be the first of these 3rd generation GW observatories (see Fig.1 for an artistic representation of the ET observatory). Then, other observatories will follow; in fact, currently in US the idea of new 3rd generation detector is growing and the conceptual design of Cosmic Explorer (CE), this is the name of such machine, has been approved by the National Science Foundation.

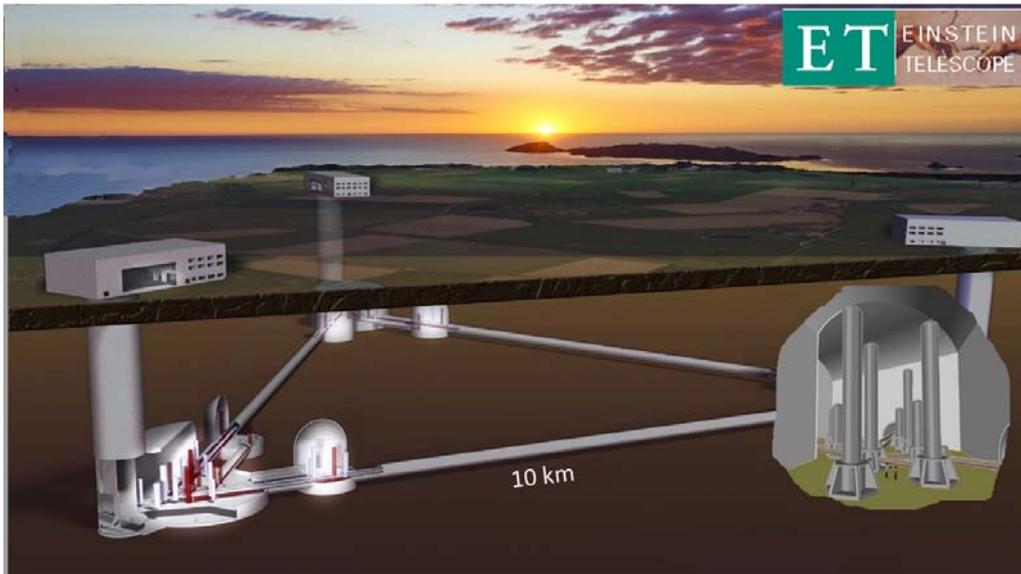


Figure 1: *Rappresentazione artistica dell'infrastruttura ET: ogni lato del triangolo sotterraneo sarà lungo circa 10 km e le sale agli angoli ospiteranno i sistemi principali delle ottiche e delle sospensioni.*
Pictorial representation of the ET infrastructure: each side of the underground triangle will be about 10 km long and the corner halls will host the main optics and suspensions systems.

Potenziale scientifico

Le domande scientifiche di ET, e in generale della 3^a generazione di osservatori di GW si sviluppano su diversi fronti.

- Domande fondamentali sulla gravità:
 - verifiche della Relatività Generale e confronto dei risultati con le previsioni di eventuali teorie alternative.
- Cosmologia e cosmografia con le GW:
 - verifiche del modello cosmologico attraverso rivelazioni simultanee di GW ed emissioni elettromagnetiche.
- Cosa possono dire le GW sulla materia oscura?

Science Potential

The science questions in ET and in general in the 3rd generation of GW observatories cover several aspects:

- Fundamental questions in Gravity:
 - tests of General Relativity and comparison of the results with the predictions given by eventual alternative theories of Gravity
- Cosmology and Cosmography with GWs:
 - testing the cosmological model through the simultaneous detection of GWs and electromagnetic emissions
- What can GW say about Dark Matter?

- popolazione di buchi neri
 - assioni e bosoni ultraleggeri
 - Equazioni di stato delle stelle di neutroni:
 - come possono le GW porre dei vincoli alle equazioni di stato delle stelle di neutroni?
 - quali sono le implicazioni in termini di fisica nucleare?
 - Qual è il meccanismo di esplosione delle Supernovae?
 - Qual è la storia dei buchi neri supermassivi che troviamo al centro della galassia?
 - Qual è il ruolo del sottofondo stocastico delle GW nel verificare l'evoluzione del Big Bang?
- Black Holes population
 - Axions and ultralight bosons
 - Equation of State (EOS) of Neutron Stars (NS)
 - How can GW further constrain the EOS of NS?
 - What are the implications in terms of nuclear physics?
 - What is the explosion mechanism in Supernovae (SNe)?
 - What is the history of SuperMassive black holes we find at the centre of the galaxies?
 - What is the role of the GW Stochastic Background in probing the big bang evolution?

Questi aspetti sono oggi oggetto di studio da parte di grandi gruppi di fisici ed astronomi ed un aggiornato caso scientifico per la 3^a generazione sarà presto disponibile. Metteremo in evidenza nel seguito alcune considerazioni.

La parte oscura dell'Universo ed il suo modello cosmologico

Uno dei problemi principali nell'attuale comprensione dell'Universo è il modello cosmologico: osservando la dinamica delle galassie e cercando di modellarlo usando la nostra migliore teoria della gravitazione, la teoria della Relatività Generale, non siamo capaci di riprodurre alcune osservazioni sperimentali. Per esempio, la curva di rotazione che descrive le velocità della materia visibile (gas, stelle, ...) in funzione della distanza dal centro della galassia può essere riprodotta dalle previsioni della Relatività Generale solo se consideriamo una ulteriore distribuzione di materia gravitante che non emette radiazione elettromagnetica, nell'alone della galassia: la materia oscura. L'esistenza della materia oscura fredda è adesso prevista nel modello cosmologico attuale dell'Universo: il modello λ -CDM. Nella Fig. 2 le curve di rotazione misurate in una serie di galassie sono confrontate con l'atteso andamento kepleriano $1/\sqrt{r}$, mettendo in evidenza la discrepanza menzionata.

These aspects are currently under investigation by large teams of physicists and astronomers and an updated 3G science case will soon be available. Hereafter few considerations will be highlighted.

Dark side of the Universe and its cosmological model

One of the main puzzles in the current understanding of the Universe is its effective cosmological model: observing the dynamics of the galaxies and trying to model it using our best theory of gravitation – the Einstein's General Relativity (GR) – we aren't able to reproduce some of the experimental observations. For example, the rotation curve that describes the orbital speed of visible matter (gas, stars, ...) versus the distance from the centre of the galaxy can be matched with the GR predictions only if we consider a distribution of gravitating, but non electromagnetically emitting matter in the halo of the galaxy: the Dark Matter (DM). The existence of the cold Dark Matter (CDM) is now foreseen in the current cosmological model of the Universe: the λ -CDM model. In Fig.2 the measured rotation curve in a series of galaxies are compared with the expected Keplerian $1/\sqrt{r}$ trend highlighting the mentioned discrepancy.

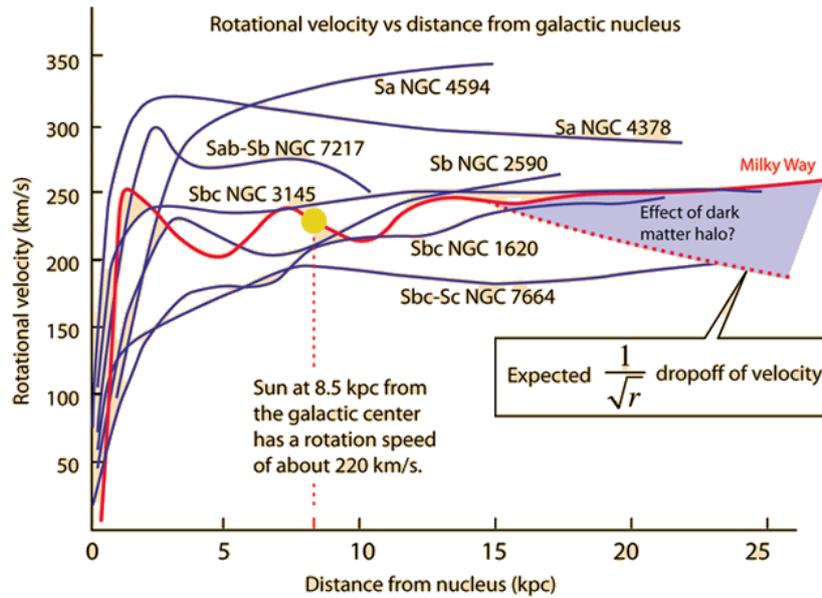


Figure 2: Velocità di rotazione misurate per una serie di galassie confrontate con il previsto andamento kepleriano $1/\sqrt{r}$. Measured rotational velocity in a series of galaxies compared with the $1/\sqrt{r}$ dropoff expected by the Keplerian prediction. (Data from Rubin, Ford, and Thonnard, *Ap. J. Lett.*, 225, L107, 1978, Image from <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/velcurv.html>)

La ricerca di GW e l'ampio intervallo di rivelazione di ET può contribuire a risolvere il puzzle della materia oscura. Un modo semplice per chiarire l'introduzione della materia oscura può essere ottenuto partendo dall'equazione di Einstein di campo

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

L'equazione (1) descrive la relazione tra la curvatura dello spazio-tempo $G_{\mu\nu}$ e la massa (ed energia) $T_{\mu\nu}$ del corpo che genera quella curvatura. Allo stesso tempo il moto del corpo (stella, buco nero, galassia, ...) di energia-massa $T_{\mu\nu}$ è definito dalla curvatura $G_{\mu\nu}$. La discrepanza tra le curve di rotazione previste e misurate può essere risolta introducendo un termine addizionale la parte destra dell'Eq. (1):

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} (T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{DM}) \quad (2)$$

Il termine $T_{\mu\nu}^{DM}$ rappresenta il contributo di materia oscura alle equazioni di campo di Einstein e permette di descrivere gli effetti misurati senza modificare la Relatività Generale. Ci sono varie ipotesi sulla natura della materia oscura ed ET può investigare alcune di queste, per esempio buchi neri primordiali, generati dopo il Big Bang,

Gravitational wave research and the extreme detection range of ET can contribute to resolve the Dark Matter puzzle. A simplified way to visualise the introduction of DM can be obtained starting from the Einstein's field equation:

Equation 1 describes the relationship between the space-time curvature $G_{\mu\nu}$ and the mass (and energy) $T_{\mu\nu}$ of the body that is generating that curvature. At the same time the motion of the body (star, Black Hole, galaxy, ...) of mass-energy $T_{\mu\nu}$ is dictated by the curvature $G_{\mu\nu}$. The discrepancy between expected and measured rotation curves can be resolved by introducing an additional term on the right-side of Eq.(1):

The term $T_{\mu\nu}^{DM}$ represents the DM contribution to the Einstein's field equation and allows to describe the measured effects without modifying GR. Several hypothesis exist on the DM nature and ET can investigate some of them, for example primordial black holes, generated after the initial Big Bang, or ultra-light bosons (ax-

o bosoni ultraleggeri (assioni), particelle previste per risolvere alcuni problemi della Cromodinamica Quantistica (QCD). Un'altra maniera per curare la discrepanza nelle curve di rotazione è la modifica della parte sinistra dell'equazione (1) aggiungendo una curvatura aggiuntiva:

$$G_{\mu\nu} + G'_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (3)$$

che corrisponde ad affermare la necessità di una teoria della gravità modificata. L'introduzione di teorie della gravità modificata è anche un modo alternativo per cercare di spiegare altri problemi nel modello cosmologico corrente dell'Universo: l'espansione accelerata dell'Universo, comunemente spiegata attraverso l'introduzione dell'energia oscura, o la tensione sui valori della costante di Hubble H_0 (che misura il tasso medio di espansione dell'Universo) misurati con la radiazione cosmica di fondo e con i segnali di supernova.

ET sarà uno strumento spinto per verificare, confrontare ed escludere teorie alternative alla Relatività Generale. Infatti, mentre in queste teorie la velocità di propagazione delle GW è uguale a quella della luce $v_{GW} = c$, teorie gravitazionali alternative prevedono $v_{GW} < c$ (nel gergo della meccanica quantistica, queste teorie prevedono che il gravitone sia un bosone massivo) o prevedono che le GW abbiano fino a 6 diverse polarizzazioni al posto di due $+$ \times polarizzazioni tensoriali.

ET, grazie al suo enorme intervallo di rivelazione, il grande tasso di eventi atteso ed il notevole rapporto segnale rumore di una rilevante frazione di eventi, può fornire misure di alta precisione della velocità delle GW e confrontarle con quella della luce emessa nello stesso evento e misurata con telescopi elettromagnetici (la cosiddetta astronomia multi-messenger). Inoltre, grazie alla sua forma triangolare, e alla configurazione di multi-rivelatore, ET può separare le diverse polarizzazioni.

La storia dei buchi neri

Nella Fig. 3, la distanza di rivelazione degli osservatori della 3^a generazione di GW è confrontata con l'intervallo di rivelazione di Advanced LIGO nell'attuale configurazione (come indicato dalla sensibilità nominale) e, in caso sia aggiornata,

particles predicted to solve some problems in the Quantum Chromodynamics (QCD) theory. Another conceptual way to cure the rotation velocity discrepancy is the modification of the left side of Eq.(1), adding an extra-curvature:

corresponding to state the need of a modified theory of gravity. The introduction of modified theories of gravity is also an alternative way to try to explain other issues in the current cosmological model of the Universe: the accelerated expansion of the Universe, commonly explained through the introduction of the Dark Energy (DE), or the tension on the Hubble constant H_0 (that measures the mean expansion rate of the Universe) values measured through the Cosmic Microwave Background (CMB) and through Supernovae signals.

ET will be an extreme tool to verify, compare and exclude alternative theories of gravity versus GR. In fact, whereas in GR the propagation speed of GW is equal to the speed of light ($v_{GW} = c$), alternative theories of gravity could state $v_{GW} < c$ (in a quantum mechanics jargon, these theories are predicting that the graviton is a massive boson) or are predicting that GWs have up to 6 different polarisations instead of the two $+$ and \times tensorial polarisations in GR.

ET, thanks to its huge detection range, the large expected event rate and the impressive signal-to-noise ratio (SNR) of a relevant fraction of events, can provide high precision measurements of the speed of GWs and compare it to the speed of the light emitted in the same event and observed in collaboration with electro-magnetic telescopes (the so-called multi-messenger astronomy). Furthermore, thanks to its triangular shape and multi-detector configuration, ET can disentangle different polarisations.

The history of the Black Holes

In Figure 3, the detection distance of 3rd generation GW observatories is compared to the detection range of Advanced LIGO in the current configuration (at its nominal sensitivity) and in case it is updated in the Voyager configuration,

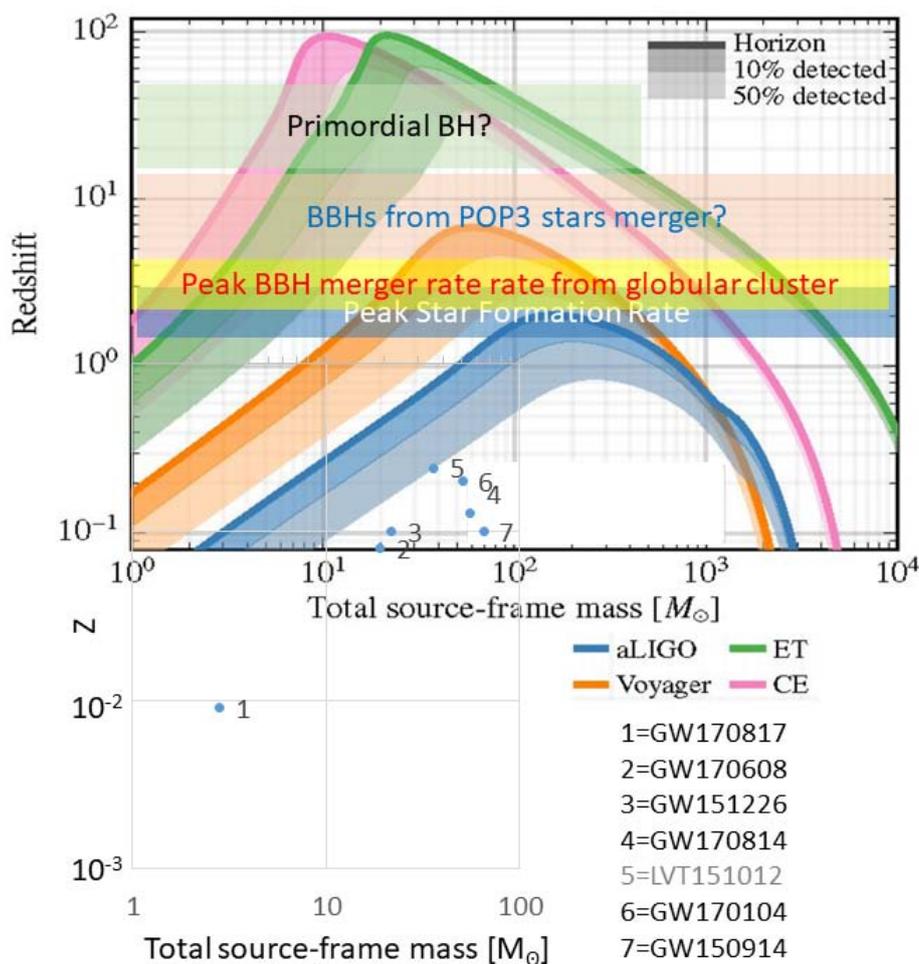


Figure 3: Distanze massime di rivelazione per la fusione di due corpi compatti (essenzialmente buchi neri binari) a $SNR > 8$. In questa figura gli intervalli di rivelazione di ET e CE sono confrontati con quelli di Advanced LIGO alla sensibilità nominale nella configurazione Voyager. In sovrapposizione è indicato lo spostamento verso il rosso a cui ci si aspetta di trovare importanti sorgenti di segnali. Per confronto con l'attuale capacità di rivelazione, sono mostrati gli eventi identificati durante le prese dati scientifiche di O1 e O2 dai rivelatori LIGO e Virgo. Vale la pena notare che, per includere nella stessa figura la rivelazione BNS GW170817 l'asse verticale è stata prolungata verso uno spostamento verso il rosso molto basso.

Detection range for coalescence of equal mass compact bodies (essentially binary black holes) at $SNR > 8$. In this figure the detection range of ET and CE are compared to the potential of Advanced LIGO at the nominal sensitivity and in the Voyager configuration (Credit Evan Hall, John Miller, Stefan Hild - DAWN IV workshop). Overimpressed is indicated the redshift at which is expected to find relevant sources of signals. For a comparison with the current detection capability, the events detected during the O1 and O2 scientific data taking by the LIGO and Virgo detectors are shown. It is worth to notice that, in order to include in the same figure the BNS detection GW170817 the vertical axis must be extended to very low redshift.

nella configurazione Voyager, installando grandi specchi di silicio ed operando a 123 K. Nella Fig. 3 è anche indicata la distanza di recessione, ovvero la distanza misurata attraverso il *red-shift*, alla quale sono attese importanti sorgenti di segnali di GW.

La 3^a generazione di osservatori di GW avrà la capacità di rivelare la fusione di buchi neri binari con grande spostamento verso il rosso, coprendo,

installando large Silicon mirrors and operating at 123 K. In Figure 3, is also indicated the redshift at which relevant sources of GW signals are expected.

The 3rd generation GW observatories will have the capability to detect a coalescence of massive BH–BH binary at high red shift, covering, essen-

essenzialmente, tutto l'Universo. Questo permetterà, ad esempio, di ricostruire la storia completa della popolazione di buchi neri, ed in particolare di comprendere come si formino i buchi neri supermassivi che sono al centro di molte galassie. Infatti, guardare lontano nell'Universo equivale a guardare sempre più all'indietro nel tempo; avere la possibilità di studiare la popolazione dei buchi neri a diverse distanze è equivalente allo studio dell'evoluzione di questa popolazione nel tempo.

Per comprendere i miglioramenti che ci si aspetta rispetto ai rivelatori attuali, nella Fig. 3 sono sovrapposte le distanze e le masse totali degli eventi rivelati durante l'esecuzione degli esperimenti O1 e O2 di LIGO e Virgo.

tially, the whole Universe. This will allow, for example, to reconstruct the whole history of the BH population and in particular to understand how the supermassive BH, that are at the centre of many galaxies, formed. In fact, looking farther in the Universe corresponds to looking back in time; having the possibility to study the population of BHs at a different distances is equivalent to study the evolution on time of that population.

In order to understand the progress expected with respect to the current detectors, in Figure 3 are also over-impressed the distances and total masses of the events detected during the science run O1 and O2 by LIGO and Virgo.

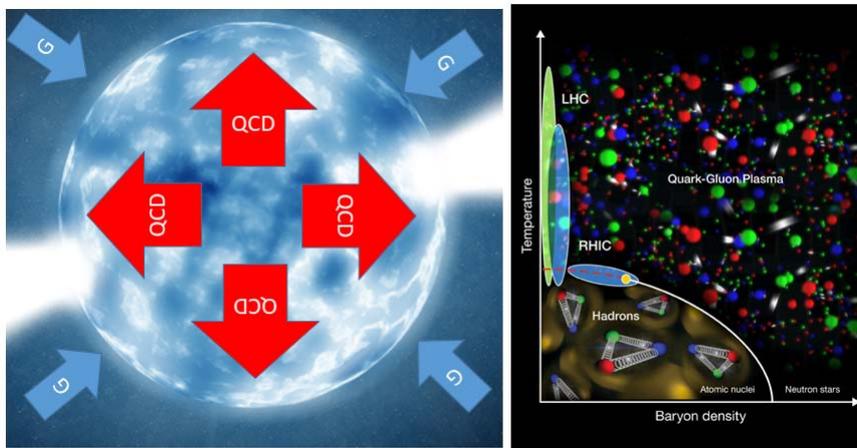


Figure 4: Pannello a destra: una stella di neutroni può essere vista come un sistema in equilibrio tra la forza gravitazionale, che cerca di fare collassare ulteriormente la stella, e la repulsione nucleare tra i neutroni dovuta alla loro interazione. Pannello a sinistra: lo studio dell'equazione di stato della stella di neutroni è utile per conoscere il comportamento della materia in condizioni di densità e temperatura non ottenibili in laboratorio. *Right panel: a neutron star can be seen as a system in equilibrium between the gravitational force, that tends to further collapse the star, and the nuclear repulsion between the neutrons due to nuclear interactions. Left panel: investigating the EOS of the NS it is possible to study the behaviour of matter in density-temperature conditions not achievable in laboratory.*

Fisica nucleare nelle stelle di neutroni

Un altro obiettivo scientifico per ET è la comprensione dello stato della materia di una stella di neutroni, la cosiddetta equazione di stato. Una stella di neutroni, che è ciò che rimane dopo l'implosione di una stella massiva, può essere descritta come un sistema in equilibrio tra la forza gravitazionale, che cerca di fare collassare ulteriormente la stella, e la repulsione nucleare tra i neutroni dovuta alla loro interazione. La comprensione

Nuclear Physics in Neutron Stars

Another science target for ET is the understanding of the state of matter in the core of a neutron star (NS), the so called equation of state (EOS). A NS, a remnant of the implosion of a massive star, can be described as a system in equilibrium between the gravitational force, that tends to further collapse the star, and the nuclear repulsion between the neutrons due to nuclear interactions. The understanding of the NS EOS

dell'equazione di stato di una stella di neutroni è uno strumento formidabile per studiare la materia nucleare a densità maggiori di quella di saturazione, in una regione del diagramma di fase della materia non accessibile in laboratorio (vedi il pannello a destra della Fig.4).

Secondo gli attuali modelli, una stella di neutroni è composta da vari strati dove lo stato della materia varia dalla crosta, composta da un reticolo di nuclei ricchi di neutroni, al nocciolo, composto da un superfluido di neutroni liberi (vedi la Fig. 5). Lo stato della materia nella parte più interna è molto discusso. Al momento una pletera di equazioni di stato vengono proposte per modellare la struttura della stella di neutroni; i moderni rivelatori cominciano a verificare la validità di alcune equazioni di stato analizzando le GW emesse durante le fasi di coalescenza, fusione e spiralizzazione di un sistema binario di stelle di neutroni. Negli ultimi istanti della fase di coalescenza (Fig. 6), le deformazioni di marea dovute agli intensi campi gravitazionali influenzano leggermente le proprietà del segnale di GW emesso, a seconda della rigidità delle stelle, definito dall'equazione di stato. Questo effetto è accessibile in rivelatori evoluti, ma per accedere alle fasi di fusione e spiralizzazione, dove il segnale dell'equazione di stato è anche più evidente, è necessaria la sensibilità di ET come mostrato nella figura 6).

Il progetto del telescopio Einstein

L'idea di una terza generazione di rivelatori di GW nasce nel 2004-2007 con un progetto di integrazione di infrastrutture di ricerca chiamato ILIAS e finanziato dalla Commissione Europea nell'ambito del sesto programma quadro (FP6). La transizione da una generazione di rivelatori di GW alla successiva è stata definita come un miglioramento della sensibilità di un ordine di grandezza in circa tutto l'intervallo di frequenze del rivelatore. Per questa ragione, per definire ET come 3^a generazione di rivelatori di GW, il primo requisito è quello di superare di un fattore 10 le prestazioni di Advanced LIGO e Virgo (in termini di rumore e quindi di intervallo di rivelazione) nell'intervallo di frequenze tra 10 e 10⁴ Hz. Il progetto di ET è stato realizzato da una collaborazione internazionale con un finanziamento europeo

is then a formidable tool to study matter above the nuclear saturation density, in a region of the phase diagram of matter not accessible in the laboratory (see right panel in Fig.4).

According to the current models, a NS is composed by shells where the status of the matter varies from the crust, composed by a lattice of neutron rich nuclei, to the core composed by a superfluid of free neutrons (see Fig.5). The exact status of the matter in the inner core is strongly debated. Currently a plethora of EOS are proposed to model the structure of the NS; advanced detectors are beginning to verify the solidity of some of these EOS analysing the GWs emitted during the coalescence, merging and ringdown phases of a binary neutron star (BNS) system. In the last instants of the coalescence phase (Fig.6) the tidal deformations due to the intense gravitational fields slightly affect the properties of the GW signal emitted depending on the rigidity of the stars, dictated by the EOS. This effect is accessible to the advanced detectors, but to access the merger and ringdown phases, where the EOS signature is even more evident, the sensitivity of the Einstein Telescope is needed, as shown in Fig.6.

The Einstein Telescope project

The idea of a third generation GW detector was born in 2004–2007 within a project of integration of research infrastructures named ILIAS and funded by the European Commission (EC) within the sixth Framework Programme (FP6). The transition from a generation of GW detectors to the next one has been defined as an improvement of the sensitivity by an order of magnitude in approximately the whole frequency range of the detector. For this reason, to define ET as a third generation GW detector the first requirement is to over-perform (in terms of noise and then detection range) Advanced LIGO and Advanced Virgo by a factor of 10 in the 10–10⁴ Hz frequency range. The conceptual design of ET has been realised by an international collaboration through an European grant (2008–2011) in FP7 and the Concep-

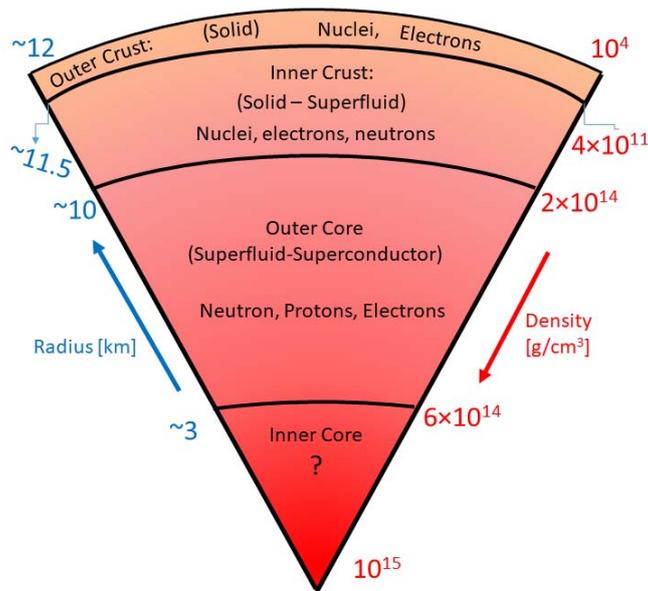


Figure 5: Struttura di una stella di neutroni. La densità di materia aumenta dalla crosta esterna al nocciolo interno. Le dimensioni previste per una stella di neutroni sono di circa 10–12 km, e l'intervallo delle masse è tra 1 e 2 masse solari.
 Structure of a Neutron Star. The density of matter increases from the external crust to the inner core. Expected size of a NS is about 10–12 km, the expected mass ranges between 1 and 2 solar masses.

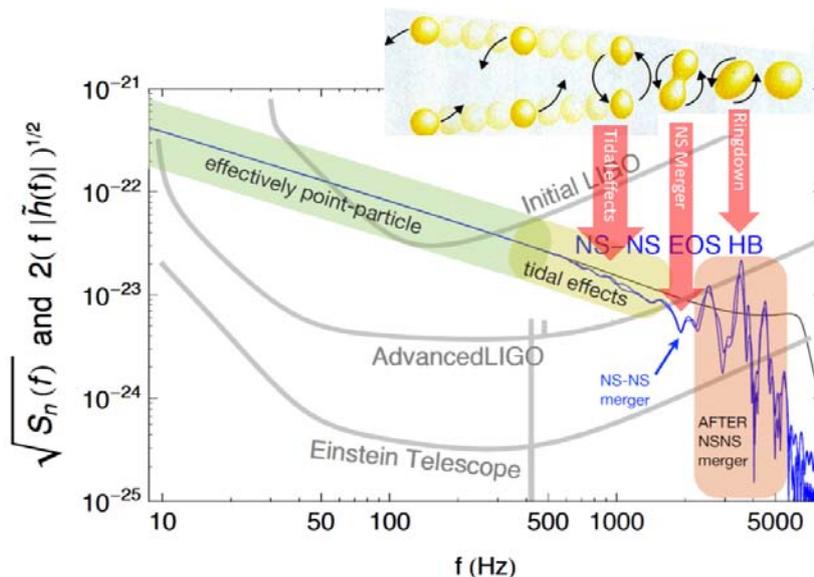


Figure 6: Le GW emesse in diverse fasi della fusione di un sistema binario di stelle di neutroni si estende su un ampio raggio di frequenze. L'effetto delle deformazioni di marea delle stelle, dovuto alla stella compagna, nella fase finale del processo, sono osservabili in interferometri Advanced. Per accedere ai dettagli del segnale nella fase di spiralizzazione è necessaria la sensibilità di ET.
 The gravitational waves emitted in the different phases of the coalescence of a binary neutron star system span over a wide frequency range (Credits J.Read). The effect of the tidal deformations of the stars, due to the companion, in the final phase of the BNS coalescence, are observable in the GWs detected in advanced interferometers. Instead, to access the details of the signal in the ringdown phase the Einstein Telescope sensitivity is needed.

(2008-2011) in FP7, ed il rapporto del progetto di tual Design Report [2] (CDR) has been delivered

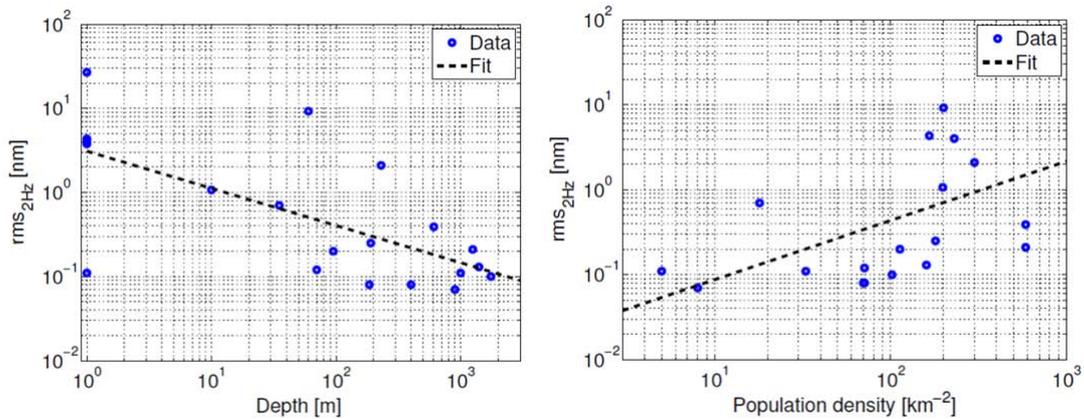


Figure 7: Grafico del rumore sismico (spostamento) a 2 Hz misurato in un insieme di siti in funzione della profondità (disegno a sinistra) e della densità di popolazione (disegno a destra). Si sono sovrapposte delle linee di tendenza per apprezzare i benefici di posizionarsi sottoterra e in una regione scarsamente popolata. Scatter plot of the seismic noise (displacement) at 2 Hz measured in a series of sites versus depth (left plot) or population density (right plot). A trend slope is overlaid to better appreciate the benefits of going underground and in a scarcely populated region. Credits ET Design Study and J. van den Brand.

fattibilità è stato reso pubblico nel 2011 [2]. La concezione di ET è basata su poche ipotesi importanti: ET sarà la **terza** generazione di **osservatori** di GW con un'attenzione particolare alla potenzialità e al tempo di vita dell'**infrastruttura** e alle prestazioni nella regione a **basse frequenze**. In grassetto sono evidenziate le parole chiave:

- **terza** generazione: un fattore 10 di miglioramento rispetto ai rivelatori avanzati,
- **osservatorio**: attenzione all'estrazione dei parametri fisici della sorgente piuttosto che alla rivelazione del segnale; ad esempio la capacità di separare le due polarizzazioni di GW,
- **infrastruttura** il più grande investimento è sull'infrastruttura che deve poter ospitare l'osservatorio ET e le sue evoluzioni per decenni, essendo i suoi limiti (fisici e di rumori ambientali), in generale, molto lontani dalle prestazioni attese nelle fasi iniziali del rivelatore.
- **bassa frequenza**: ET deve essere capace di superare il muro dei 10 Hz sismici e deve poter permettere l'osservazione fino a pochi Hz.

in 2011. The ET concept has been based on few important assumptions: ET will be a **third** generation GW **observatory** with a special focus on the potential and lifetime of the **infrastructure** and on the performances in the **low frequency** region. In bold are highlighted the keywords:

- **Third** generation: a factor of ten improvement with respect to advanced detectors
- **Observatory**: attention to the extraction of the physical parameters of the source rather than to the detection of the signal; for example the capability to disentangle the two polarisations of the GW.
- **Infrastructure**: the largest initial investment is on the infrastructure, that must be able to host the ET observatory and its evolutions for decades, being its limits (environmental noises and physical constraints) in general quite far from the expected initial performances of the detector.
- **Low frequency**: ET must be able to beat the 10 Hz seismic wall and it must allow GW observation since few Hz.

Queste caratteristiche hanno generato un proget-

These characteristics generated an innovative

to innovativo ed impegnativo, sebbene gli elementi chiave del rivelatore ET siano abbastanza tradizionali, preservando lo schema, di interferometria di Michelson con cavità di Fabry–Pèrot inserite nei bracci adottato dai rivelatori di GW più moderni ed avanzati.

Infrastruttura sotterranea

L'infrastruttura sarà un triangolo equilatero di lato 10 km, posizionato sottoterra, come artisticamente presentata nella Fig.1. La posizione sotterranea è raccomandata per ridurre i disturbi sismici e ambientali su ET; infatti il rumore sismico influenza le prestazioni a bassa frequenza di ET sia attraverso scosse impresse al sistema di sospensioni dell'ottica, che eccitando direttamente gli specchi, attraverso l'accoppiamento legato all'attrazione newtoniana con le masse di prova ed il suolo che vibra.

Grazie all'installazione sotterranea, una grande frazione dell'ampiezza del rumore sismico, composta dalle onde di superficie è ridotta, diminuendo l'ampiezza di vibrazione, come mostrato dal pannello di sinistra della Fig.7 dove è disegnata una elaborazione dei dati acquisiti in una dozzina di siti durante il periodo di studio del progetto di ET. Nel pannello di sinistra della Fig. 7, l'ampiezza del rumore sismico a 2 Hz è riportata in funzione della profondità del sito di misura. È chiaro che posizionandosi sottoterra a circa 100-200 m si ha il vantaggio, in qualche sito di prova, di ridurre l'eccitazione sismica di qualche ordine di grandezza. Il rumore sismico ha origine sia naturale che antropogenica; tipiche sorgenti naturali di rumore sismico sono dominanti sotto i 2 Hz, mentre le vibrazioni prodotte dall'uomo sono dominanti sopra i 2 Hz. Nel pannello di destra della Fig. 7 il livello del rumore è disegnato in funzione della densità di popolazione del sito; regioni scarsamente popolate sono favorite in termini di rumore sismico.

Nella Fig. 8 tre (buoni) siti sotterranei (in Ungheria, Italia e Spagna), che appartengono ad un insieme di siti misurati per il progetto ET, sono confrontati con i siti di Virgo (in superficie, vicino a Pisa, Italia) e a stazioni sismologiche posizionate a 10 m sotto la superficie nei Paesi Bassi: la selezione di un buon sito sotterraneo permette a ET di accedere alla regione di frequenza sotto i 10

and challenging design, although the key elements of the ET detector are quite conservative, preserving the "Michelson interferometer with Fabry–Perot cavities embedded in the arms" scheme adopted worldwide by the advanced GW detectors.

Underground triangular infrastructure

The infrastructure will be an equilateral triangle having 10 km long sides, located underground, as artistically depicted in Fig.1. The underground location is recommended to reduce the impact of the seismic and environmental disturbances on ET; in fact the seismic noise affects the low frequency performance of ET both shaking the suspension system of the optics and exciting directly the mirrors, through the Newtonian attraction coupling between the suspended test masses and the vibrating soil.

Going underground, a large fraction of the seismic noise, composed by the surface waves, is reduced, diminishing the amplitude of the vibration, as shown in the left panel of Fig.7 where an elaboration of the data acquired in a dozen of sites during the ET design study period is plotted. In the left panel of Fig.7, the seismic noise amplitude measured at 2 Hz is plotted versus the depth of the measurement site. It is clear that going underground at about 100–200 m allows, in some of the tested sites, to reduce the seismic excitation by a few orders of magnitude. The seismic noise has both natural and anthropogenic origin; typically natural sources of seismic noise are dominant below 2 Hz whereas human generated vibrations are dominant above 2 Hz. In the right panel of Fig.7 the noise level is plotted versus the population density at the site; scarcely populated regions are favourable in terms of seismic noise.

In Fig.8, three (good) underground sites (in Hungary, Italy and Spain), belonging to the set of sites measured for the ET Design Study, are compared to the Virgo site (at the surface, near Pisa, Italy) and to a seismic station located 10 m below the surface in the Netherlands: the selection of a good underground site allows ET to access the frequency region below 10 Hz, but,

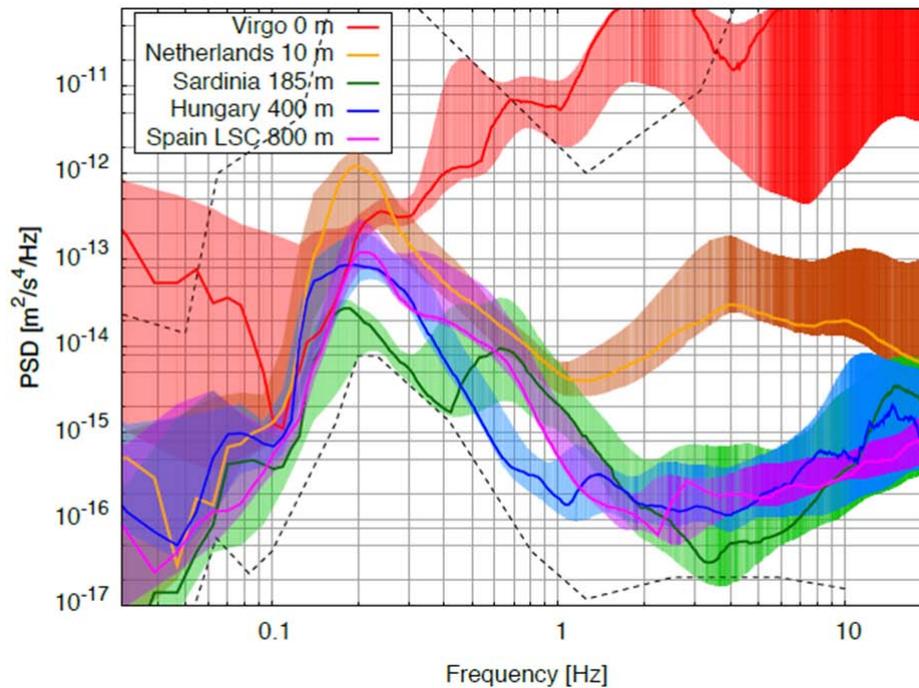


Figure 8: Misure sismiche ad alcuni dei siti considerati durante il progetto di studio di ET. Il livello di rumore dei migliori siti sotterranei è confrontato con quello di Virgo (Cascina, Italia) in superficie e con quello di Limburg (NL) a -10 m. Le linee tratteggiate rappresentano i limiti inferiori e superiori del rumore sismico di Peterson, uno pseudo spettro costruito come involucro delle misure fatte in migliaia di stazioni sismiche attorno al mondo. Attorno ai 2 Hz, il vantaggio di costruire un rivelatore sotterraneo è di circa 4 ordini di grandezza nello spettro di potenza (circa 3 ordini di grandezza nella densità spettrale).
Seismic measurements at some of the sites tested during the ET design study. The best underground sites are compared to the noise level measured on the surface at the Virgo site (Cascina, Italy) and to the noise measured at -10 m in Limburg (NL). The dashed lines represent the Peterson seismic noise lower and upper limits, a pseudo-power spectrum built as envelope of the measurements made in thousands seismic stations around the world. Around 2 Hz, the advantage of building an underground detector is of about 4 orders of magnitude in power spectrum (about 2 orders in spectral density)

Hz, ma, ovviamente, ET richiede ancora un sistema di filtraggio delle vibrazioni sismiche probabilmente basato sulla tecnologia sviluppata per Virgo.

La geometria triangolare dell'infrastruttura dell'osservatorio ET è un'altra novità rispetto ai progetti degli attuali rivelatori di GW, che sono a forma di L. Questa scelta è dovuta ai requisiti iniziali necessari per avere un osservatorio capace di identificare le due polarizzazioni di GW (nell'ambito della Relatività Generale le GW hanno due polarizzazioni). Nella geometria triangolare è possibile inserire tre rivelatori come schematizzato nella Fig.9. Combinando opportunamente l'output dei tre rivelatori è possibile ricostruire le due polarizzazioni, e, inoltre, creare il cosiddetto *null stream*, un output che, per costruzione, non contiene il segnale di GW. Il *null stream* può esse-

obviously, ET still requires an efficient seismic vibration filtering system, probably based on the technology developed for Virgo.

The triangular geometry of the ET observatory infrastructure is another novelty with respect the current GW detectors design (that are L-shaped). This choice is due to the initial requirement to have an observatory capable to disentangle the two polarisations of a GW (in the GR framework the GWs show two polarisations). In the triangular geometry it is possible to fit up to 3 detectors as sketched in Fig.9. Combining opportunely the output of the three detectors it is possible to reconstruct the two polarisations and, furthermore, it is possible to create a so-called *null stream*, an output that, by construction, doesn't contain the GW signal. The null stream can be used to veto

re utile per eliminare disturbi e ridurre il tasso di falsi allarmi.

disturbances and reduce the false alarm rate.

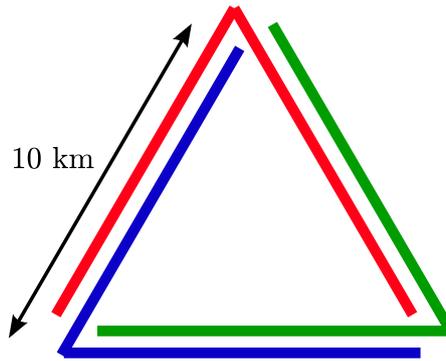


Figure 9: La geometria triangolare di ET permette di ospitare tre rivelatori intrecciati l'uno con l'altro che suddividono i tunnel e le sale d'angolo.
The triangular geometry of ET allows to host three nested detectors that are sharing the tunnels and the corner halls.

Soppressione delle sorgenti di rumore

Il rumore termico è un'altra sorgente di rumore che limita la sensibilità di un rivelatore di GW. Il rumore termico influenza l'interferometro attraverso diversi meccanismi, ma uno dei modi più semplici per descriverlo è la vibrazione termica (browniana) delle sospensioni e degli specchi dell'interferometro dovuta alla temperatura non nulla delle componenti ottiche e meccaniche. È istruttivo comprendere la logica principale adottata nei rivelatori di GW per mitigare gli effetti del rumore termico.

Le sospensioni e gli specchi di un interferometro possono essere modellizzati come un oscillatore armonico di costante k . La sua energia meccanica per ogni modo normale è $E_m = \frac{1}{2}kx^2$ mentre l'energia termica, per ogni grado di libertà, è $E_T = \frac{1}{2}k_B T$ dove k_B è la costante di Boltzmann. Approssimativamente, per un cilindro (lo specchio) di raggio r e altezza L , $k = E\pi r^2/L$, dove E è il modulo di Young del materiale che compone il cilindro. Considerando $E=72$ GPa per la silice fusa che compone uno specchio di diametro $2r=20$ cm, richiedendo che sia $E_m = E_T$, si ottiene $\langle x \rangle = \sqrt{\frac{k_B}{k}T} \simeq 3 \times 10^{-16}$ da confrontare con l'ampiezza attesa dal passaggio di una GW in un rivelatore di molti km $x \simeq 10^{-19}$ m.

Perché l'interferometro non è completamente cieco al rumore termico? L'energia che genera

Fighting against noise sources

Thermal noise is another noise source that limits the sensitivity of a GW detector. The thermal noise affects the interferometer through different mechanisms, but one of the simplest way to describe it is through the thermal (Brownian) vibration of the suspensions and of the mirrors of the interferometer due to the non-null temperature of the mechanical and optical components. It is instructive to understand the main logic adopted in GW detectors to mitigate the effects of thermal noise.

The suspensions, the mirrors of an interferometer can be modelled by an harmonic oscillator of elastic constant k . Its mechanical energy for each normal mode is $E_m = \frac{1}{2}kx^2$ whereas the thermal energy, for each degree of freedom is, $E_T = \frac{1}{2}k_B T$ where k_B is the Boltzmann constant. Roughly, for a cylinder (the mirror) of radius r and height L , $k = E\pi r^2/L$, where E is the Young modulus of the material composing the cylinder. Considering $E = 72$ GPa for the fused silica composing a mirror of diameter $2r = 35$ cm and $L = 20$ cm ($k = E\pi r^2/L$), requesting $E_m = E_T$, it is easy to obtain $\langle x \rangle = \sqrt{\frac{k_B}{k}T} \simeq 3 \times 10^{-16}$ m to be compared with the amplitude expected by the passage of a GW wave on a multi-km detector $x \simeq 10^{-19}$ m.

Why the interferometer is not completely blinded by thermal noise? The energy generating

la vibrazione termica delle sospensioni e degli specchi dell'interferometro si accumula, in frequenza, ai modi di risonanza di quelle componenti meccaniche; se il fattore di qualità meccanica Q di quelle componenti è abbastanza alto, l'interferometro è completamente cieco a quelle frequenze di risonanza, ma l'ampiezza di vibrazione si riduce rapidamente lontano dalla risonanza. La tecnica usata in Advanced Ligo e Advanced Virgo per mitigare il rumore termico è stata, quindi, di selezionare materiali e geometrie che innalzano il fattore di qualità Q delle loro sospensioni e specchi, riducendo le perdite meccaniche; questo è un evidente effetto del cosiddetto teorema di fluttuazione-dissipazione che lega le dissipazioni alle fluttuazioni in sistemi meccanici.

Per ottenere il miglioramento nell'intervallo delle frequenze medio-basse (fino a poche centinaia di HZ) promesso da ET (si veda ad esempio la curva della sensibilità prevista nella Fig.11) la riduzione delle fluttuazioni termiche attraverso il meccanismo descritto sopra non è sufficiente, ed è necessario raffreddare la temperatura dell'ottica di ET. Ad alte frequenze, sopra le centinaia di Hz, la sensibilità dei moderni rivelatori è limitata dallo *shot noise* legato alle fluttuazioni del numero di fotoni accumulati nei bracci e quindi all'output dell'interferometro. Per ridurre queste fluttuazioni la strada seguita dai rivelatori attuali e, anche con maggior intensità, da ET è quella di aumentare la potenza della luce laser inviata e accumulata nelle cavità dell'interferometro (nei rivelatori Advanced poche centinaia di kW sono accumulate nelle cavità dei bracci, in ET ci si attende circa 3 MW). Questo metodo ha diversi inconvenienti e due di essi sono elencati qui sotto:

- aumento del rumore a basse frequenze legato alle fluttuazioni della pressione di radiazione generata dall'impulso del fotone trasferito agli specchi;
- deposizione del calore sulla superficie e sul corpo dello specchio dovuto all'assorbimento della luce da parte di queste componenti ottiche.
- increase of the noise at low frequency related to the radiation pressure fluctuations generated by the photon momentum transfer to the mirrors;
- deposition of heat in the mirror surface and bulk due to the light absorption in these optical components.

Per descrivere il primo punto, è conveniente notare che ogni fotone riflesso dagli specchi nelle

the thermal vibration of the suspensions and mirrors of the interferometer accumulates, in frequency, at the resonant modes of those mechanical components: if the mechanical quality factor Q of such components is high enough, the interferometer is completely blind at those resonance frequencies, but the vibration amplitude decreases rapidly far from the resonances. The technique used in Advanced Ligo and Advanced Virgo to mitigate the thermal noise has been, then, to select materials and designs that enhance the mechanical quality factor Q of its mirrors and suspensions, reducing the mechanical losses; this a clear effect of the so-called fluctuation-dissipation theorem that relates dissipations to fluctuations in mechanical systems.

To achieve the improvement in the low-medium frequency range (up to few hundreds of Hz) promised by ET (see for example the expected sensitivity curve in Fig.11) the reduction of the thermal fluctuations through the above described mechanism is not enough and it is necessary to cool down the temperature of the ET optics. At high frequency (above few hundreds of Hz) the sensitivity of the current detectors is limited by the shot noise related to the fluctuation of the number of photons that are stored in the arms and then collected at the output of the interferometer. In order to reduce such fluctuation the path followed by the current detectors and, with even more intensity, by ET is to increase the laser light power injected and stored in the interferometer cavities (in the advanced detectors few hundreds of kW are stored in the arm cavities, in ET about 3 MW are expected). This method has several drawbacks and two of them are listed hereafter:

In order to describe the first point, it is worth to note that each photon reflected by the mirrors in

cavità Fabry-Pérot trasferisce ad ogni specchio un impulso $\|\Delta p\| = 2h/\lambda$ dove h è la costante di Plank. La fluttuazione del numero di fotoni è immediatamente convertita in una fluttuazione dell'impulso trasferito e, quindi, del rumore di spostamento dello specchio. Questo rumore è rilevante a basse frequenze ed è proporzionale al numero di fotoni, o, equivalentemente, aumenta con la potenza immessa nell'interferometro.

Il secondo punto è dovuto al fatto che i substrati dello specchio e soprattutto l'alta riflettività del rivestimento hanno un'assorbimento residuo ottico di una frazione di una parte per milione; se una potenza di alcuni MW è immagazzinata nelle cavità alcuni Watt sono assorbiti dagli specchi. Questo genera un effetto di lente termica che è curato, nei rivelatori attuali, con un sistema ottico adattante (il cosiddetto sistema di compensazione termica), ma questo in ET entra in conflitto con il raffreddamento necessario per operare a temperature criogeniche. Per questo motivo ET implementa il cosiddetto approccio *xylophone*: ogni rivelatore di ET, identificato con un diverso colore nella Fig. 9, è composto da due interferometri: ET-LF e ET-HF, come indicato nella figura.

the Fabry-Pérot cavities transfers to each mirror a momentum $\|\Delta p\| = 2h/\lambda$ where, here, h is the Plank constant. The photon number fluctuation is immediately converted in a fluctuation of the transferred momentum and then in a displacement noise of the mirror. This noise is relevant at low frequency and it is proportional to the number of photons, or, equivalently, it increases with the power injected in the interferometer.

The second point is due to the fact that the mirror substrates and mainly the high reflectivity coatings show a residual optical absorption of a fraction of a part per million (ppm); if a power of few MW is stored in the cavities few watts are absorbed by the mirrors. This generates thermal lensing effects that are cured, in the current detectors, through an adaptive optics logic (the so-called thermal compensation system), but that in ET will conflict also with the cooling needed to operate at cryogenic temperature.

For these reasons, ET implements the so called xylophone approach: each ET detector, scratched with a different colour in Fig.9, is in effect composed by two interferometers: ET-LF and ET-HF, as shown in Fig.10.

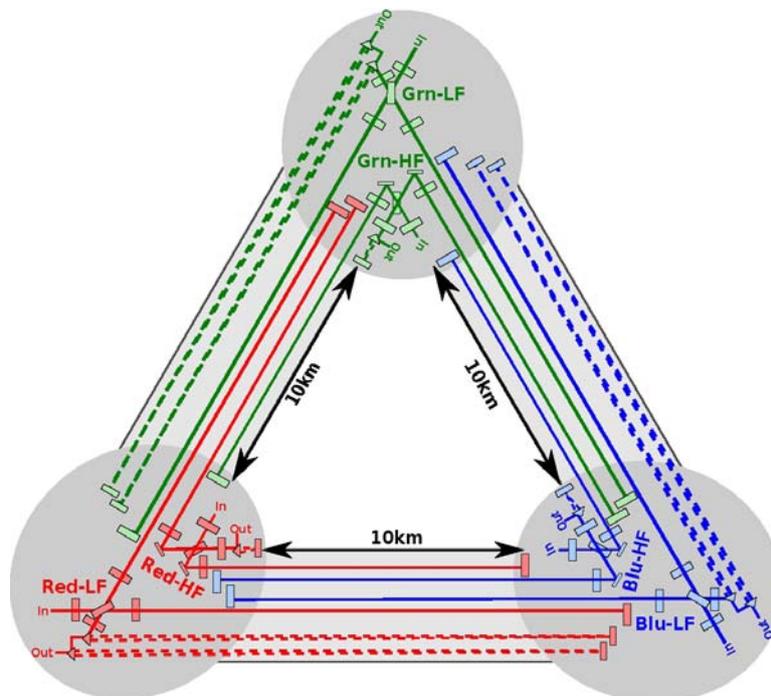


Figure 10: L'approccio Xylophone in ET: ET è composto da tre rivelatori (rosso, verde e blue); ogni rivelatore è composto da due interferometri (ET-LF, ET-HF).

The Xylophone approach in ET: ET is composed by three detectors (red, green and blue); each detector is composed by two interferometers (ET-LF, ET-HF). Credits: ET design study.

ET-LF

ET-LF è dedicato alle basse frequenze. L'ottica principale e l'ultimo stadio delle sospensioni di ET-LF operano a circa 10 K per ridurre il rumore termico. La silice fusa, usata per i substrati degli specchi degli attuali rivelatori, mostra uno strano comportamento a basse temperature; un aumento della sua dissipazione meccanica ed una bassa conduttività termica.

Al contrario, per essere un buon candidato alla realizzazione di substrati per ET-LF, un materiale dovrebbe mostrare, a temperature criogeniche, una bassa dissipazione meccanica, un'alta conduttività termica (per sopprimere effetti di lente) e un relativamente basso tasso di assorbimento. Il rivelatore giapponese, KAGRA, attualmente in costruzione, adotta specchi di zaffiro. Questo materiale cristallino mostra, a basse temperature, una buona conduttività termica e una bassa dissipazione meccanica; ma lo zaffiro mostra anche un alto, e non ancora ben compreso, assorbimento ottico, maggiore di 20–40 parti per milione per cm di spessore, e al momento non è possibile trovarlo in grandi quantità.

ET-LF

ET-LF is devoted to low frequency. The main optics and the last stage of the suspensions of ET-LF are operating at about 10 K in order to reduce the thermal noise. Fused silica, used for the substrate of the mirrors in all the current detectors, shows some weird behaviour at low temperature: increase of its mechanical dissipation and low thermal conductivity.

On the contrary, to be a good candidate in the realisation of the substrates for ET-LF, a material should show, at cryogenic temperatures, low mechanical dissipation, high thermal conductivity (to suppress thermal lensing effects) and relatively low optical absorption. The Japanese detector, KAGRA, currently under construction, is adopting sapphire mirrors. This crystalline material shows, at low temperature, a good thermal conductivity and a very low mechanical dissipation; but sapphire shows also high and still not well understood optical absorption (larger than 20–40 ppm per cm of thickness) and it is not currently possible to find it in large samples.

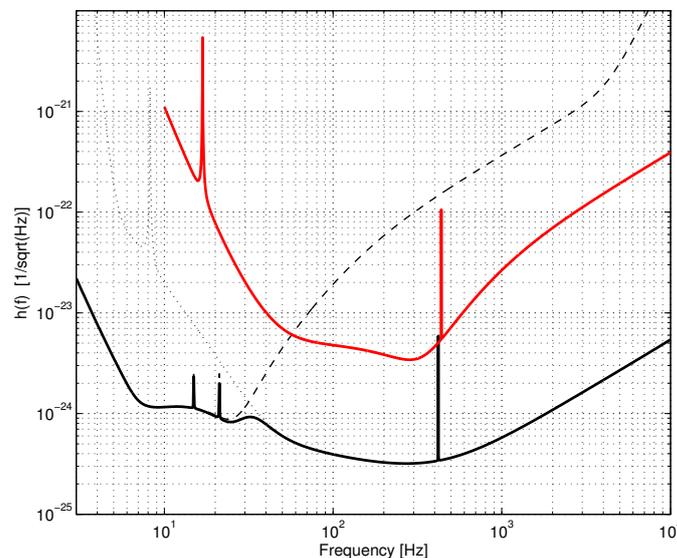


Figure 11: Curva di sensibilità di ET (linea nera continua) confrontata con la sensibilità nominale di Advanced Virgo (curva rossa). Le curve punteggiate e tratteggiate indicano i contributi alla sensibilità di ET rispettivamente degli interferometri a bassa (ET-LF) e alta (ET-HF) frequenza.
Sensitivity curve of ET (black continuous line) compared to the nominal sensitivity of Advanced Virgo (red curve). The dotted and dashed lines identify the contributions to the ET sensitivity respectively given by the low frequency (ET-LF) and high frequency (ET-HF) interferometers.

Gli scienziati di ET stanno studiando la possibilità di usare il silicio come materiale per i substrati dello specchio (e per l'ultima parte delle sospensioni); il silicio mostra una dissipazione meccanica molto bassa, una conduttività termica alta, ed è disponibile in grandi quantità. L'idea è di realizzare specchi con una massa di circa 200 kg per ridurre gli effetti della radiazione di pressione. Al momento le prestazioni in termini di assorbimento ottico sono allo studio e misure preliminari indicano un'ottimo assorbimento (poche parti per milione) in campioni di silicio prodotti con un metodo di crescita cristallina detto magnetic-Czochralski. Il silicio è opaco alla lunghezza d'onda della luce usata negli attuali rivelatori ($\lambda \simeq 1\mu m$), quindi, ET-LF userà una lunghezza d'onda maggiore ($\lambda \simeq 1.55 - 2.0\mu m$).

Questo riguarda le tecnologie usate in ET-LF ed è necessaria una impegnativa attività di ricerca e sviluppo per ottenere delle componenti opto-elettroniche da usare nell'interferometro. Per ridurre gli effetti della pressione di radiazione e quelli termici si dovrebbe far circolare nell'interferometro una potenza di pochi watt, facilitando le operazioni criogeniche. Inoltre, per aumentare le prestazioni a bassa frequenza si adotterebbero delle tecniche di compressione ottica dipendente dalla frequenza. Il contributo previsto di ET-LF alla sensibilità di ET è mostrato dalla linea punteggiata nella Fig.11.

ET-HF

ET-HF avrà un design più tradizionale nell'implementazione di un approccio di forza bruta per ridurre il rumore ad alta frequenza. Utilizzerà laser ad alta potenza e tecniche di compressione ottica per ridurre lo *shot noise* ad alta frequenza, pesanti specchi di silice fusa per sopprimere la pressione di radiazione e schemi di compensazione termica molto spinti per compensare l'effetto di lente termica indotto dall'enorme potenza accumulata nelle cavità Fabry-Pérot. Il contributo di ET-HF alla sensibilità del rivelatore ET è mostrato dalla curva tratteggiata nella Fig. 11.

Il piano d'azione di ET

ET è un progetto complesso e per ideare, preparare e realizzare l'infrastruttura necessaria sono necessarie decine di anni. Al momento più di

ET scientists are investigating the possibility to use Silicon as material for the mirror substrates (and for the last stage of the suspensions); Silicon shows a very low mechanical dissipation, high thermal conductivity and it is possible to find it in large pieces. The idea is to realise mirrors having a mass of about 200 kg in order to reduce the radiation pressure effects. Currently the performances in terms of optical absorption are under evaluation and preliminary measurements are showing very good absorption (few ppm per cm) in samples of Silicon produced with a crystalline grown method named magnetic-Czochralski. Silicon is opaque to the light wavelength ($\lambda \simeq 1\mu m$) used in the current detectors and, then, ET-LF will use a longer wavelength ($\lambda \simeq 1.55 - 2.0\mu m$).

This affects the technologies used in ET-LF and a challenging R&D is needed to develop the opto-electronic components used in the interferometer. To reduce both the radiation pressure effects and the thermal effects, a power of few watt is expected to circulate in the interferometer, facilitating the cryogenic operations. Furthermore, frequency dependent optical squeezing techniques will be adopted to improve the low frequency performances. The expected contribution of ET-LF to the sensitivity of ET is shown by the dotted line in Fig.11.

ET-HF

ET-HF will have a more traditional design implementing a brute-force approach to the reduction of the noise at high frequency. It will use high power laser and optical squeezing techniques to reduce the shot noise, heavy fused silica mirrors to suppress the radiation pressure and challenging thermal compensation schemes to compensate the thermal lensing induced by the huge power stored in the Fabry-Pérot cavities. The contribution of ET-HF to the sensitivity of the ET detector is shown by the dashed curve in Fig. 11.

The ET roadmap

ET is a complex project and to ideate, prepare and realise the infrastructure decades are needed. Currently more than a decade has elapsed since

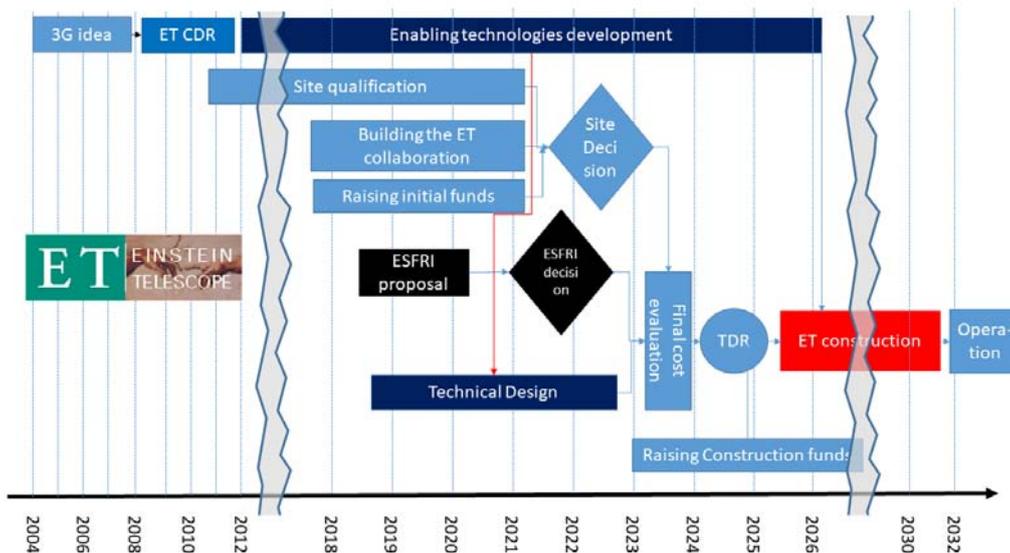


Figure 12: Piano d'azione del progetto ET. La comunità scientifica di ET si è oggi trasformata in una vera collaborazione che aggrega una comunità di scienziati attorno ad un obiettivo scientifico. ET ambisce ad entrare nella lista delle più importanti infrastrutture scientifiche d'Europa, il cosiddetto piano d'azione ESFRI (European Strategic Forum for Research Infrastructures) e nei prossimi anni sarà inviata una proposta. In parallelo, sono identificate e sviluppate le tecnologie che rendono attuabile il progetto; i siti che ambiscono ad ospitare l'osservatorio ET sono qualificati da accurate e continue misure. La selezione dei siti verrà effettuata attraverso una valutazione scientifica, tecnica, finanziaria e politica nel 2022. Sulla base di quella decisione e sul progetto tecnico verranno prodotti una valutazione del costo finale e un Rapporto Tecnico del Progetto. Alla fine, se il sostegno finanziario disponibile sarà sufficiente, la costruzione dell'infrastruttura ET inizierà con l'obiettivo che l'osservatorio ET sia operativo nei primi anni '30 di questo secolo.

Roadmap of the ET project. The ET scientific community is transformed nowadays in a true collaboration aggregating a community of scientists around its scientific goals. ET aims to enter in the list of the most important research infrastructures in Europe, the so-called ESFRI (European Strategic Forum for Research Infrastructures) roadmap and in the next years a proposal will be submitted. In parallel, the enabling technologies are identified and developed; the sites, aiming to host the ET observatory, are qualified thorough long standing measurements. The site selection will be realised through scientific, technical, financial and political evaluations in 2022. Based on that decision and on the technical design the final cost evaluation and the Technical Design Report (TDR) are produced. Finally, if enough financial support is available, the ET infrastructure construction will begin, aiming to have the ET observatory operational in the first years of 2030s.

dieci anni sono passati dalle prime idee di un rivelatore di terza generazione ed il progetto sta entrando in una fase dove l'idea di ET si è trasformata in un progetto operativo. I diversi passi che il progetto di ET deve compiere sono mostrati in Fig. 12 e descritti nella didascalia della figura. Uno dei passi fondamentali è la scelta del sito dell'infrastruttura di ET.

Le richieste che un sito deve soddisfare per ospitare ET sono molte, ma i primi requisiti sono un basso rumore sismico naturale e antropogenico, una bassa densità di popolazione, una buona solidità della roccia per costruire delle cavità sotterranee, un appoggio entusiastico da parte delle popolazioni locali e un forte sostegno finanziario

the first ideas about a 3G detector and the project is entering in a crucial phase where the ET concept is transformed in an operative project. The different steps that the ET project has to accomplish are shown in Fig.12 and described in the figure caption. One of the crucial steps is the selection of the site for the ET infrastructure.

Several are the requirements that a site must respect to host the ET infrastructure, but the first requirements are a low natural and anthropogenic seismic noise level, a low population density, a good solidity of the rock to build large underground cavities, an enthusiastic support by the local populations and a strong financial support

da parte della nazione, o nazioni, ospitanti. Al momento ci sono tre siti candidati ad ospitare ET (Fig. 13) che soddisfano tutte o parte di questi requisiti:

- sotto la montagna Mátra, Ungheria,
- nella regione del Limburg, attraverso i confini di Olanda, Belgio e Germania,
- in Sardegna, Italia.

by the hosting country (or countries). Currently three sites are candidate to host ET (Fig.13), satisfying all or a fraction of these requirements:

- Under the Mátra mountain, Hungary
- In the Limburg region, across the borders between The Netherlands, Belgium and Germany
- In Sardinia, Italy.

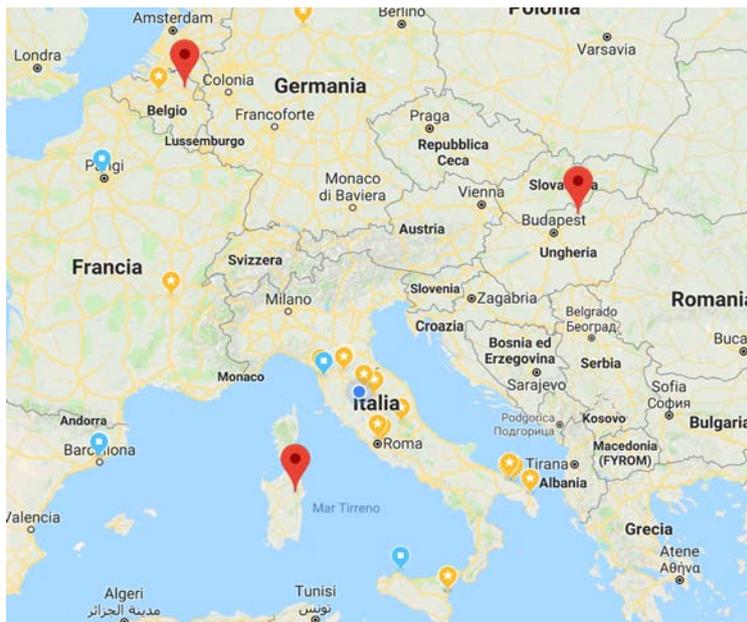


Figure 13: *I tre siti attualmente candidati ad ospitare ET; in Olanda, in Ungheria e in Italia. Location of the three sites currently candidate to host ET: In The Neterlands, in Hungary and in Italy.*

Il sito italiano è localizzato vicino a Lula (Nu) attorno all'area mineraria di Sos Enattos. All momento, grazie al sostegno della Regione Sardegna, è in costruzione un laboratorio sotterraneo per lo studio di esperimenti di alta precisione, finanziato dall'INFN, sulla gravitazione in condizioni di basso rumore. Queste attività contribuiranno alla qualificazione del sito di Sos Enattos in vista, possibilmente, di una infrastruttura di ET.

Il telescopio Einstein è un progetto enorme, un'avventura scientifica ed umana, che promette di osservare l'emissione di GW in quasi tutto l'Universo, per scoprire i segreti nascosti nel nocciolo delle Stelle di Neutroni, per risolvere il puzzle del modello cosmologico dell'Universo e per studiare, con dettagli mai raggiunti prima,

The Italian site is located near Lula (Nu), around the mining area of Sos Enattos. Currently, thanks to the support of the Sardinia Region, an underground laboratory aiming to host precision experiments is under construction, funded by INFN, on Gravitation in low noise conditions. These activities will also contribute to the qualification of the Sos Enattos site in view (possibly) of the ET infrastructure.

The Einstein Telescope is a huge project, a scientific and human adventure, promising to observe the emission of gravitational waves in almost the whole Universe, to discover the secrets hidden in the core of Neutron Stars, to solve the puzzle of the cosmological model of the Universe and to study, with unprecedented details, the most unknown "interaction": the gravitation.

la meno nota delle interazioni: la gravità.



- [1] M. Punturo et al., *Classical and Quantum Gravity*, Volume 27, Number 19, (2010)
- [2] M. Abernathy et al. (the ET science team), *Einstein gravitational wave Telescope conceptual design study*, ET-0106C-10 (2011), <http://www.et-gw.eu/index.php/etdsdocument>
- [3] B. P. Abbot et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration): “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”, *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 061102.
- [4] B. P. Abbot et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration): “GW170814: A Three-Detector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence”, *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 141101.
- [5] B. P. Abbot et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration): “GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral”, *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 161101.
- [6] B. P. Abbot et al., *The Astrophysical Journal Letters*, Volume 848, Number 2, (2017)



Michele Punturo: è un ricercatore dell’Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN). Ha iniziato la sua carriera scientifica nella Fisica delle Alte Energie, collaborando al CERN agli esperimenti UA2, NA31 e NA48. Nel 1994 è entrato a far parte della collaborazione Virgo collaborando alla sua costruzione nel ruolo di coordinatore del rivelatore e, più recentemente coordinando le attività di calcolo. Nel 2004, con il Prof. Harald Lück del Max Plank institute for Gravitation in Hannover, ha definito l’idea concettuale per la terza generazione dei rivelatori di GW. Ha coordinato lo studio del design di ET ed ora sta guidando le fasi iniziali della collaborazione ET.

Michele Punturo: is a researcher of the Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN). He began his scientific career in High Energy Physics, collaborating at CERN in the experiments UA2, NA31 and NA48. In 1994 entered in Virgo, collaborating to its construction, having the role of detector coordinator and more recently coordinating the computing activities. In 2004, together with Prof. Harald Lück of the Max Plank institute for Gravitation in Hannover, defined the concepts for the third generation of GW detectors. He coordinated the ET design study and he is now driving the initial phases of the ET collaboration.

Da LISA Pathfinder a LISA: il primo osservatorio di onde gravitazionali dallo spazio

Daniele Vetrugno

*Dipartimento di Fisica, Università di Trento and
Trento Institute for Fundamental Physics and Application INFN,
38123 Povo, Trento, Italy*

Le onde gravitazionali

Tra il 1916 e il 1918, Albert Einstein scrisse due importanti lavori scientifici. A partire dalle equazioni della Relatività Generale, predisse per la prima volta l'esistenza di una radiazione gravitazionale, detta anche *onda gravitazionale* [1, 2], per alcuni aspetti simile al concetto di radiazione elettromagnetica, sebbene con importanti differenze [3].

Possibili sorgenti di tali onde sono tutti i corpi dotati di massa ed in moto accelerato rispetto ad un sistema di riferimento inerziale in cui la simmetria sferica non è mantenuta. Matematicamente, questo si traduce dicendo che le onde gravitazionali sono dovute all'emissione di quadrupolo non nulla del campo gravitazionale. Per dare un esempio, sorgenti di onde gravitazionali sono tutti i sistemi binari di stelle o di oggetti

compatti, come stelle di neutroni o buchi neri, nei quali la simmetria sferica non è conservata. Invece, corpi perfettamente sferici in rotazione non emettono onde gravitazionali.

Per molti anni, dopo la scoperta teorica di Einstein, la possibile esistenza delle onde gravitazionali rimase una curiosità priva di conseguenze scientifiche concrete. Il generale disinteresse della comunità scientifica nei confronti di tale fenomeno era per lo più legato alla stima fatta sulla sua rivelabilità. Era noto già ad Einstein che la sfida sperimentale nella rivelazione delle onde gravitazionali risiedeva nell'escogitare un metodo di misura che fosse sensibile a variazioni della posizione relativa, ΔL , tra due oggetti a distanza L che fossero dell'ordine di $h \sim \Delta L/L \sim 10^{-20}$, dove h è detto *strain* o deformazione. Infatti, in maniera semplificata ma intuitiva, si dice che il passaggio di un'onda gravitazionale "deforma"

lo spazio-tempo circostante e tale effetto è, in linea teorica, visibile misurando la posizione relativa tra due oggetti. Lo strain h quantifica gli effetti di deformazione dello spazio tempo dovuti al passaggio di un'onda gravitazionale. Per fare un esempio numerico, misurare h per un'onda gravitazionale è equivalente ad avere due osservatori in caduta libera nel loro campo gravitazionale locale, cioè sottoposti alla sola forza dovuta a questo campo, a distanza $L = 10$ km (l'uno dall'altro) e a misurarne lo spostamento relativo con precisione $\Delta L \sim 10^{-16}$ m, pari a circa un decimo del diametro di un protone.

In aggiunta alla sfida tecnologica di ottenere una misura così precisa, c'è da considerare il fatto che tutte le altre forze, che agiscono sugli osservatori in questione e che li deviano dal loro stato di caduta libera, sono in diretta competizione con i segnali indotti su di essi dalle onde gravitazionali. Di fatto, l'azione di ognuna di queste forze mima l'effetto di un possibile passaggio di un'onda gravitazionale.

Quantitativamente, l'effetto su un qualsiasi strumento di misura dato dal passaggio di un'onda gravitazionale risultava per Einstein così piccolo da fargli pensare che esso non fosse reale e, laddove lo fosse stato, che esso non sarebbe stato assolutamente rivelabile. Questa convinzione bloccò sul nascere qualsiasi attività di ricerca nel campo della rivelazione delle onde gravitazionali, fino a che, verso la fine degli anni 50, il fisico americano Joseph Weber iniziò ad interessarsi al problema della loro rivelazione. Con le ricerche di Weber nasce il campo della ricerca sperimentale delle onde gravitazionali [4].

L'idea di Weber è quella di rivelare l'effetto del passaggio di un'onda gravitazionale usando delle barre risonanti: cilindri solidi di lunghezza pari a circa 3 m e diametro di circa 60 cm, dal peso di diverse tonnellate e dotati di una frequenza di risonanza caratteristica. Tali barre hanno la peculiare caratteristica di amplificare un segnale di deformazione dello spazio-tempo, come quello del passaggio di un'onda gravitazionale, proprio intorno alla frequenza di risonanza della barra stessa. Senza entrare nel dettaglio della fisica delle barre risonanti, che esula dagli scopi di questo scritto, qui ci basti dire che esse si sono rivelate degli strumenti estremamente interessanti e capaci di rivelare segnali di deformazione

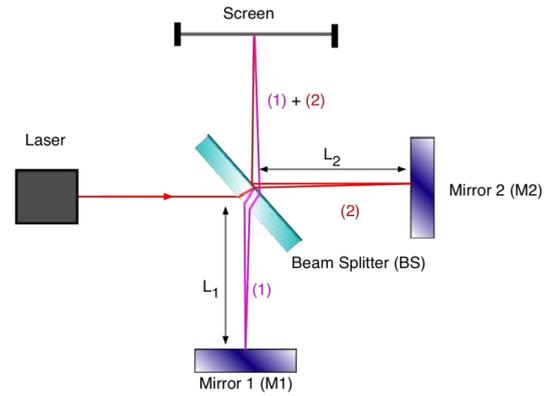


Figura 1: Schema semplificato di un interferometro di Michelson. Un laser emette un fascio di luce coerente, il quale viene separato in due fasci da un beam splitter. I due fasci vengono riflessi alle estremità dei bracci da degli specchi. Infine, i due fasci si ricombinano sulla schermo.

estremamente piccoli, ma sono risultate infruttuose nello specifico ruolo di rivelatori di onde gravitazionali.

Gli interferometri laser come rivelatori di onde gravitazionali

Nel 1962, gli scienziati russi Gertsenshtein e Pustovoi [5] proposero per la prima volta l'uso dell'interferometro laser per rivelare le onde gravitazionali. Nel 1972, Rainer Weiss [6] ne studiò dettagliatamente i contributi di rumore mostrandone il grande potenziale e i possibili limiti. L'interferometria laser diventerà negli anni a seguire lo strumento principe per tali ricerche sperimentali.

I rivelatori di onde gravitazionali ad interferometria laser si basano sul principio dell'interferometro di Michelson: si invia un fascio laser, cioè un fascio monocromatico di luce coerente, e lo si separa in due fasci tramite un particolare componente ottico detto beam-splitter; tali fasci laser, figli di una stessa sorgente coerente, seguono due percorsi uguali in lunghezza lungo due bracci ortogonali come in Figura 1. Entrambi i fasci saranno riflessi da uno specchio e rifaranno lo stesso percorso in direzione opposta. Dopo aver viaggiato esattamente la stessa distanza si ricombinano su un rivelatore di luce, detto fotorivelatore (ad esempio uno schermo o un fotodiodo). Se la lunghezza dello spazio percorso dai due fasci sarà la medesima, per le proprietà ondulatorie

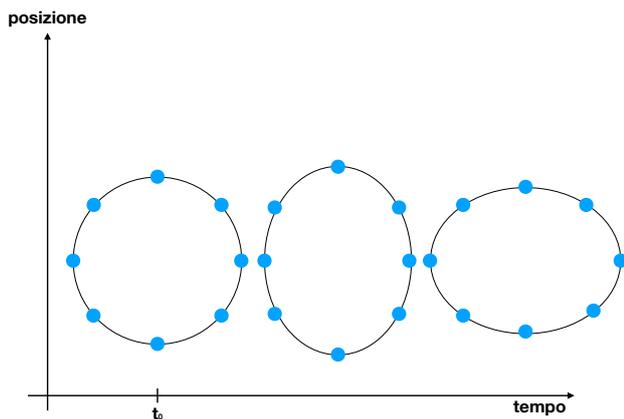


Figura 2: *L'effetto del passaggio di un'onda gravitazionale su un insieme di particelle in caduta libera. L'onda gravitazionale si propaga ortogonalmente al piano del foglio e le particelle sono situate inizialmente su di una circonferenza immaginaria. Sull'asse delle ascisse è possibile immaginare il tempo che scorre da sinistra verso destra. Laddove una contrazione della circonferenza avviene, vi è un allungamento lungo la direzione di misura ortogonale.*

della luce, ogni rumore associato all'emissione del laser si annullerà e si misurerà una potenza della radiazione incidente pari a zero; il fotoregistratore rivelerà ogni variazione della lunghezza relativa dei due bracci come una variazione della potenza incidente sul rivelatore stesso [7]. Ora immaginiamo i due specchi alle estremità dei due bracci dell'interferometro sospesi ad un filo come dei pendoli, in modo che possano oscillare liberi lungo la direzione di propagazione della luce. Allora, se è possibile trascurare gli effetti dissipativi nel loro moto di oscillazione, questi saranno in caduta libera lungo la stessa direzione. È importante qui notare come le onde gravitazionali deformino lo spazio tempo in modo tale che il rivelatore non abbia mai un orientamento tale da rendere il segnale di un'onda gravitazionale incidente nullo, a meno che l'incidenza non avvenga con un angolo pari a zero con il piano del rivelatore. Infatti, è possibile verificare matematicamente, che ad ogni istante t , il passaggio di un'onda gravitazionale che si propaga ortogonalmente al piano dell'osservatorio, comprime una direzione dell'interferometro mentre ne allunga l'ortogonale, come visibile in Figura 2.

Sebbene il principio di misura sia relativamente semplice da capire e descrivere, in realtà un interferometro per la misura delle onde gravitazionali è una macchina molto più complessa e la sua completa comprensione richiederebbe una trattazione a parte. L'avvento di un tale strumento ha modificato la natura e l'entità (anche economica) di questo campo di ricerca fino ad allora legato a gruppi di 10-30 scienziati. Per poter funzionare, gli interferometri laser per la rivelazione di onde gravitazionali, necessitano di collaborazioni numerose (~ 1000 tra fisici ed ingegneri) e di enormi infrastrutture (i bracci di questi interferometri sono tubi a vuoto lunghi dai 3 ai 4 km).

Gli sviluppi di queste tecniche di misura hanno portato alla nascita dell'interferometro LIGO [8] negli Stati Uniti d'America e di Virgo [9] in Europa. Grazie a questi interferometri è stato possibile nel 2015 rivelare per la prima volta il passaggio di un'onda gravitazionale [10]. Da allora LIGO e Virgo hanno rivelato altri cinque eventi, tra cui la coalescenza di due stelle di neutroni. Questo evento è stato visibile contemporaneamente con l'uso di normali telescopi ottici e di rivelatori di onde gravitazionali. Ciò ha segnato la nascita dell'astronomia a multimessaggero [11]. Per molti anni questi strumenti saranno gli unici a poter osservare le onde gravitazionali. A seguito di tali rivelazioni, l'Accademia reale svedese delle scienze ha assegnato il premio Nobel per la Fisica 2017 a Rainer Weiss, Barry C. Barish e Kip S. Thorne "per i decisivi contributi al rivelatore LIGO e l'osservazione delle onde gravitazionali" [12].

Come dimostrato dai rivelatori a terra, un moderno interferometro come LIGO o Virgo è in grado di misurare la differenza di cammino ottico della luce lungo due bracci ortogonali e uguali, in modo da vedere deformazioni della configurazione dello strumento dell'ordine di una parte su 10^{20} . Tale precisione permette di osservare variazioni delle lunghezze dei due bracci dovute al passaggio di un'onda gravitazionale. Tuttavia, LIGO e Virgo sono rivelatori interferometrici situati sulla Terra e con essa solidali. Questo costituisce di per sé un limite alle possibili misurazioni di onde gravitazionali per via delle vibrazioni sismiche della Terra e dei movimenti delle masse che la compongono. Tali

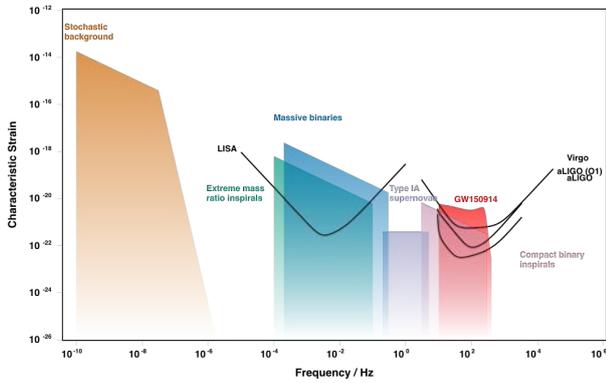


Figura 3: Confronto tra la sensibilità degli interferometri a Terra, LIGO e Virgo, e LISA, il primo osservatorio di onde gravitazionali dallo spazio [26].

sorgenti di rumore risultano al momento inevitabili ed impediscono qualsivoglia rivelazione di un'onda gravitazionale al di sotto della frequenza caratteristica di ~ 10 Hz. Tuttavia, la maggior parte delle sorgenti di onde gravitazionali legate ai fenomeni più energetici nell'Universo emette onde gravitazionali a frequenze più basse di un Hertz ed in particolare nella banda del millihertz (10^{-3} Hz) (vedi Figura 3). Essi sono dovuti cioè a fenomeni che hanno una scala dei tempi caratteristica dell'ordine di minuti, ore o addirittura giorni. Esempi di tali fenomeni astrofisici sono binarie di stelle di neutroni, binarie di buchi neri supermassicci dell'ordine di milioni di masse solari oppure buchi neri supermassicci intorno ai quali orbitano piccoli oggetti compatti (EMRI, Extreme Mass Ratio Inspirals). Tali sorgenti di onde gravitazionali sono invisibili ai rivelatori LIGO e Virgo. I principali limiti degli strumenti di rivelazione a terra sono: la lunghezza dei bracci e i rumori legati alla terra. La lunghezza massima dei bracci (~ 10 km) è legata alla curvatura della Terra e limita il fattore al denominatore della sensibilità h di questi strumenti. Il rumore sismico e di gradiente gravitazionale della Terra, limitano invece le possibilità di misurare un'onda gravitazionale sotto la frequenza di 1 Hz. Per rivelare le onde gravitazionali a tali frequenze è necessario misurarle laddove questi disturbi cessano di esistere. Per questo motivo, l'agenzia spaziale europea sta sviluppando LISA (Laser Interferometer Space Antenna), il primo osservatorio di onde gravitazionali nello spazio.

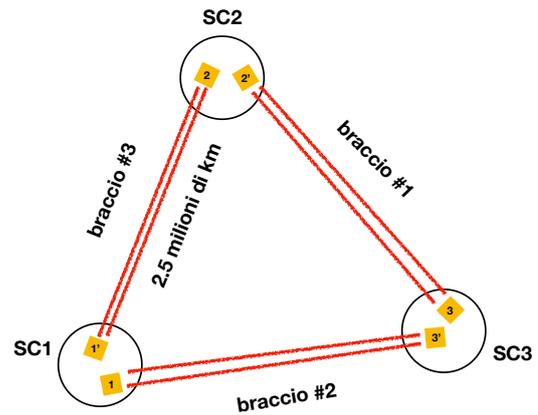


Figura 4: I satelliti sono posti ai vertici di un triangolo equilatero di lato 2.5 milioni di chilometri. Ogni satellite contiene due masse di prova in caduta libera che si scambiano fasci laser lungo i lati del triangolo.

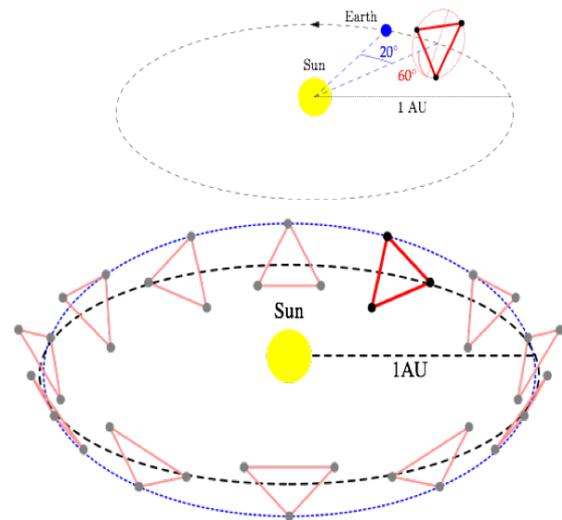


Figura 5: LISA segue un'orbita terrestre con il piano dell'osservatorio inclinato di 60° rispetto all'eclittica.

Il principio di funzionamento di LISA

LISA è un rivelatore di onde gravitazionali dallo spazio basato sul principio di misura dell'interferometria laser.

Esso è costituito da tre satelliti messi in orbita in una costellazione a triangolo equilatero di lato pari a 2.5×10^6 km [13] (vedi Figura 4). Tale

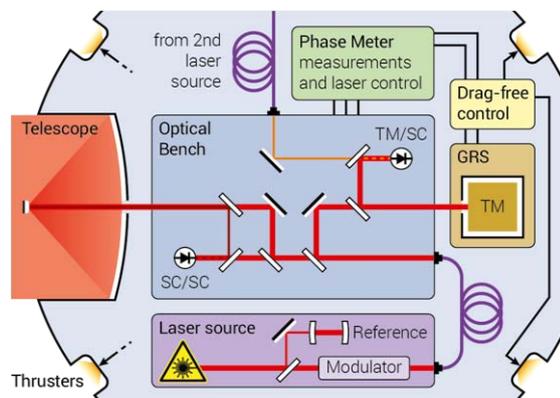


Figura 6: Lo schema di misura su un satellite della costellazione LISA. Il fascio laser proveniente dal satellite lontano viene ricombinato con quello locale. In più, una misura dello spostamento relativo tra massa di prova e satellite viene effettuato. Questa misura fa sì che il satellite inseguia la massa di prova mediante l'utilizzo di piccoli razzi. La misura interferometrica tra i satelliti e le due misure locali sui satelliti lontani costituiscono la misura finale di un braccio interferometrico.

costellazione giace su un piano inclinato di 60° rispetto all'eclittica e il suo baricentro orbita alla distanza di una unità astronomica (150×10^6 km) inseguendo l'orbita terrestre intorno al Sole (Figura 5). Questa risulta ad oggi l'unica orbita stabile in grado di garantire i requisiti di missione di LISA.

Al suo interno, ogni satellite ha due masse di prova in caduta libera lungo la direzione che unisce due satelliti lontani. Queste masse di prova rappresentano il sistema di riferimento inerziale rispetto al quale misurare il cammino della luce tra due satelliti distanti. Questo cammino viene misurato mediante l'utilizzo di un fascio laser stabilizzato di lunghezza d'onda $\lambda = 1064$ nm che è inviato da un satellite all'altro lontano e lì ricombinato con un fascio laser stabilizzato locale. La fase della luce ricombinata è infine letta da un misuratore di fase a bordo di ogni satellite (Figura 6). Queste misure di fase sono i segnali che contengono al loro interno le onde gravitazionali e misurano gli spostamenti relativi tra le masse di prova. Tali segnali vengono inviati a terra pronti per essere processati ed analizzati.

Il segnale interferometrico di LISA contenuto nei dati scaricati a terra è in realtà la combinazione di tre segnali interferometrici: uno che misura la distanza tra i due satelliti lontani e gli altri due

che misurano gli spostamenti relativi locali tra massa di prova e satellite locale, costruendo alla fine il segnale sintetico dato dallo spostamento relativo tra le due masse di prova lontane. Ognuno di questi segnali interferometrici risulta dalla combinazione di fasci laser che hanno percorso distanze molto diverse. Per esempio, l'uno ha percorso due milioni e mezzo di chilometri propagandosi nello spazio libero da un satellite all'altro, mentre l'altro ha percorso solo poche decine di centimetri essendo stato prodotto laddove la ricombinazione dei fasci avviene ed è misurata.

Il rumore legato alla fluttuazione della frequenza del laser, che in LIGO era soppresso dal fatto che i fasci di luce avessero percorso lunghezze identiche, qui non si cancella, ma anzi si trasforma in rumore nella fase misurata e quindi nello spostamento misurato. Tale rumore è proporzionale alla differenza di cammino effettuato dalle due sorgenti di luce che si ricombinano [14]. Se consideriamo un laser in cui la frequenza fluttua di qualche centinaio di Hertz, come nei laser di LISA, quando ricombiniamo due fasci che hanno percorso una differenza di cammino ottico pari a due milioni e mezzo di chilometri più o meno qualche decina di centimetri, questa ricombinazione produrrà un rumore in spostamento del laser che è circa sette ordini di grandezza più grande di quanto richiesto per poter rivelare le onde gravitazionali dallo spazio. Questo problema che sembrerebbe a prima vista insormontabile, ha una possibile soluzione. Quello che è necessario fare per sopprimere il rumore in frequenza del laser è sintetizzare a posteriori dei percorsi a bracci uguali per il cammino che luce compie lungo il nostro interferometro nello spazio. Ciò è possibile mediante una tecnica algebrica denominata Time Delay Interferometry (TDI) o interferometria a tempo ritardato, la quale consiste proprio nell'applicare opportuni ritardi alle serie temporali misurate dai vari misuratori di fase in modo da combinare fasci di luce che in realtà hanno percorso la medesima distanza [14]. Alla ricombinazione nell'immaginario beam splitter il rumore in frequenza del laser risulterà soppresso di molti ordini di grandezza, al livello necessario per effettuare una misura sensibile delle onde gravitazionali dallo spazio.

Ci sono poi ulteriori complicazioni che rendo-

no difficile utilizzare le stesse tecniche di misura usate nei rivelatori a Terra per i rivelatori dallo spazio. Per esempio, nei rivelatori dallo spazio le masse di prova, cioè gli specchi alla fine dei bracci dell'interferometro non possono essere sospesi a dei fili, proprio perché non vi è la Terra. Ciò rappresenta di per sé un vantaggio poiché disaccoppia qualsiasi disturbo esterno che altrimenti poteva essere trasferito mediante il filo alla massa di prova. Tuttavia rende necessario costruire un apparato di misura che inseguia queste masse di prova, le quali in linea di principio sono libere di muoversi sottoposte ai campi di forza che le circondano. Questo meccanismo di misura con masse libere comporta una dinamica delle masse di prova, e dunque un moto relativo tra le masse di prova agli estremi di un braccio interferometrico molto ampio, dell'ordine di alcune decine di metri al secondo. Ciò rende impossibile riproporre nello spazio una configurazione di misura nella quale la lunghezza dei bracci è uguale entro qualche millimetro, come avviene per i rivelatori a Terra.

Inoltre, in LISA non è possibile effettuare una riflessione del fascio incidente proveniente dal satellite lontano da parte del satellite ricevente per poi inviare indietro il segnale. Infatti, il fascio laser emesso dal primo satellite ha una potenza di ~ 2 Watt e un diametro di circa 30 cm. Dopo aver percorso 2.5×10^6 km, per via della naturale divergenza del fascio, la potenza di tale fascio laser misurata dal telescopio lontano sarà di qualche centinaio di piconWatt (100×10^{-12} Watt) e il diametro del fascio di circa 30 km. Riflettere indietro un tale fascio non genererebbe alcun segnale di ritorno visibile. Per questo motivo si applica la tecnica del transponder: si misura la frequenza e la fase del fascio incidente e se ne rimette uno nuovo con la fase agganciata a quella del segnale ricevuto, questa volta con potenza di 2 W.

Trascurando per un momento tutte le complicazioni tecniche della misura, è possibile immaginare l'intero osservatorio LISA come tre interferometri semi-indipendenti, ognuno costituito dalla combinazione di due bracci ad ogni vertice del triangolo (vedi Figura 4). La possibilità di avere tre interferometri ed il fatto che la costellazione abbia una sua orbita intorno al Sole permettono di migliorare le capacità dell'osservatorio

dal punto di vista della localizzazione spaziale delle sorgenti di onde gravitazionali, aprendo la strada ad ulteriori sviluppi per l'astronomia a multi-messaggero. Avere al contempo funzionanti un rivelatore dallo spazio e i rivelatori a terra permetterebbe di vedere sorgenti di onde gravitazionali durante tutta la loro evoluzione, a partire da quando questi rappresentavano fenomeni in lenta evoluzione (visibili a LISA) fino a quando in maniera rapida e catastrofica la loro evoluzione finisce (visibili dai rivelatori a Terra). I rivelatori dallo spazio possono quindi avvertire i rivelatori di onde gravitazionali a terra, sensibili a frequenze più alte, sul momento esatto in cui il segnale visto dallo spazio attraverserà la loro banda di frequenza, dando al contempo importanti informazioni sulla loro localizzazione sulla sfera celeste.

LISA Pathfinder e la misura della caduta libera nello spazio

Come è stato detto nel primo capitolo, gli effetti osservabili di un'onda gravitazionale sono direttamente in competizione con gli effetti di qualsiasi forza spuria che agisce sulle nostre masse di prova. Per essere sicuri che quello che stiamo vedendo sia davvero un'onda gravitazionale è necessario garantire un adeguato livello di purezza per la caduta libera delle masse di prova nello spazio. Tale livello di purezza può essere espresso matematicamente mediante il seguente requisito sulla differenza di forza per unità di massa residua tra due masse di prova in caduta libera

$$S_{\Delta g}^{1/2}(f) \lesssim 3 \times 10^{-15} \sqrt{1 + \left(\frac{0.4 \text{ mHz}}{f}\right)^2} \times \sqrt{1 + \left(\frac{f}{8 \text{ mHz}}\right)^4 \frac{\text{ms}^{-2}}{\sqrt{\text{Hz}}}} \quad (1)$$

dove Δg è la differenza di forza per unità di massa residua tra due masse di prova in caduta libera e $S_{\Delta g}$ è la cosiddetta potenza spettrale di Δg che quantifica quanto rumore in Δg è ammesso ad ogni frequenza f misurata.

Il livello di purezza della caduta libera descritto dalla disequazione (1) implica la conoscenza de-

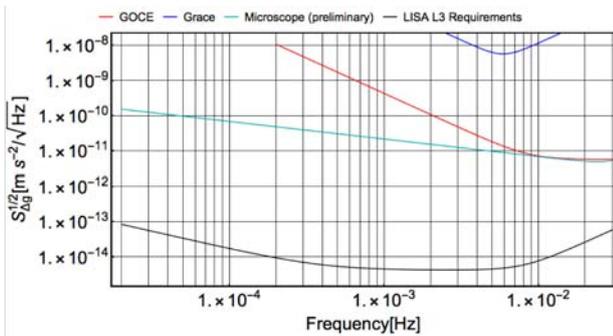


Figura 7: Lo stato dell'arte delle misure di caduta libera di corpi nello spazio prima del lancio di LISA Pathfinder nel 2015, confrontato con i requisiti di LISA. Lo spazio dei parametri dei disturbi in forza risultava inesplorato per svariati ordini di grandezza sia in ampiezza che in frequenza.

gli effetti di piccole forze agenti sulle masse di prova all'ordine del femto-g, cioè al di sotto di 10^{-15} g, dove $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ è l'accelerazione di gravità sulla Terra. Implica, inoltre, la loro coesistenza a frequenze basse (\sim mHz), cioè su scale dei tempi molto grande (\sim ore). Come descritto dalla Figura 7, la conoscenza di questo spazio dei parametri ($S_{\Delta g}^{1/2}$ e frequenza) era molto ridotta quando la missione LISA è stata pensata. Tuttavia, risultò subito chiaro che tale conoscenza era di enorme importanza e l'entità di tali forze spurie doveva essere stimata. Questa presa di coscienza fu l'inizio dell'avventura di LISA Pathfinder, il dimostratore tecnologico di LISA [15].

Ogni forza che agisce su una delle due masse di prova alle estremità di un braccio interferometrico imprime un'accelerazione ad essa rispetto al sistema di riferimento inerziale locale e così facendo mima il passaggio di un'onda gravitazionale. Tutte le forze di questo tipo sono forze locali, cioè sono forze che agiscono sulla singola massa di prova in virtù della sua posizione in quel punto. Esse perciò, a differenza delle onde gravitazionali, non influenzano o perturbano il moto della luce nel suo propagarsi nello spazio vuoto tra i due satelliti lontani. Tuttavia, non esiste alcun modo operativo ed osservativo per distinguere tra l'effetto del passaggio di un'onda gravitazionale e l'azione di una forza spuria sulle masse di prova. L'unica cosa che si può garantire è che il moto delle masse di prova, dovuto alle forze locali, sia minore di un certo valore richiesto. Ciò garantisce a sua volta che il moto visto sia pro-

prio dovuto alle onde gravitazionali. Per LISA, tale requisito è espresso nell'equazione (1).

Come è facile comprendere, per testare questo requisito sul moto locale di ogni singola massa di prova, non sarà più necessario considerare due satelliti lontani milioni di chilometri. In questa osservazione risiede la prima importante idea alla base della missione spaziale LISA Pathfinder: la riduzione del braccio dell'interferometro da 2.5 milioni di chilometri a solo 38 cm e il posizionamento delle due masse di prova, che in LISA sono in due satelliti differenti, nello stesso satellite. In questo modo, la misura dello spostamento relativo tra le due masse di prova in caduta libera, ed in particolare della loro accelerazione relativa, misura le forze spurie differenziali che agiscono sulle due masse di prova. Tuttavia, condizione affinché la misura abbia senso è che le due masse di prova siano effettivamente in caduta libera in uno stesso satellite e questo non è possibile. È facile capirlo avendo a mente l'entità delle forze che agiscono sulle masse di prova all'interno di un singolo satellite.

Nel caso di LISA Pathfinder, sulle due masse di prova agiscono delle forze costanti dovute principalmente alla forza di gravità che il satellite esercita su di esse e legate alla distribuzione di massa del satellite stesso. Il satellite genera forze differenziali sulle masse le quali fanno sì che la posizione relativa tra le due masse diverga rapidamente e che, presto o tardi, esse collidano sul satellite che le contiene, portando inevitabilmente alla fine dell'esperimento [16]. Per questo motivo, LISA Pathfinder applica un principio di controllo delle masse di prova e del satellite tale da rendere la configurazione di misura, con le due masse libere e senza contatti con il satellite, stabile per periodi anche molto lunghi, almeno dell'ordine delle settimane. Per fare questo è necessario applicare delle forze di controllo sulle masse di prova che devieranno il moto di queste masse dalla loro pura caduta libera. Dall'analisi del moto delle masse di prova, è possibile recuperare le informazioni sulle forze spurie differenziali che agiscono su di esse.

Uno schema dell'apparato sperimentale portato in orbita da LISA Pathfinder è descritto graficamente in Figura 8 ed è costituito dalle due masse di prova, due cubi di oro-platino di lato 46 mm e massa 1.93 kg, ognuna all'interno di una

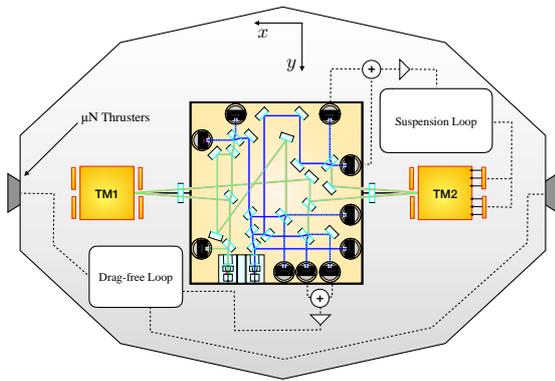


Figura 8: Una rappresentazione grafica di LISA Pathfinder. Due anelli di controllo, il drag-free loop e il suspension loop, utilizzano le misure interferometriche della distanza tra TM_1 e satellite e TM_1 e TM_2 per controllare la stabilità del sistema. Queste misure interferometriche sono poi usate per misurare il rumore in accelerazione differenziale delle masse di prova, Δg .

“gabbia metallica” chiamata Electrode Housing (EH) [17]. Le masse di prova non hanno alcun contatto diretto con essa. Degli elettrodi posizionati sulle facce interne dell’Electrode Housing permettono sia di applicare forze elettrostatiche alla massa di prova, sia di misurarne la posizione all’interno di essa con una precisione di pochi nanometri. Ogni Electrode Housing è poi contenuta in una camera da vuoto in titanio. Altre importanti componenti che costituiscono, assieme a quanto descritto fino ad ora, il cosiddetto Gravity Reference Sensor (GRS) sono: un sistema di carica e scarica elettrica della massa di prova, mediante lampade a raggi ultra violetti (raggi UV) che quindi sfruttano l’effetto fotoelettrico; un sistema di caging, necessario a tenere le masse di prova ferme durante le fasi di lancio, ed il cosiddetto GPRM (Grabbing, Positioning and Release Mechanism), per il graduale rilascio delle masse di prova nella Electrode Housing e per eventuali ricatture in seguito a malfunzionamenti del sistema.

Infine, fanno parte del GRS alcuni sottosistemi diagnostici composti per esempio da termometri e termistori per misure di temperatura, e bobine e magnetometri per misure di campo magnetico. È importante qui sottolineare come sin dal disegno iniziale di LISA Pathfinder, l’intenzione è sempre stata quella di creare un GRS che avrebbe dovuto direttamente, o con piccoli aggiustamen-

ti, volare in LISA. La verifica del funzionamento di tale apparato perciò risulta eccezionalmente importante.

Questo apparato, replicato esattamente anche per l’altra massa di prova, è agganciato saldamente al satellite e al banco ottico. Quest’ultimo è costituito da un piano di zerodur, un materiale che garantisce un’ottima stabilità termomeccanica. Gli elementi ottici sul banco sono saldati su di esso mediante una tecnica che permette di ottenere le caratteristiche di stabilità di un banco ottico monolitico, cioè come se fosse stato scolpito a partire da un singolo blocco di vetro. Tale banco ottico è attraversato dai fasci di luce laser dei diversi interferometri che fanno parte del sistema di misura di LISA Pathfinder. I due interferometri più importanti sono l’interferometro o_1 , che misura lo spostamento relativo della massa di prova in caduta libera, TM_1 , rispetto al satellite e l’interferometro differenziale, o_{12} , che misura lo spostamento relativo tra le due masse di prova, TM_1 e TM_2 . Queste due ultime misure citate rappresentano i segnali d’ingresso per il sistema di controllo della stabilità dinamica di LISA Pathfinder. Il segnale di o_1 viene usato come segnale di ingresso per il cosiddetto anello di controllo del drag-free (drag-free loop). Questo anello di controllo confronta la misura di o_1 con una misura di riferimento in modo tale da calcolare ed applicare opportune forze al satellite, affinché esso resti sempre centrato intorno TM_1 senza toccarla. Tali forze vengono applicate per mezzo di piccoli razzi posti sulla superficie esterna del satellite, che sfruttano il rilascio controllato di azoto per riuscire ad applicare forze sul satellite dell’ordine dei microNewton (10^{-6} kgm/s²). Allo stesso tempo, la misura di o_{12} viene confrontata con una misura di riferimento dall’anello di controllo della sospensione capacitiva (Suspension loop), che calcola quanta forza elettrostatica è necessario applicare alla seconda massa di prova, TM_2 , per inseguire perfettamente TM_1 . In questo gioco delle parti, TM_1 rappresenta il sistema di riferimento in caduta libera lungo l’asse che unisce i centri di massa delle due masse di prova. Tale direzione rappresenta l’asse lungo il quale si misura Δg . Anche gli altri gradi di libertà del satellite e delle masse di prova sono controllati con strategie simili permettendo quindi di avere

un sistema di misura stabile nel tempo. A partire dalle misure di o_1 e o_{12} e dalla conoscenza delle forze che il sistema di controllo ha dovuto applicare per tenere il sistema stabile è possibile ricavare l'entità delle forze spurie per unità di massa che agiscono sui due corpi ed in particolare misurare le forze differenziali che agiscono su di esse. La misura di queste forze rappresenta la quantità più importante che LISA Pathfinder ha misurato ponendo le basi per la fattibilità di qualsiasi possibile rivelatore di onde gravitazionali dallo spazio.

È possibile capire come LISA Pathfinder abbia effettuato la misura di queste forze per mezzo della seguente modellizzazione. Se chiamiamo x l'asse lungo la congiungente le due masse di prova (come in Figura 8) e scriviamo le equazioni del moto lungo quest'asse è facile verificare che per TM_1 , in caduta libera lungo x , si ha

$$\ddot{x}_1 = -\omega_1^2 x_1 + f_{SC} + g_1 \quad (2)$$

mentre per TM_2

$$\ddot{x}_2 = -\omega_2^2 x_2 + f_{SC} + f_{2,cmd} + g_2 \quad (3)$$

dove \ddot{x}_1 e \ddot{x}_2 rappresentano le derivate seconde rispetto al tempo delle coordinate x_1 ed x_2 rispettivamente, di TM_1 e TM_2 lungo l'asse x ; $\omega_{1(2)}^2$ rappresenta la derivata della forza rispetto a x su TM_1 (TM_2), f_{SC} la forza per unità di massa applicata al satellite, $f_{2,cmd}$ la forza per unità di massa applicata dagli elettrodi a TM_2 per inseguire TM_1 lungo l'asse x ed infine g_1 e g_2 le forze spurie per unità di massa agenti sulle due masse di prova. L'accelerazione differenziale tra le due masse di prova lungo x sarà data da

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = -\omega_2^2 x_2 + \omega_1^2 x_1 + f_{2,cmd} + g_2 - g_1 \quad (4)$$

dove $g_2 - g_1 \equiv \Delta g$ è l'accelerazione differenziale spuria che vogliamo misurare e che si può scrivere come

$$\Delta g = \ddot{x}_{12} + \omega_2^2 x_{12} + \Delta\omega^2 x_1 - f_{2,cmd} \quad (5)$$

dove $x_{12} = x_2 - x_1$ e $\Delta\omega^2 = \omega_2^2 - \omega_1^2$.

In maniera più precisa, è possibile scrivere l'equazione (5) considerando che $f_{2,cmd}$ è una forza calcolata da un computer e poi applicata su TM_2 da alcuni elettrodi. Essa perciò è applica-

ta con una incertezza incognita sia sull'ampiezza che sul tempo al quale essa viene applicata; $f_{2,cmd}$ è dunque in realtà data da $\lambda f_{2,cmd}(t - \tau)$, dove λ è il fattore di calibrazione della forza e τ è il ritardo nella sua applicazione reale rispetto al tempo di applicazione stabilito dall'orologio a bordo. Oltre a ciò, è necessario considerare che le coordinate x_1 e x_{12} , devono essere sostituite dalle analoghe quantità che rappresentano le misure ottiche, chiamate qui con lo stesso nome dell'interferometro di riferimento, o_1 e o_{12} . Queste, per loro stessa natura di osservabili misurate, introducono difetti legati al sistema stesso di misura, per esempio possibili effetti di cross-talk. In altre parole, esse sono quantità in cui il segnale è composto non solo dal segnale che si vuole misurare ma in parte ed inevitabilmente anche da un altro segnale non voluto proveniente da altre parti dell'apparato di misura. Considerato quanto precedentemente detto, l'equazione finale che descrive Δg diventa

$$\Delta g(t) = \ddot{o}_{12}(t) + \omega_2^2 o_{12}(t) + \Delta\omega^2 o_1(t) - \lambda f_{2,cmd}(t - \tau). \quad (6)$$

È dunque evidente che il calcolo di $\Delta g(t)$ ha delle incognite che sono date dai parametri ω_2^2 , $\Delta\omega^2$, λ e τ . Queste quantità devono essere stimate mediante lo studio di esperimenti di calibrazione nei quali viene stimolata la dinamica del sistema [18].

Una volta misurate le variabili incognite e calcolato Δg come in equazione (6) è necessario tenere conto che diversi fenomeni fisici possono contribuire in misura più o meno importante al suo valore finale. Tali contributi possono essere irriducibili, cioè legati a delle caratteristiche intrinseche ed immutabili del sistema dinamico e di misura, oppure riducibili, cioè quantificabili e legati a fenomeni la cui intensità può essere ridotta o il cui effetto può essere sottratto dai dati. Possiamo citare fra i vari contributi al rumore di LISA Pathfinder, quello introdotto dalle fluttuazioni dei voltaggi applicati per comandare le forze elettrostatiche sulle masse di prova, oppure il rumore dovuto alle particelle di gas residuo che circondano le masse di prova, detto rumore browniano, o anche il rumore legato alla carica elettrica che si deposita sulle masse di prova per via del continuo arrivo di raggi cosmici che in-

cidono sul satellite [19, 20]. Vi sono poi rumori legati alle forze indotte dai campi magnetici che circondano le masse di prova, o legati ad effetti termici e di fisica del vuoto.

Su LISA Pathfinder sono stati fatti numerosi esperimenti per determinare l'entità e quantificare i modelli che meglio descrivono questi effetti. I risultati finali sono stati pubblicati in diversi lavori [22, 23] e sono riportati nel paragrafo seguente. Essi mostrano che il livello di rumore in accelerazione che LISA Pathfinder misura è perfettamente compatibile con quanto necessario per costruire LISA.

I risultati della missione LISA Pathfinder

Il 3 dicembre 2015, la missione spaziale LISA Pathfinder è stata lanciata dallo porto spaziale di Kourou in Guyana Francese. Dopo poco meno di tre mesi, completato il tragitto che l'ha portata nel punto Lagrangiano L1 ad 1.5 milioni di chilometri dalla Terra nella direzione del Sole e dopo una prima fase di commissioning dello strumento (cioè dopo una serie di test che ne hanno verificato la funzionalità nominale) il primo marzo 2016 sono iniziate le operazioni della missione che ha impegnato gli scienziati di LISA Pathfinder nel successivo anno e mezzo. Svariate migliorie alla misura di Δg sono state apportate, alcune derivanti semplicemente dal passare del tempo, altre applicate dagli scienziati, grazie alla comprensione sempre più approfondita delle varie sorgenti di rumore.

Durante la fase di volo dall'orbita terrestre al punto Lagrangiano L1, una valvola che connette l'interno della Electrode Housing e lo spazio esterno è stata aperta per non essere mai più richiusa. L'apertura di tale valvola ha dato il via all'azione di una pompa naturale che estraeva molecole dalla camera da vuoto in titanio verso lo spazio esterno che si trova a pressione più bassa, diminuendo di conseguenza la pressione nella camera di titanio. Questo ha fatto sì che il rumore dovuto alle collisioni delle molecole presenti all'interno dell'Electrode Housing con la massa di prova (un rumore in accelerazione costante a tutte le frequenze e che dipende in maniera direttamente proporzionale dalla pressione) di-

minuisse nel tempo abbassando gradualmente la misura del rumore in accelerazione differenziale per frequenze tra 1 e 8 mHz.

Quando il satellite è arrivato in L1, il meccanismo di risancio delle masse di prova è stato azionato. Tale meccanismo ha permesso di liberare le masse dalla presa di due piccole dita metalliche. Questo rilascio era previsto avvenire con un impulso trasferito alla massa di prova non superiore a $20 \mu\text{m/s}$, in modo tale che il sistema di controllo elettrostatico, mediante elettrodi e senza contatto diretto, riuscisse a prendere il controllo delle masse di prova stesse. Nonostante le velocità di rilascio delle masse siano state superiori al requisito stabilito prima del volo, il sistema di controllo elettrostatico ha funzionato e la missione è potuta iniziare correttamente.

Una volta preso il controllo delle masse di prova, il sistema ha applicato le forze elettrostatiche a TM_2 per compensare gli effetti della forza gravitazionale del satellite sulle masse di prova. Maggiore è la forza da controbilanciare, maggiore sarà la forza elettrostatica da applicare ad esse e dunque maggiore il voltaggio da applicare. Questo fa sì, che data la relazione tra forza F e differenza di potenziale V per un attuatore capacitivo, $F \propto V^2$, se si assume che i voltaggi applicati fluttuino, allora la loro fluttuazione genererà un rumore in forza $\delta F \propto 2V\delta V$. Lo schema di attuazione predisposto è stato pensato affinché la forza che ogni singolo elettrodo debba applicare sia direttamente proporzionale alla massima forza che si può applicare alla massa di prova. In tale schema, ogni gradiente di forza (o equivalentemente ogni derivata prima della forza rispetto alla coordinata spaziale) dovuto all'applicazione di questi campi elettrostatici risulta per definizione costante [21]. Si capisce dunque che quanto più lo sbilanciamento gravitazionale da compensare è piccolo, tanto più sarà possibile abbassare il livello della forza massima da applicare e così facendo anche il rumore dovuto alle fluttuazioni del voltaggio applicato. Durante la missione, il livello di forza gravitazionale misurata da compensare è risultato molto più piccolo di quanto previsto da calcoli a terra ($\sim 50 \text{ pN}$ invece che $\sim 220 \text{ pN}$) e questo fatto ha permesso di abbassare gradualmente il rumore conseguente. È importante notare che il contributo di questo effetto era stato stimato a

Terra come la parte predominante del contributo al rumore dello strumento.

Un altro importante contributo all'abbassamento del livello di rumore è venuto dall'aver riconosciuto nei dati di LISA Pathfinder la presenza di effetti legati a forze non inerziali, cioè al fatto che la dinamica delle masse di prova era in realtà osservata da un sistema di riferimento che si muove di moto accelerato rispetto alle stesse fisse. È stato dunque possibile riconoscere che contribuivano al rumore in Δg sia la forza centrifuga che la forza di Eulero, rispettivamente legate alla velocità angolare e all'accelerazione angolare del satellite. Queste erano imposte al satellite per poter mantenere un'orientazione fissa del satellite rispetto alla posizione del Sole e della Terra. Infatti, durante tutta la missione, i pannelli solari del satellite dovevano puntare verso il Sole, per ovvie ragioni di alimentazione dell'apparato, e l'antenna verso la Terra, per garantire la comunicazione con il satellite ed il trasferimento dei dati a Terra. Questo controllo è stato effettuato a bordo di LISA Pathfinder per mezzo di piccoli telescopi il cui segnale è risultato essere particolarmente rumoroso a bassa frequenza (\lesssim millHertz). La presenza di queste forze fittizie domina il rumore in Δg intorno a $100 \mu\text{Hz}$. Tali effetti sono tuttavia stimabili e sottraibili dai dati. La sottrazione di questi effetti ha reso la misura di Δg del tutto compatibile con i requisiti di LISA.

Oltre alle correzioni appena descritte, è stata evidenziata nei dati la presenza di diversi impulsi in forza della durata variabile tra pochi secondi e diverse ore, la cui natura è tuttora sconosciuta, ma che per via del loro elevato rapporto segnale rumore sono stati trattati come segnali e sottratti ai dati originali. Tale sottrazione ha permesso di avere lunghe serie ininterrotte di dati che hanno a loro volta permesso di indagare meglio il rumore in accelerazione alle più basse frequenze.

Alle alte frequenze, maggiori di 30 mHz , le prestazioni dell'interferometro in termini di rumore sono state di gran lunga superiori alle attese ($\sim 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ invece di $\sim 10 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$) ed è stato dunque possibile vedere gli effetti di cross-talk dovuti all'apparato di misura ed alla sua geometria, in particolare legati al moto residuo del satellite. Mediante una modellizzazione di questi effetti e della loro influenza sulla mi-

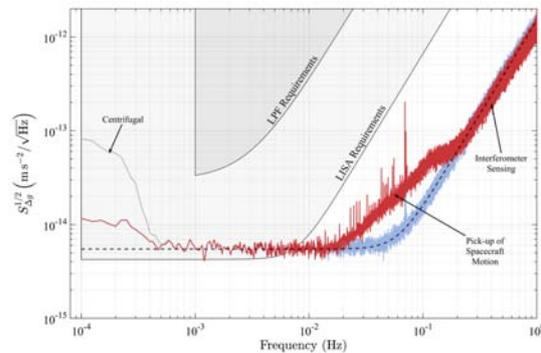


Figura 9: I risultati di LISA Pathfinder pubblicati nell'aprile del 2016 [22] mostrano un livello di rumore già in linea con quanto atteso per LISA. Gli effetti del cross-talk ad alta frequenza e della sottrazione della forza centrifuga sono visibili in figura.

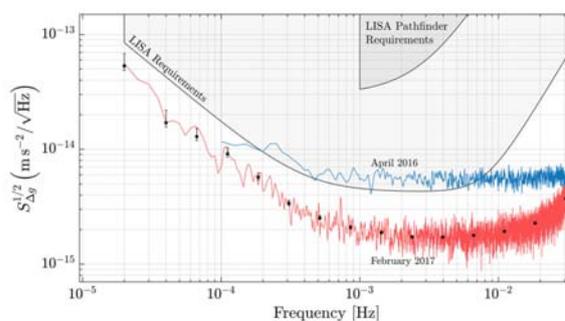


Figura 10: I risultati finali di LISA Pathfinder [23] mostrano un livello di rumore in Δg migliore dei requisiti di LISA.

sura è stato possibile eliminare la gobba ad alta frequenza visibile in Figura 9.

L'insieme di tutte queste correzioni ha permesso di misurare un livello di rumore nell'accelerazione residua tra due corpi in caduta libera senza precedenti, che ha sostanzialmente dimostrato la fattibilità di LISA. Le misure hanno posto su solide basi la nostra capacità di mettere masse di prova in orbita in caduta libera al livello di purezza richiesto [22, 23]. In più, grazie allo studio dei dati di LISA Pathfinder, sono stati sviluppati una serie di modelli per descrivere le varie componenti di rumore e la loro influenza su Δg . Tali modelli spiegano buona parte del rumore misurato. Tuttavia, resta una parte di rumore a bassissima frequenza che è tuttora sottoposta ad investigazioni.

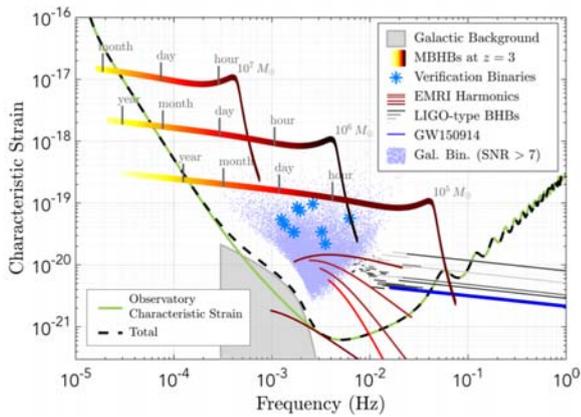


Figura 11: Schema riassuntivo delle possibili sorgenti di onde gravitazionali visibili da LISA (la sensibilità dello strumento è riportata in nero tratteggiato). LISA sarà in grado di osservare l'intera evoluzione di Binarie di Buchi Neri Supermassivi (MBHB), decine di migliaia di binarie galattiche, in particolare diverse binarie di verifica, gli Extreme Mass Ratio Inspirals (EMRI) e buchi neri simili a quelli rivelati da LIGO, con la possibilità di allerte per i rivelatori a Terra.

Il futuro di LISA

Nel 2017 l'Agenzia Spaziale Europea ha selezionato LISA come la terza grande missione del suo programma spaziale Cosmic Vision [24]. A metà del 2018 LISA è entrata nella cosiddetta fase A dello sviluppo delle missioni spaziali di ESA. Questa fase è caratterizzata dallo studio di fattibilità del progetto ed è portata avanti dagli ingegneri di ESA e delle industrie coinvolte, e dagli scienziati del consorzio di LISA [25].

La scienza che LISA può esplorare è estremamente vasta ed eccitante, e probabilmente buona parte di essa ci è totalmente sconosciuta al momento. Galileo Galilei non poteva sapere cosa aspettarsi quando per la prima volta puntò il suo cannocchiale verso il cielo.

Lo studio delle onde gravitazionali dallo spazio contribuirà alla nostra conoscenza sulla formazione delle galassie, andando ad indagare i vari scenari riguardo l'origine e la storia dei buchi neri supermassivi che ad oggi sappiamo popolare la quasi totalità dei centri galattici (vedi Figura 11). Inoltre, LISA sarà sensibile ad una enorme popolazione di sistemi binari formati da stelle compatte, come stelle di neutroni o nane bianche presenti nella nostra galassia. Alcune di queste binarie sono già note da osservazioni astrono-

miche e possiamo predire con precisione quale sarà il segnale di onda gravitazionale che dovremo misurare. Sarà il primo test della funzionalità dello strumento.

Lo studio del segnale proveniente dai sistemi binari di buchi neri supermassivi o dai sistemi con un rapporto di massa molto elevato (gli EMRI), composti per esempio da un buco nero supermassivo e da un piccolo oggetto compatto che gli orbita intorno, permetterà di effettuare test della relatività generale e verifiche sulla effettiva consistenza tra la metrica di Kerr e quella che circonda i dintorni del raggio dei buchi neri. Lo studio di questi oggetti permetterà anche una stima indipendente della costante di Hubble (la costante di espansione dell'Universo).

Nondimeno, una buona caratterizzazione dello strumento permetterà lo studio del fondo stocastico di onde gravitazionali di origine cosmologica o di contaminazione (come quello legato alle innumerevoli binarie compatte che sarà impossibile risolvere singolarmente).

Tutto questo apre numerose sfide che gli scienziati devono affrontare, tra cui merita una citazione a parte quella dell'analisi dei dati di LISA. LISA infatti, a differenza dei rivelatori a Terra, sarà dominato dal segnale astrofisico e non dal rumore dello strumento. Ci si aspetta di avere contemporaneamente nelle stesse serie di dati temporali centinaia o migliaia di sorgenti da analizzare con un grande rapporto segnale-rumore. Questo rappresenta una sfida tecnologica e di analisi dati molto importante che gli scienziati di LISA si stanno già preparando ad affrontare.

Infine, come anticipato all'inizio di questo paragrafo, tra queste migliaia di nuove sorgenti e segnali dal cosmo più profondo, l'inatteso è dietro l'angolo. LISA, il primo osservatorio di onde gravitazionali dallo spazio aprirà il sipario al palcoscenico cosmico: sentiremo finalmente la musica dell'Universo.



- [1] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) (1916) 688.
- [2] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) (1918) 154.
- [3] G. E. Marsh, Canadian Journal of Physics, **89** (2011) 1187.

- [4] J. Weber, *Physical Review Letters*, **22** (1969) 1320.
- [5] M. E. Gertsenshtein, L. Pustovoit, *J. Exptl. Theoret. Phys.* **43** (1962) 605.
- [6] R. Weiss, Quarterly progress report, MIT, (1972)
- [7] M. Maggiore, *Gravitational Waves, Volume 1: Theory and Experiments*, OUP Oxford (2007)
- [8] <https://www.ligo.caltech.edu>
- [9] <http://www.virgo-gw.eu>
- [10] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al., *Physical Review Letters*, **116** (2016) 061102.
- [11] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al., *Physical Review Letters*, **119** (2017) 161101.
- [12] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2017/summary/>
- [13] Amaro-Seoane, P., Audley, H., Babak, S., et al. 2017, arXiv:1702.00786
- [14] Tinto, M., & Dhurandhar, S. V., *Living Reviews in Relativity*, **17** (2014) 6.
- [15] Antonucci, F., Armano, M., Audley, H., et al., *Classical and Quantum Gravity*, **28** (2011) 094002.
- [16] Armano, M., Audley, H., Auger, G., et al., *Classical and Quantum Gravity*, **33** (2016) 235015
- [17] Anza, S., Armano, M., Balaguer, E., et al., *Classical and Quantum Gravity*, **22** (2015) S125.
- [18] Armano, M., Audley, H., Baird, J., et al., *Physical Review D*, **97** (2018) 122002.
- [19] Armano, M., Audley, H., Auger, G., et al., *Physical Review Letters*, **118** (2017) 171101.
- [20] Armano, M., Audley, H., Baird, J., et al., *Astroparticle Physics*, **98** (2018) 28.
- [21] Brandt, N., & Fichter, W., *Journal of Physics Conference Series*, **154** (2009) 012008.
- [22] Armano, M., Audley, H., Auger, G., et al., *Physical Review Letters*, **116** (2016) 231101.
- [23] Armano, M., Audley, H., Baird, J., et al., *Physical Review Letters*, **120** (2018) 061101.
- [24] <http://sci.esa.int/cosmic-vision/59243-gravitational-wave-mission-selected-planet-hunting-mission-moves-forward/>
- [25] www.lisamission.org
- [26] Moore, C. J., Cole, R. H., & Berry, C. P. L., *Classical and Quantum Gravity*, **32** (2015) 015014.

studi di Trento dove ha lavorato per la missione spaziale LISA, il primo osservatorio di onde gravitazionali dallo spazio. Ha partecipato alla progettazione, realizzazione ed analisi di alcuni esperimenti realizzati su LISA Pathfinder, il dimostratore tecnologico di LISA, durante tutta la fase operativa della missione occupandosi tra le altre cose degli esperimenti di calibrazione dello strumento. Attualmente è ricercatore presso il Dipartimento di Fisica dell'Università degli studi di Trento dove si occupa di studiare i contributi di rumore in accelerazione per LISA. È membro del LISA Instrument Group (LIG), del LISA Data Processing Group (LDPG) e co-dirige il LISA Simulation Working Group.

Daniele Vetrugno: ha conseguito il dottorato in Fisica presso l'Università del Salento nel 2012. Qui si è occupato dell'analisi delle mappe di radiazione di fondo cosmico prodotte dai satelliti WMAP e Planck, ed in particolare delle loro proprietà locali e globali. Nel 2012 si è trasferito presso il Dipartimento di Fisica dell'Università degli

Alla ricerca dei pianeti extrasolari

Onde possiamo stimare che de stelle innumerabili sono altre tante lune, altre tanti globi terrestri, altre tanti mondi simili a questo; circa gli quali par che questa terra si volte, come quelli appaiono rivolgersi ed aggirarsi circa questa terra.

Filippo Giordano Bruno (1548 ÷ 1600)

Francesco De Paolis, Achille Nucita, Gabriele Ingresso, Francesco Strafella

Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi", Università del Salento, Via per Arnesano, Lecce, Italia

Domenico Licchelli

R.P. Feynman Observatory, Gagliano del Capo, Lecce, Italia

Introduzione

La scoperta dei pianeti extrasolari (PE) è certamente uno degli sviluppi più eccitanti dell'astrofisica dell'ultimo quarto di secolo. Sebbene per secoli filosofi e scienziati abbiano considerato l'esistenza di PE orbitanti attorno alle stelle, è stato solo con la scoperta di 51 Pegasi b nel 1995 da parte dei due astronomi svizzeri Mayor e Queloz [1] che si è avuta la prima prova diretta della non unicità del nostro sistema solare. In effetti, dopo l'affermazione di Giordano Bruno dell'esistenza di un numero infinito di mondi abitati da esseri intelligenti, il primo cacciatore di pianeti fu Christian Huygens che, nel XVII secolo, puntò il suo telescopio verso diverse stelle, ma realizzò subito che l'impresa non aveva speranza di successo con le capacità osservative del tempo. I tre secoli successivi hanno visto solo falsi allarmi e scoperte presunte. In un articolo fondamentale del 1952, Otto Struve [2] propose per la prima volta di usare misure di alta precisione della velocità

radiale delle stelle per cercare PE. Ma si dovette aspettare il 1995 per dimostrare che la tecnica suggerita funzionava realmente sul campo.

I pianeti, paragonati alle stelle, sono corpi celesti piuttosto piccoli ed emettono una quantità trascurabile di radiazione. Ciononostante gli astronomi sono stati capaci di sviluppare una serie di sofisticate tecniche osservative adatte a scoprire tracce della loro presenza. Tra le cinque tecniche principali¹ utilizzate per scoprire i pianeti extrasolari, ognuna con i suoi pregi e difetti, citiamo le velocità radiali, i transiti, l'astrometria, la rivelazione diretta (o *direct imaging*), ed infine la microlente gravitazionale. Quest'ulti-

¹Tra le tecniche *minori* citiamo il metodo del *timing* che consente di scoprire PE attraverso l'analisi dei disturbi che essi causano su fenomeni periodici quali quelli che si hanno nel caso in cui la stella madre sia una pulsar, una stella variabile o anche un sistema binario ad eclissi. Questo metodo ha consentito di scoprire il primo (in realtà ne furono rivelati due) PE in assoluto attorno alla pulsar PSR 1957+12 [3]. Ad oggi ci sono 29 PE scoperti con questa tecnica.

ma gioca un ruolo particolare nella scoperta di pianeti di massa terrestre nella zona abitabile ed è così efficace da consentire la scoperta di pianeti a grandissima distanza dalla Terra ed anche in galassie vicine. Ad oggi il numero di PE scoperti con queste tecniche è di 3869 pianeti. Tra questi abbiamo 2887 sistemi planetari e 638 sistemi planetari multipli – costituiti cioè da più di due pianeti (per dettagli si veda il sito web <http://exoplanet.eu/>). In Fig. 1 viene mostrata la distribuzione in massa (in masse terrestri) e semiasse maggiore (in unità della distanza di abitabilità stella-pianeta) dei primi 1776 pianeti scoperti con i vari metodi. E' anche indicata la zona di abitabilità (dove è possibile la presenza di acqua allo stato liquido). La varietà, in larga parte non attesa, dei parametri fisici dei pianeti scoperti ha stimolato una nuova generazione di astrofisici a riconsiderare la questione della formazione dei pianeti e della loro evoluzione nei rispettivi sistemi solari. Stiamo ora iniziando a comprendere come si collochi il nostro sistema solare in questa ampia comunità di sistemi planetari.

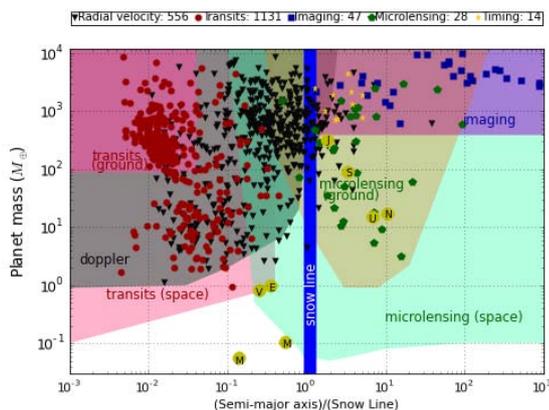


Figura 1: Distribuzione in massa (in masse terrestri) e semiasse maggiore (in unità della distanza di abitabilità stella-pianeta) dei primi 1776 PE scoperti con i vari metodi. E' anche indicata la zona di abitabilità (dove è possibile la presenza di acqua allo stato liquido). I vantaggi di osservazioni spaziali di transiti e microlenti sono chiari dalla figura.

Transiti

Il metodo di gran lunga di maggior successo nello scoprire e caratterizzare i PE è quello dei transiti, molto utilizzato soprattutto dopo il lancio

della missione spaziale Kepler che in breve tempo ha consentito di scoprire circa i tre quarti dei pianeti noti. Questa tecnica consiste nel misurare la diminuzione periodica del flusso proveniente da una stella causata dal passaggio di un pianeta che le orbita attorno. L'analisi della curva di luce che si osserva fornisce informazioni sulle dimensioni della stella e del pianeta e sul semiasse maggiore dell'orbita del pianeta. La tecnica favorisce la scoperta di pianeti giganti orbitanti vicino alla stella madre, ma il telescopio Kepler ha consentito anche la scoperta di un certo numero di pianeti di taglia terrestre orbitanti attorno a stelle relativamente piccole. Per alcuni dettagli facciamo riferimento al riquadro *Transiti planetari* e alle Fig. 2 e 3.

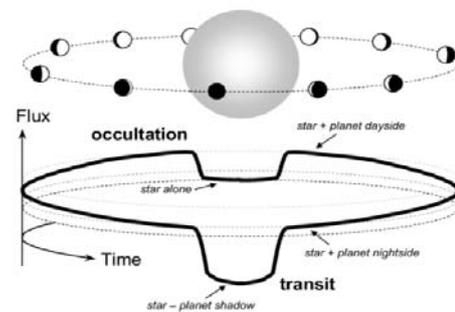


Figura 2: Schematizzazione di una curva di transito con l'eclisse primaria (transito), l'eclisse secondaria (occultazione) e le diverse fasi.

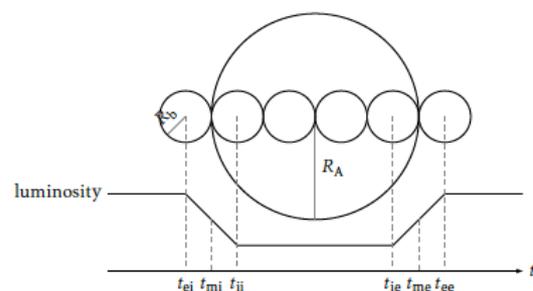


Figura 3: Schematizzazione di un transito di un pianeta di raggio R_b sulla stella madre di raggio R_A , con angolo di inclinazione $i = \pi/2$. I dischi più piccoli rappresentano le differenti posizioni del pianeta durante il transito. La curva al di sotto della stella rappresenta la curva di luce della luminosità della stella in funzione del tempo.

È facile calcolare la probabilità che un pianeta

in orbita circolare transiti sulla sua stella. Questa probabilità è data dall'angolo solido spazzato dall'ombra del pianeta normalizzato a tutto l'angolo solido

$$p = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} df \int_{\theta_0}^{\theta_1} \cos \theta d\theta \quad (1)$$

dove θ è l'angolo polare rispetto al piano orbitale, f è l'anomalia vera (l'angolo compreso tra il pericentro dell'orbita, il fuoco e la posizione del pianeta) e θ_0 e θ_1 definiscono l'estensione angolare dell'ombra proiettata dal pianeta (dunque $\theta_0 = -\theta_1$). Si ottiene dunque, tenendo conto che la geometria del sistema implica $\theta_1 = \arcsin(R_*/r_p)$ (R_* è il raggio stellare ed r_p la distanza stella-pianeta)

$$p = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{2R_*}{r_p} df \quad (2)$$

Nel caso dei pianeti in orbita eccentrica r_p non è più costante ma varia nel tempo ed r_p è una funzione del semiasse maggiore a_p e dell'eccentricità e dell'orbita, nonché di f , secondo la nota relazione

$$r_p = \frac{a_p(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (3)$$

Si ottiene quindi (ricordando che il raggio solare è $R_\odot \simeq 7 \times 10^5$ km)

$$p = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{2R_*(1 + e \cos f)}{a_p(1 - e^2)} df = \frac{R_*}{a_p(1 - e^2)} \simeq 0.0046 \left(\frac{R_*}{R_\odot} \right) \left(\frac{1AU}{r_p} \right) \quad (4)$$

che mostra come tale probabilità p aumenti all'aumentare dell'eccentricità dell'orbita (intuitivamente ciò è conseguenza del fatto che i pianeti spendono la maggior parte del tempo a grandi valori di f). In Fig. 4 si mostra l'eccezionale transito della stella TRAPPIST-1 in cui si nota chiaramente la presenza di tre pianeti. E' stato trovato che in realtà questo sistema planetario è caratterizzato dalla presenza di ben sette pianeti, due dei quali nella zona di abitabilità [4].

Nel 2006 presso l'Osservatorio R.P. Feynman è stato osservato il transito del pianeta XO-1b sulla sua stella (si veda Fig. 5) dimostrando che, con opportune accortezze in sede di acquisizione e di analisi dei dati, la tecnica dei transiti po-

teva essere replicata con successo anche con rivelatori commerciali abbinati a piccoli telescopi ed in ambienti cittadini fortemente penalizzati dall'inquinamento luminoso [5].

Tenendo conto della Fig. 3 è facile comprendere che dalla variazione del flusso nella curva di luce osservata

$$\frac{\Delta F}{F} \simeq \left(\frac{R_p}{R_*} \right)^2 \simeq 0.01 \left(\frac{R_p}{R_{Jup}} \right) \left(\frac{R_*}{R_\odot} \right)^{-2} \quad (5)$$

e dalla durata di ingresso ed egresso sia possibile stimare il raggio del pianeta R_p . Nella relazione precedente si è tenuto conto che il raggio di Giove è $R_{Jup} \simeq 7 \times 10^4$ km (circa un decimo del raggio solare).

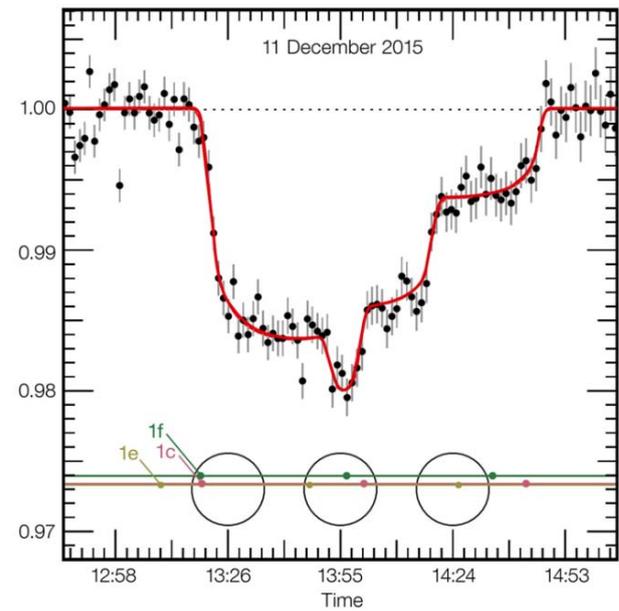


Figura 4: Il grafico mostra la variazione di luminosità della stella TRAPPIST-1 durante un transito triplo osservato l'11 dicembre 2015 [4]. Mentre la stella veniva osservata con lo strumento Hawk-I montato al telescopio VLT (Very Large Telescope) dell'ESO (European Southern Observatory), tre pianeti sono passati di fronte al disco della stella bloccando via via parte della sua luce (fino a circa il 2%) mostrando, per la prima volta, tre pianeti di dimensioni paragonabili a quelle della Terra.

Il metodo delle velocità radiali

La velocità radiale è la componente della velocità di una stella lungo la line di vista e può essere misurata tramite l'effetto Doppler, cioè lo spostamento della lunghezza d'onda delle righe

Transiti planetari

È possibile individuare alcuni istanti di tempo importanti in cui la curva di luce segnala l'inizio e la fine di un transito. Facciamo riferimento alla Fig. 3 per una rappresentazione schematica di un transito.

- Quando il pianeta è interamente fuori dal disco della stella si ha l'ingresso esterno o primo contatto (t_{ei}) e la luminosità proveniente dalla stella inizia a diminuire.
- Il tempo t_{ii} (secondo contatto o ingresso interno) corrisponde alla posizione in cui il pianeta è entrato completamente nel disco stellare e la luminosità cessa di diminuire.
- Il punto centrale tra questi due istanti definisce t_{mi} .
- Quando il pianeta è interamente nel disco e si muove verso l'esterno del disco stellare si definisce il tempo t_{ie} (egresso interno o terzo contatto) e la luminosità che viene dalla stella inizia ad aumentare.
- Il tempo t_{ee} definisce l'egresso esterno (o quarto contatto) quando il pianeta è uscito completamente dal disco stellare e la luminosità ritorna alla condizione iniziale.
- Il punto medio tra t_{ie} e t_{ee} definisce l'egresso medio t_{me} .

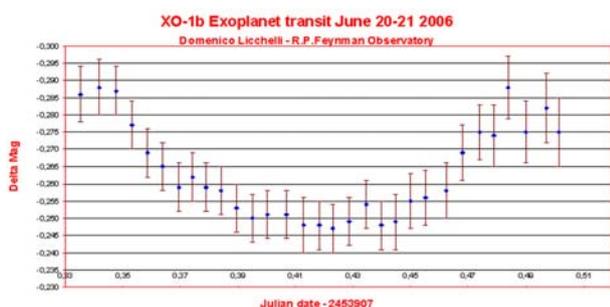


Figura 5: Il grafico mostra la variazione di luminosità (in magnitudini) della stella XO-1 durante un transito osservato nella notte tra il 20 e il 21 giugno 2006 all'osservatorio R.P. Feynman.

spettrali causato dal moto della stella relativo all'osservatore. Se la stella, di massa M_* è legata gravitazionalmente ad un altro corpo o ad un pianeta (di massa M_p), la velocità della stella lungo la linea di vista presenterà un comportamento periodico sovrapposto ad una velocità sistematica costante (la velocità radiale del centro di massa del sistema). Non è difficile dimostrare che la componente radiale della velocità della stella è data da

$$v_* = \frac{2\pi a_*}{P} \frac{M_p \sin i}{\sqrt{1 - e^2}} \quad (6)$$

dove i è l'angolo formato tra normale al piano orbitale del sistema binario stella-pianeta e la linea di vista, a_* è la distanza orbitale della stella rispetto al centro di massa, P è il periodo orbitale del sistema ed e è l'eccentricità orbitale. Mettendo a sistema l'equazione precedente con la terza legge di Keplero

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_* + M_p)}{4\pi^2} \quad (7)$$

e ricordando che, mettendosi nel centro di massa del sistema $a_* = aM_p/(M_* + M_p)$ si ottiene la cosiddetta semi-ampiezza della velocità radiale K della stella in funzione dei parametri del sistema binario:

$$K = \left(\frac{2\pi}{G}\right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \quad (8)$$

Da una procedura di *best fit* delle velocità radiali misurate è possibile ricavare la massa e gli altri parametri orbitali del sistema binario. Ad esempio nel caso del pianeta 51 Pegasi (si veda la Fig. 6) si ottiene $K = 56.04$ m/s, $P = 4.231$ giorni, $e = 0.014$ e $M_p \geq 0.47 M_{\text{Jup}}$. Notiamo solo che uno dei limiti della tecnica delle velocità radiali è quello di consentire generalmente

solo una stima del limite inferiore della massa del pianeta, la cosiddetta massa minima $M_p \sin i$, stima possibile una volta ricavata la somma delle masse M_* e M_p (che in pratica si riduce alla sola massa della stella essendo generalmente trascurabile quella del pianeta). A sua volta la massa stellare può essere stimata in vari modi, dall'analisi fotometrica e spettroscopica, al confronto con i modelli evolutivi stellari fino alle osservazioni di tipo asterosismologiche che consentono di determinare i parametri fisici della stella (in particolare massa, raggio e composizione chimica) dalle frequenze di pulsazione stellari.

Partendo dall'equazione (8) non è difficile convincersi che per individuare pianeti giganti con questa tecnica è necessaria una notevole precisione nelle misure spettroscopiche, in grado di rivelare velocità radiali almeno di 30 m/s o addirittura dell'ordine di 0.1 m/s per pianeti di tipo terrestre posti ad 1 UA dalla stella madre.

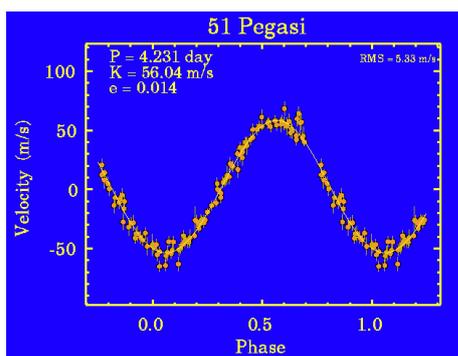


Figura 6: La componente radiale della velocità della stella 51 Pegasi [1]. I punti sul grafico indicano le misure effettivamente eseguite con il relativo errore. È chiara la forma sinusoidale della curva da cui è possibile ricavare i parametri fisici del pianeta.

Astrometria

Il metodo dell'astrometria è senza dubbio il metodo più antico tentato per cercare PE, ma forse anche quello che ha registrato la maggior percentuale di insuccessi². Già nel 1844 Bessel scoprì,

²Un celebre insuccesso fu l'annuncio nel 1963 della scoperta di un PE attorno alla stella di Barnard, ma osservazioni successive dimostrarono l'infondatezza del risultato, causato da rumore sistematico che affliggeva le osservazioni.

con misure astrometriche, che la stella Sirio aveva una compagna (denominata Sirio b), che si rivelò poi essere la prima nana bianca. Ciò certamente alimentò la fede nella potenza di questa tecnica. Ad oggi, tuttavia, solo quattro PE sono stati scoperti con questa tecnica e solo di uno è stato possibile stimarne il periodo orbitale.

Anche questo metodo, come quello delle velocità radiali, si basa sulla misura del *dondolio* stellare attorno al centro di massa del sistema stella-pianeta (si veda il riquadro *Astrometria*). A differenza del metodo delle velocità radiali, però, l'astrometria misura questo movimento nella direzione perpendicolare alla linea di vista. Purtroppo, le misure della posizione delle stelle nel cielo con la precisione necessaria per rivelare la presenza di un pianeta è tutt'altro che banale, e ciò spiega il motivo degli insuccessi di questa tecnica. In effetti si è dovuto attendere il 2010 per la scoperta del primo pianeta (HD 176051b) con la tecnica dell'astrometria. Il lieto fine della faccenda è costituito dal fatto che nel 2013 è stato lanciato dall'ESA una missione spaziale, Gaia, con il compito di fare una cartografia tridimensionale estremamente accurata della nostra galassia. Gaia determinerà la posizione e la distanza di quasi due miliardi di stelle della nostra galassia con altissima precisione e si prevede che con il rilascio del quarto catalogo, previsto per il 2022-2023, potranno essere scoperti migliaia di nuovi PE.

Rivelazione diretta

Mentre praticamente la totalità dei PE sono stati scoperti con metodi indiretti, l'unico metodo che consente di "vedere" un pianeta è quello della rivelazione diretta (o direct imaging), la tecnica più semplice da comprendere. In poche parole, si osserva una stella e si vede il pianeta. Semplice a dirsi ma estremamente difficile a farsi dato che l'intensità della luce riflessa da un PE è dell'ordine di un miliardesimo di quella irradiata dalla stella, dipendendo fondamentalmente sia dalla distanza del pianeta dalla stella che dalla dimensione della superficie del pianeta. Per vedere il pianeta occorre schermare la luce della stella utilizzando un coronografo, come si fa solitamente per studiare la corona solare e mettere in evidenza i brillamenti, o impiegare tecniche

Astrometria

Dato che stella e pianeta formano un sistema binario, essi ruotano attorno al proprio centro di massa (cdm) e, se a_* e a_p sono le rispettive distanze dal cdm, si ha che

$$a_* = \frac{M_p}{M_*} a_p, \quad (9)$$

dove M_* e M_p indicano la massa di stella e pianeta. Si vede quindi che lo spostamento a_* della stella è maggiore quanto maggiore è il rapporto M_p/M_* e a_p . Il metodo astrometrico è quindi più efficace per scoprire pianeti massivi orbitanti a grande distanza dalla stella madre. D'altra parte, poichè quello che realmente si può misurare è lo spostamento angolare della stella, vale a dire a_*/d (dove d è la distanza della stella da Terra) il metodo privilegia fortemente la scoperta di pianeti attorno a stelle piuttosto vicine.

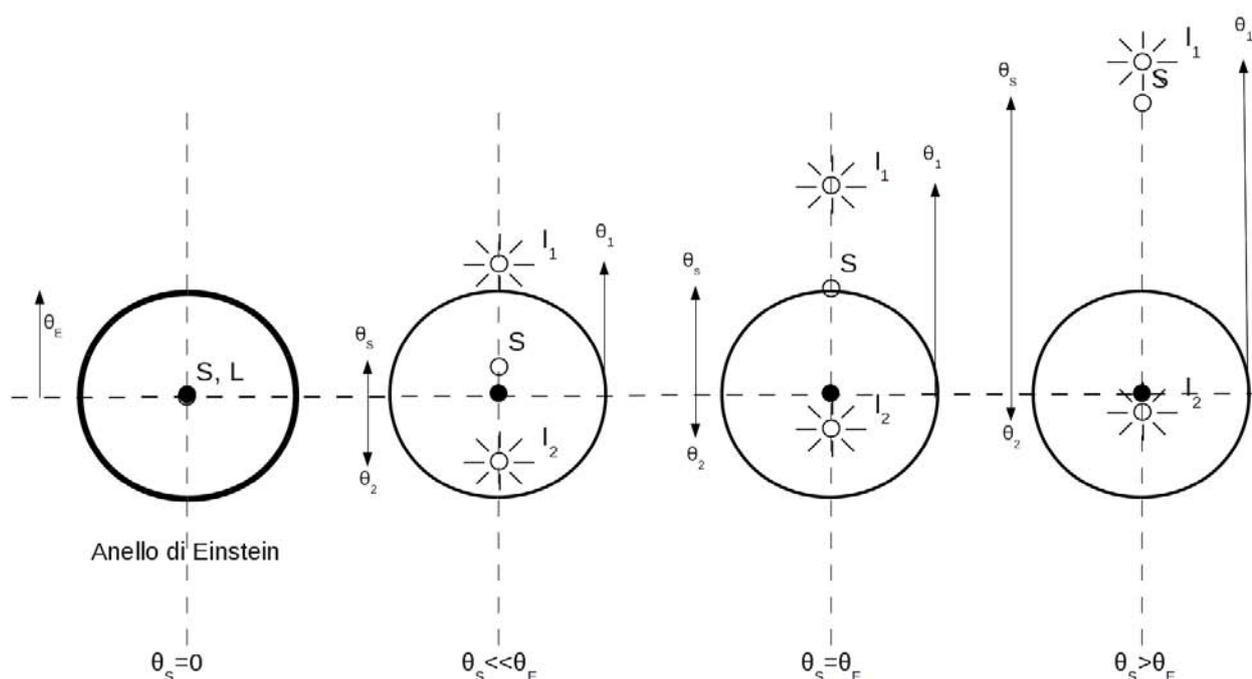


Figura 7: Posizioni angolari dell'immagine primaria (I_1) e secondaria (I_2) per quattro diversi parametri di impatto θ_S . La sorgente S è assunta essere puntiforme.

interferometriche per amplificare il segnale luminoso riflesso dal pianeta rispetto a quello proveniente dalla stella. L'interferometria consiste nell'utilizzare due telescopi separati da una *linea di base* la cui lunghezza D sia controllabile con estrema precisione. I fasci di luce (che assumiamo monocromatici con lunghezza d'onda λ) possono allora essere combinati con una differenza di fase di π così da annullare completamente la luce che proviene dalla stella centrale. L'ottica insegna che si avrà interferenza costruttiva per valori dell'angolo θ che soddisfano la condizione

$D \sin \theta = (2n+1)\lambda/2$, dove n è un numero intero. Variando D è possibile tentare di rivelare la luce riflessa dal pianeta a lunghezze d'onda visibili, o la sua emissione termica nell'infrarosso. Uno strumento ideale per questo tipo di misure è il Large Binocular Telescope Interferometer (LBTI) in Arizona (USA) che opera nella regione infrarossa dello spettro elettromagnetico, fra $3 \mu m$ e $5 \mu m$, e sulla carta dovrebbe essere in grado di rivelare PE più lontani di 0.03 secondi d'arco dalla loro stella.

Questa tecnica, che ha permesso di scoprire

fino ad ora 99 PE, consente di scovare pianeti piuttosto massicci e orbitanti a grande distanza dalla stella madre. Il più lontano dalla sua stella è 2M J2126-81 b che orbita ad una distanza di 6900 AU dalla sua stella mentre il più massiccio è WISE J0720-0846 con una massa pari a 62 volte quella di Giove.

Microlensing

Secondo la Teoria della Relatività Generale i campi gravitazionali sono responsabili della curvatura dello spazio-tempo cosicché i raggi di luce, che seguono delle *geodetiche nulle*, nell'avvicinarsi ad un corpo singolo e massivo subiscono una deviazione di un angolo pari a $2r_s/b$. Nella relazione precedente, $r_s = 2GM/c^2$ è il raggio di Schwarzschild del corpo (detto anche lente gravitazionale) di massa M e b è il parametro di impatto.

Dopo questa interazione gravitazionale, i raggi di luce possono proseguire il loro viaggio verso un osservatore a Terra che osserverà la formazione, nel piano della sorgente (e quindi al piano focale di un telescopio), di due immagini virtuali (I_1 e I_2 nella Figura 7). Le posizioni angolari delle immagini virtuali (θ_1 e θ_2 , rispetto al riferimento usato) sono soluzioni dell'equazione della lente $\theta^2 - \theta_S\theta - \theta_E^2 = 0$, dove θ_S rappresenta la posizione della sorgente e il *raggio angolare di Einstein* θ_E indica la scala caratteristica del fenomeno (per maggiori dettagli si veda [6]).

A titolo di esempio, nella Figura 7, riportiamo le immagini che sarebbero osservabili nelle diverse possibili configurazioni: la sorgente S , la lente L e l'osservatore sono perfettamente allineati (pannello all'estrema sinistra) e la simmetria circolare del problema suggerisce che debba formarsi (così come accade realmente) un anello luminoso (detto anello di Einstein) di raggio pari a θ_E . Per una data separazione angolare tra la sorgente e la lente, l'immagine della sorgente è duplicata (si vedano i pannelli successivi) nelle immagini I_1 (primaria) e I_2 (secondaria) e, al crescere del parametro di impatto, l'immagine secondaria si avvicina alla lente mentre la primaria se ne allontana. Per grandi distanze tra lente e sorgente, il fenomeno della lente gravitazionale cessa di manifestarsi e ritroveremo la stella S nella sua posizione originaria.

Si definisce *microlente gravitazionale* (o microlensing) il fenomeno appena descritto quando applicato ad una lente avente una massa dell'ordine di quella di un tipico oggetto stellare. Volendo quantificare la separazione angolare tra le immagini virtuali si nota che, nel caso di perfetto allineamento, essa è pari a $\simeq 2\theta_E$. Per una stella al centro della nostra Galassia distante circa 26000 anni luce e che subisce l'effetto di lente ad opera di un oggetto della massa del Sole posto a metà strada lungo la direzione di vista, il raggio angolare di Einstein corrispondente è $\simeq 0.001''$, molto al di sotto del potere risolutivo, ad esempio, del telescopio spaziale Hubble: in una situazione di questo tipo le immagini virtuali non possono essere risolte!

Fortunatamente, il fatto che l'intensità specifica (o brillantezza I , intesa come l'energia che attraversa una superficie dA , nell'intervallo di frequenze $d\nu$, nel tempo dt e nell'angolo solido $d\omega$ attorno alla normale alla superficie) si conserva e che le immagini multiple si sommano offre un modo per osservare gli eventi di microlente gravitazionale (osservando come la brillantezza di una stella cambia nel corso del tempo).

Infatti, se un'immagine è magnificata, essa sottrae un angolo solido maggiore rispetto a quello sottratto dalla sorgente in assenza della lente. Poiché questa immagine possiede la stessa intensità specifica (potenza per steradiante) della sorgente, allora l'osservatore misurerà un flusso (ottenuto integrando sull'angolo solido corrispondente) più grande. Analoghe considerazioni (ma con un effetto opposto) si hanno nel caso di un'immagine de-magnificata. Al netto quindi, durante un evento di microlente gravitazionale, il flusso osservato di una stella varia nel tempo secondo la legge $F(t) = A(t)F_0$, dove F_0 è il flusso della stella non amplificata e $A(t)$ rappresenta il fattore di amplificazione³ che dà la tipica forma di *Paczynski* alla curva di luce di un evento di microlente gravitazionale.

Poiché circa il 50% delle stelle si trova in un sistema binario (o multiplo) e che, come visto in precedenza, gli osservatori attuali stanno scoprendo migliaia di sistemi planetari con diversi

³Il fattore di amplificazione è dato da $A = (u^2 + 2)/\sqrt{u^2(u^2 + 4)}$ dove u è il parametro di impatto adimensionale definito da $u = \theta_S/\theta_E$. Se si ha un moto relativo tra lente e sorgente, u varia nel tempo secondo una legge assegnata.

metodi, è naturale generalizzare la teoria della microlente gravitazionale considerando una lente doppia o multipla.

Nel caso di una lente binaria (intesa come un sistema binario di stelle che amplifica – gravitazionalmente – la luce di una sorgente di fondo), la curva di luce risultante cambia drasticamente rispetto alla curva di Paczyński in maniera dipendente dai parametri del sistema binario (quali la separazione tra gli oggetti ed il loro rapporto di massa) e dalla geometria generale dell’evento (come la direzione del moto della sorgente e la velocità relativa tra lente e sorgente) [7].

Quanto asserito è anche vero nel caso in cui la stella primaria avesse per compagno un pianeta. Il metodo della microlente gravitazionale può quindi essere usato, sotto opportune condizioni, per *identificare* PE intorno alle stelle. Il metodo è inoltre sensibile a valori dei parametri orbitali del sistema (quali ad esempio l’angolo di inclinazione del piano orbitale rispetto alla linea di vista, la separazione tra la stella ed il pianeta ed il loro rapporto di massa) in generale difficilmente investigabili con le altre tecniche esposte in precedenza. Questo rende il microlensing (seppur intrinsecamente complicato rispetto alle altre tecniche) particolarmente affascinante agli occhi dei cercatori di PE tanto che, ad oggi, oltre 82 PE sono stati scoperti grazie ad esso.

Perché il metodo del microlensing è più complicato rispetto alle altre tecniche? Come anticipato, la curva di luce ottenuta in presenza di un sistema doppio di lenti dipende da un certo numero di parametri come, in particolare, il rapporto di massa q , la separazione b , il tempo t_0 in corrispondenza del quale la sorgente è alla minima distanza (proiettata nel piano del cielo) dal centro di massa del sistema binario, il tempo di Einstein t_E (che definisce il tempo scala caratteristico dell’evento), il parametro di impatto u_0 rispetto al centro di massa, il raggio della sorgente R_S , la traiettoria seguita dalla sorgente (inclinata di un angolo α rispetto all’asse del sistema binario), il fattore di *confusione* (o di *blending*) $f_s = F_*/(F_* + F_l)$ (che misura la percentuale di luce proveniente dalla stella rispetto a quella della linea di base - sostanzialmente sorgente più lente), e il livello di magnitudine di base della sorgente V_0 (qui F_* ed F_l sono i flussi provenienti dalla stella sorgente e dalla lente).

Questa abbondanza di parametri rende spesso difficile l’interpretazione dei dati osservativi.

Per un sistema binario, l’equazione della lente in forma complessa e adimensionale è data da [8]

$$\zeta = z + \frac{m_1}{z_1 + \bar{z}} + \frac{m_2}{z_2 + \bar{z}} \quad (10)$$

dove m_1 ed m_2 sono le masse delle componenti (con $m_2 < m_1$ e $q = m_2/m_1 < 1$), z_1 and z_2 le posizioni delle lenti, e $\zeta = \xi + i\eta$ e $z = x + iy$ le posizioni della sorgente e delle immagini. In questo modello, il sistema di riferimento è centrato nel punto medio della separazione b e la stella è posta a sinistra dell’origine. La posizione della sorgente rispetto al centro di massa della sistema binario (posto alla distanza $-b(1-q)/(1+q)$ dal centro) può essere espressa in forma parameterica da

$$\begin{aligned} \xi &= u_0 \sin(\alpha) - \frac{(t-t_0)}{t_E} \cos(\alpha) \\ \eta &= -u_0 \cos(\alpha) - \frac{(t-t_0)}{t_E} \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (11)$$

L’amplificazione di ciascuna immagine è data dallo Jacobiano J della trasformazione che trasforma il piano della sorgente in quello della lente. Notiamo che le posizioni delle immagini e della sorgente corrispondenti ad amplificazioni infinite ($\det J = 0$) formano le *curve critiche* nel piano dell’immagine e *curve caustiche* nel piano della lente. Infine, l’amplificazione totale $A(t)$ è ottenuta, per ciascun tempo, sommando su tutti i contributi delle singole immagini.

Nel caso di sorgente puntiforme, la soluzione dell’equazione della lente può avvenire o risolvendo un equivalente polinomio complesso del quinto ordine o attraverso la tecnica numerica del *ray tracing*. Nel primo caso il metodo è veloce ma inaccurato vicino alle caustiche (dove predice valori infiniti – e quindi non realistici – dell’amplificazione), mentre il secondo è robusto ma dispendioso in tempo di calcolo. Molto spesso è utilizzato un approccio ibrido tra il due metodo esposti in precedenza. A tutto questo si aggiunge la complicazione del fatto che la sorgente è angolarmente estesa (e quindi parti differenti del suo disco sono amplificate in maniera differente) e che la stella lente può contribuire alla luce osservata tramite il fattore di confusione. Perciò un modello teorico che possa descrivere la curva di luce di un evento di microlente binaria è dato

da

$$m_V = -2.5 \log [(A(t) - 1)f_s + 1] + V_0 - 2.5 \log f_s \quad (12)$$

e quindi dipende da nove parametri liberi. Un'eventuale procedura di adattamento ai dati sperimentali deve quindi affrontare un problema di minimizzazione di una funzione numerica e multi-dimensionale.

Si ricorda inoltre che l'evento di microlente è, per definizione, un evento transitorio che non avverrà mai più (o meglio la probabilità che l'evento si ripeta è $\simeq 10^{-7}$ per stella e per anno). Ogni PE potenzialmente scoperto tramite questa tecnica assume quindi il ruolo di *candidato* a PE. Nel riquadro *Un pianeta extrasolare nella costellazione del Toro* riportiamo brevemente la storia della scoperta e caratterizzazione dell'evento di microlente gravitazionale più vicino alla Terra.

Conclusioni

La scoperta di quasi 4000 pianeti extrasolari ha portato un notevolissimo avanzamento delle nostre conoscenze sui sistemi planetari. Comunque, i pianeti scoperti fino ad ora, la maggior parte con massa piuttosto grande, sono soprattutto attorno a stelle relativamente vicine. Tra i problemi chiave che si può passare ad affrontare, ora che iniziamo ad avere a disposizione una discreta statistica di PE, citiamo, ad esempio: i) I PE sono ugualmente numerosi attorno a stelle piccole e grandi? ii) I parametri fisici dei pianeti (massa, dimensioni, etc.) dipendono, e come, dalla stella madre? iii) L'abbondanza di elementi pesanti favorisce la formazione di pianeti, e perchè? iv) I sistemi planetari simili al nostro sistema solare sono comuni nella Via Lattea e nelle altre galassie? v) Quale è la distribuzione in massa e distanza dei PE in funzione del tipo spettrale e/o delle caratteristiche fisiche della stella ospite? vi) Ci sono e quanto sono comuni i pianeti terrestri nella zona di abitabilità (la zona dove può esistere acqua allo stato liquido)? vii) Perchè l'eccentricità dell'orbita di molti PE è così grande rispetto a quella dei pianeti nel nostro sistema solare?

Trovare un numero cospicuo di PE non solo nella Via Lattea ma anche in altre galassie - prima di tutto nella galassia di Andromeda (si veda

[12]) - e negli ammassi globulari (e questo può essere fatto praticamente solo con la tecnica del microlensing gravitazionale), è fondamentale per provare a rispondere a queste domande.



- [1] M. Mayor & D. Queloz, A Jupiter-mass companion to a solar-type star, *Nature*, 378, 1995, 355
- [2] O. Struve, Proposal for a project of high-precision stellar radial velocity work, *The Observatory*, 72, 1952, 199
- [3] A. Wolszczan, D. Frail, A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12, *Nature*, 355, 1992, 145
- [4] M. Gillon et al., Seven temperate terrestrial planets around the nearby ultracool dwarf star TRAPPIST-1, *Nature*, 542, 2017, 456
- [5] D. Licchelli, Exoplanet photometry from backyard observatory, *Memorie della Società Astronomica Italiana Supplement*, 11, 2007, 211
- [6] F. De Paolis, M. Giordano, G. Ingrosso, L. Manni, A. Nucita, F. Strafella, Macro / micro / retro lensing gravitazionale, *Ithaca*, Numero V, 2015, 19
- [7] P. Schneider & A. Weiss, The two-point-mass lens - Detailed investigation of a special asymmetric gravitational lens, *A&A*, 164, 1986, 237
- [8] H.J. Witt, Investigation of high amplification events in light curves of gravitationally lensed quasars, *A&A*, 236, 1990, 311
- [9] A.A. Nucita, D. Licchelli, F. De Paolis, G. Ingrosso, F. Strafella, N. Katysheva, S. Shugarov, Discovery of a bright microlensing event with planetary features towards the Taurus region: a super-Earth planet, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476, 2018, 2962
- [10] S. Dong et al., First Resolution of Microlensed Images, preprint arXiv:1809.08243, 2018
- [11] A. Einstein, Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field, *Science*, 84, 1936, 506
- [12] G. Ingrosso, S. Calchi Novati, F. De Paolis, Ph. Jetzer, A. Nucita, F. Strafella, Pixel lensing as a way to detect extrasolar planets in M31, *MNRAS* 399, 2009, 219



Note biografiche

Gli autori sono componenti del gruppo di Astrofisica del Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi" dell'Università del Salento e si occupano sia di analisi di grandi moli di dati che di problematiche legate all'astrofisica teorica.

Un pianeta extrasolare nella costellazione del Toro

Il gruppo scrivente ha recentemente scoperto e caratterizzato [9] un evento di lente gravitazionale *esotico*. L'evento indicato come TCP J05074264+2447555 (e successivamente ribattezzato come *l'evento di Halloween* poiché avvenuto durante la notte del 31 Ottobre 2017) è stato osservato usando un telescopio (un riflettore newtoniano del diametro di 300mm e rapporto focale $f/5.3$, dedicato ad osservazioni fotometriche e spettroscopiche di PE e stelle variabili) comandato da uno di noi (DL) presso l'osservatorio R.P. Feynman Observatory localizzato nell'area urbana di Gagliano del Capo (Le), nel sud del Salento. Data la sua natura, la sorgente è stata anche osservata in contemporanea da due telescopi (anch'essi di piccole dimensioni) dell'Istituto Astronomico dell'Accademia Slovaca delle Scienze localizzati a Stará Lesná (SL). Con rammarico, l'evento di Halloween non è stato osservato tramite il telescopio dell'Osservatorio Astronomico del Dipartimento di Matematica e Fisica *E. De Giorgi* in quanto, da tempo, la strumentazione necessita di manutenzione e la cupola, nel suo stato attuale, risulta inaccessibile.

La peculiarità dell'evento è data non tanto quella d'essere stato osservato da piccoli telescopi (cosa non affatto eccezionale), quanto alla sua posizione nel cielo. TCP J05074264+2447555 è infatti stato osservato verso la regione del Toro e quindi in direzione dell'anti-centro galattico. Infatti, la probabilità di osservare un evento di microlente gravitazionale dipende (come la profondità ottica dell'occorrenza) dalla densità delle sorgenti osservate e, quindi, delle possibili lenti coinvolte. Per dare un'idea, nel caso di osservazioni condotte verso il centro della Galassia il numero di eventi aspettato è di circa $\simeq 10^{-6} - 10^{-7}$ microlenti per anno e per stella monitorata. E' necessario quindi osservare un grande numero di sorgenti (cosa fattibile con le moderne CCD) con campagne osservative lunghe per avere un numero cospicuo di microlenti. Si comprende quindi come, per massimizzare la probabilità di scoperta, si debba guardare verso regioni del cielo dense di stelle e non, ovviamente, nella direzione del Toro dove, di stelle da osservare, ve ne sono poche!

Ciò nonostante, gli eventi di microlente possono accadere in qualsiasi direzione come appunto avvenuto nel caso dell'evento di Halloween. Dopo la sorpresa iniziale, si è subito riconosciuto l'evento come quello caratterizzato dalla lente gravitazionale più vicina alla Terra mai osservata sino ad oggi. Infatti la sorgente è una lente a circa 700 pc dalla Terra mentre la lente si trova a soli $\simeq 350$ pc da noi. In aggiunta, le osservazioni condotte hanno permesso di identificare, inequivocabilmente, una deformazione della curva di luce di microlente cosiccome accade, in genere, in presenza di una lente binaria. Seguendo una metodologia simile a quella descritta nel testo, il gruppo scrivente ha identificato un PE di tipo terrestre (avente massa tra 10 e 17 volte la massa della Terra) in orbita intorno ad una stella nana.

L'evento TCP J05074264+2447555 si è rivelato, a posteriori, un evento di straordinaria importanza in quanto ha consentito per la prima volta di risolvere le immagini delle singole immagini in un evento di microlente gravitazionale. Ciò è stato reso possibile dalle osservazioni effettuate dal gruppo guidato da Dong [10] al VLTI GRAVITY. L'angolo di separazione misurato tra le due immagini è stato di 3.78 ± 0.05 milliarcsec. Tra l'altro, questa misura contraddice in maniera diretta l'affermazione nel lavoro di Einstein [11] circa il fatto che le immagini in un evento di microlente non possano essere separate dalla stella sorgente.

La Materia Oscura

Marco Cirelli CNRS & Sorbonne Université, Parigi, Francia

La Materia Oscura costituisce l'84% del contenuto totale di materia dell'Universo: sappiamo che esiste, possiamo indovinare alcune delle sue proprietà, ma non abbiamo la più pallida idea di che cosa sia davvero. Scoprirlo è una delle grandi sfide della cosmologia e della fisica delle particelle dei nostri giorni.

Osservando il cielo stellato, a occhio nudo o utilizzando un telescopio, siamo confrontati a un'immensità di materia: i giganteschi pianeti del sistema solare, le centinaia di miliardi di stelle della Via Lattea, le sconfinite nebulose interstellari, le centinaia di miliardi di altre galassie, ciascuna con altrettante stelle, nebulose, pianeti...

Eppure, la materia che riusciamo in qualche modo a vedere, perché emette o riflette luce di qualsiasi frequenza, non è che una piccola parte di quello che l'Universo realmente contiene. Utilizzando altre tecniche di osservazione (di cui parleremo in dettaglio in seguito), le osservazioni astronomiche degli ultimi 80 anni circa ci hanno dimostrato che la maggior parte della materia contenuta nell'Universo è invisibile. Più precisamente, secondo le ultime stime ricavate dalla CMB (vedi sotto), questa materia invisibile è 5.4 volte più abbondante rispetto alla materia visibile, cioè costituisce l'84% del contenuto totale di materia dell'Universo.

Oscura?

La qualifica di Oscura si addice a questa materia in una duplice accezione. In primo luogo, perché si tratta di un tipo di materia che non emette e non riflette alcuna radiazione elettromagnetica (luce visibile, raggi X o altro) e che quindi in quanto tale è 'tecnicamente' oscura. In questo senso si potrebbe anche parlare di 'materia trasparente'. In secondo luogo, la materia è Oscura perché la sua natura è sconosciuta e misteriosa: l'aggettivo oscuro esprime di fatto la nostra ignoranza.

Le manifestazioni dell'esistenza della Materia Oscura

Le prove dell'esistenza della Materia Oscura sono molteplici e provengono da sistemi astrofisici di dimensioni molto differenti tra loro. I sistemi più piccoli, relativamente parlando, sono le galassie a spirale. A taglia intermedia ci sono gli ammassi di galassie. E alle dimensioni più grandi concepibili c'è l'evoluzione dell'Universo nella sua interezza. La Materia Oscura gioca un ruolo fondamentale a tutte queste scale.

Le curve di rotazione galattiche

Le galassie a spirale, come per esempio la nostra Via Lattea, hanno la forma di un disco appiattito, con un rigonfiamento centrale molto massivo e ricco di stelle (detto bulge) e una serie di 'bracci' più o meno serrati che danno loro, appunto, la

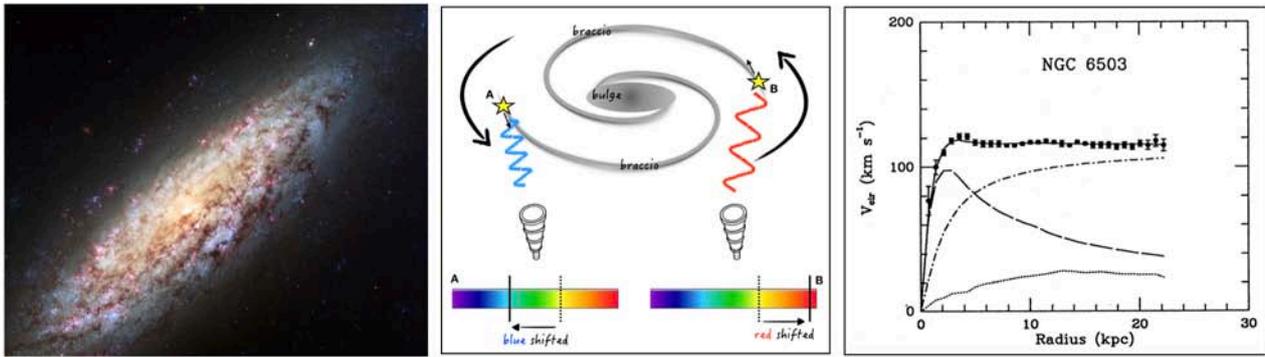


Figura 1: La galassia a spirale NGC 6503 (a sinistra, da un'immagine del telescopio spaziale Hubble) e a destra la sua 'curva di rotazione', misurata da Begeman et al. (1991). Il grafico della curva di rotazione rappresenta la velocità di rotazione attorno al centro della galassia di varie stelle (punti sperimentali) in funzione della loro distanza r dal centro (qui indicata con 'radius' in ascissa e misurata in kiloparsec, l'unità di misura astronomica che corrisponde a circa 3262 anni-luce). La linea tratteggiata corrisponde alla predizione $v_{cir} \sim 1/r$ in presenza della sola massa visibile (vedi testo). La linea continua corrisponde al contributo (subdominante) del gas diffuso. La linea a punto-e-tratteggio corrisponde al contributo della Materia Oscura che è necessario per fittare i dati. Al centro, uno schema che illustra l'effetto Doppler ottico, utilizzato per misurare le velocità di rotazione.

caratteristica forma a spirale. Le osservazioni mostrano che queste galassie ruotano attorno al loro asse centrale, come giostre per bambini. Lo sappiamo perché possiamo osservare, nella luce emessa dalle stelle che compongono i bracci, il cosiddetto effetto Doppler ottico, esatto analogo del familiare effetto acustico che modifica ad esempio il suono di un clacson che si avvicina o si allontana: la frequenza della luce emessa dalle stelle che ruotano in direzione opposta alla nostra direzione di osservazione viene spostata verso il rosso ('redshift') mentre quella delle stelle che ruotano verso la direzione di osservazione verso il blu ('blueshift'). In base alla quantità di spostamento verso il rosso o verso il blu della luce emessa possiamo misurare la velocità di rotazione di una data stella attorno al centro, e quindi tracciare una *curva di rotazione* della galassia stessa, come quella rappresentata in figura 1. La sorpresa che ci riservano tutte o quasi le curve di rotazione galattiche finora misurate è di essere *piatte*, ossia la velocità $v_{cir}(r)$ in funzione della distanza dal centro resta grossomodo costante. Questo è sorprendente perché la fisica Newtoniana di base ci insegna che per un oggetto celeste di massa m in orbita ad una distanza r attorno a una quantità di massa $M(r)$ inclusa all'interno di r , la forza 'centrifuga' apparente deve essere compensata dalla forza 'centripeta' di attrazione

gravitazionale

$$\frac{m v_{cir}^2(r)}{r} = G_N \frac{m M(r)}{r^2}, \quad (1)$$

dove G_N è la costante di gravitazione universale. Se, come è vero per le galassie a spirale, la stragrande maggioranza della massa M è concentrata nel *bulge* centrale, l'equazione (1) implica immediatamente

$$v_{cir} = \left(G_N \frac{M}{r} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

cioè la velocità di rotazione a grandi r dovrebbe diminuire con la distanza come $1/\sqrt{r}$, e non restare costante. Per parlare di un sistema ben più familiare, è come se le osservazioni mostrassero che tutti i pianeti del sistema solare ruotano attorno al Sole con la stessa velocità di Mercurio: Keplero di rivolterebbe nella tomba, e Nettuno dovrebbe schizzare via come un proiettile!

A meno di dichiarare il fallimento della legge di gravitazione di Newton (e vedremo che anche questa possibilità, per quanto speculativa, è stata considerata) non resta che una possibilità: dedurre che nelle galassie esiste una gran quantità di materia, invisibile, che fornisce una forza di attrazione gravitazionale aggiuntiva. Questa materia è quella che chiamiamo Materia Oscura. Un semplice integrale dell'eq. (1) ci permette anche

di dedurre* che, quantomeno in prima approssimazione, questa materia è distribuita come un gas diffuso di densità $\propto 1/r^2$: molto denso al centro della galassia e diluito alla periferia.

L'astronoma americana Vera Rubin (1928-2016) è stata tra i primi a misurare con precisione le curve di rotazione delle galassie a spirale, in particolare la galassia di Andromeda. I suoi lavori più marcati datano dell'inizio degli anni '70, in collaborazione con Kent Ford (1931-), e contribuirono in modo determinante a convincere la comunità astrofisica della reale esistenza di una 'massa mancante'.

La dinamica degli ammassi di galassie

L'immagine in figura 2, pubblicata nel 2006 e composta sovrapponendo le osservazioni di vari telescopi, mostra una zona remota dell'Universo che è stata teatro di un evento spettacolare: circa 150 milioni di anni fa, due ammassi di galassie sono entrati in rotta di collisione l'uno con l'altro e si sono scontrati, in una specie di urto frontale di proporzioni gigantesche su un'immaginaria autostrada cosmica. In questo caso, l'ammasso più piccolo (detto 'bullet', proiettile) viaggiava da sinistra a destra nell'immagine e ha perforato, per così dire, l'ammasso più grande (il 'bersaglio') che viaggiava da destra a sinistra. Per questo il sistema è chiamato 'bullet cluster', o 'ammasso del proiettile'. Le galassie, visibili come punti lu-



Figura 2: Il 'bullet cluster', ammasso proiettile. [Diritti immagine: NASA/CXC/CfA/STScI/ESO-WFI/Magellan/U.Arizona]

* Dall'eq. (1) deduciamo che, se v_{cir} è costante, $M(r) = \int dV \rho(r) \sim r$, dove $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ è l'elemento di volume e ρ è la densità di materia, e quindi $\rho(r) \sim 1/r^2$.

minosi nell'immagine, non sono state particolarmente influenzate dalla collisione: hanno certo sentito il richiamo gravitazionale dell'altro ammasso ma hanno sostanzialmente continuato la loro corsa, quali corpi puntiformi su queste scale gigantesche. Oltre alle galassie, un ammasso contiene anche enormi nebulose diffuse, che sono costituite principalmente di idrogeno gassoso e che riempiono lo spazio tra una galassia e l'altra. Queste nubi, in falso colore rosso, hanno invece percepito la presenza l'una dell'altra: le molecole dei gas hanno interagito elettromagneticamente, le nubi si sono scaldate per attrito, hanno rallentato e stanno ora emettendo l'energia in eccesso sotto forma di raggi X, che rileviamo coi telescopi in orbita. Fino a qui, nulla di inatteso in questo sistema. La sorpresa consiste nel fatto seguente. Col metodo delle lenti gravitazionali, consistente nel rilevare la deviazione dei raggi luminosi di una sorgente di sfondo come predetto dalla Relatività Generale di Einstein (vedi fig. 3), ci accorgiamo della presenza di altre due grandi 'nubi' di materia, assolutamente invisibili sia nell'ottico che in altre lunghezze d'onda elettromagnetiche, ma ben presenti e di taglia addirittura superiore a quella delle nubi di gas, e che si sono passate attraverso nella collisione senza risentire di alcun effetto. Sono rappresentate dagli aloni blu in figura e si tratta di nubi di Materia Oscura. Il 'bullet cluster' è quindi un sistema astrofisico particolarmente utile e prezioso: come conseguenza della collisione cataclismatica avvenuta nel passato, la materia oscura (in blu) è spazialmente separata dalla materia ordinaria (in rosso) e questo permette di metterne in evidenza l'esistenza in modo decisamente convincente.

Gli ammassi di galassie ci forniscono un'altra prova importante dell'esistenza della Materia Oscura: studiando in dettaglio i movimenti delle galassie all'interno di un ammasso ci si rende conto che la massa totale del sistema è di gran lunga superiore alla massa visibile contenuta in tutte le galassie. Questa 'massa mancante' è di fatto la Materia Oscura. Fu proprio utilizzando questo metodo che essa fu ipotizzata per la prima volta, nei lavori pionieristici e visionari dall'astronomo Fritz Zwicky negli anni '30 del 1900. L'argomento è di nuovo molto semplice. All'interno di un ammasso le galassie non sono immobili: ciascuna possiede un moto proprio

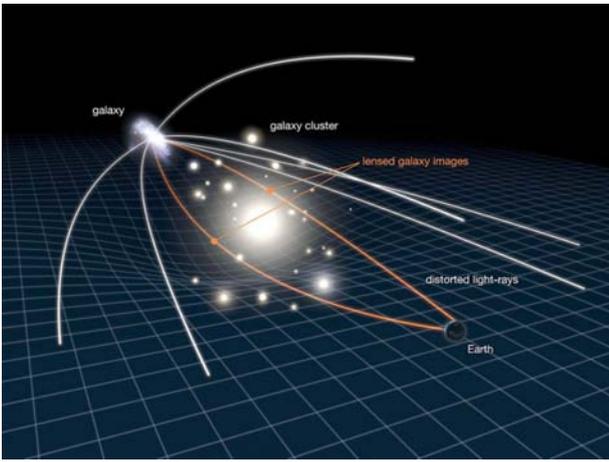


Figura 3: Schema del fenomeno di lente gravitazionale: l'immagine di una galassia sullo sfondo arriva distorta all'osservatore a causa del fatto che le traiettorie dei raggi luminosi vengono deviate dalla massa collocata nel mezzo, che deforma lo spazio-tempo. Dal grado di distorsione si può ricostruire la quantità e la distribuzione della massa che agisce da lente. Il metodo funziona anche se non conosciamo l'aspetto reale della galassia sullo sfondo. [Diritti immagine: NASA/ESA]

e si sposta rispetto alle altre pur restando duramente legata all'ammasso stesso, a causa dell'attrazione gravitazionale fornita da tutte le altre. Esiste un delicato equilibrio tra le velocità proprie, che tenderebbero a smembrare il gruppo allontanando le singole galassie, e l'attrazione gravitazionale, che tenderebbe a concentrarle tutte in un punto. La formulazione fisica di questo concetto intuitivo prende il nome di *teorema del viriale*. Il teorema afferma che l'energia cinetica totale K del sistema, cioè la somma delle energie di movimento delle singole galassie, deve essere grossomodo uguale all'energia potenziale gravitazionale V totale, affinché il sistema possa essere stabile su tempi cosmologici:

$$\langle K \rangle = -\frac{1}{2} \langle V \rangle. \quad (3)$$

In un ammasso idealizzato fatto di $N \gg 1$ galassie di massa m a uguale distanza r , questo permette di determinare la massa totale Nm a partire dalla velocità v e la dimensione tipica r

$$N \frac{m v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{N^2}{2} G_N \frac{m^2}{r} \Rightarrow Nm = \frac{2 r v^2}{G_N}. \quad (4)$$

Zwicky osservava l'ammasso di galassie nella co-

stellazione della Chioma di Berenice, consistente di circa 800 galassie in moto con velocità proprie dell'ordine di 1000 km/s. Applicando il teorema del viriale, Zwicky dedusse una massa totale di $10^{14} M_\odot$, dove $M_\odot \simeq 2 \times 10^{30}$ kg è la massa del Sole. D'altro canto, misurò che ognuna delle 800 galassie conteneva stelle e gas per circa $10^9 M_\odot$, il che implicava un totale di materia visibile di 'soli' $800 \times 10^9 M_\odot = 8 \times 10^{11} M_\odot$. Secondo i conti, l'ammasso conteneva quindi più di 100 volte più materia di quella visibile nelle galassie! Osservazioni più raffinate hanno poi mostrato che la stima ottenuta da Zwicky era in realtà esagerata. Le misure moderne indicano che la materia invisibile è soltanto circa 40 volte più abbondante di quella visibile. In ogni caso, la prova è convincente e il problema posto da Zwicky più di 80 anni fa è ancora in cerca di una soluzione.

L'evoluzione dell'Universo dall'infanzia al presente

Le ultime prove dell'esistenza della Materia Oscura (e la determinazione delle sue proprietà) ci vengono dalla cosiddetta *cosmologia di precisione*. Si tratta delle ultime prove in termini di ordine temporale con cui sono stata investigate, ma in realtà sono le più importanti e più decisive da un punto di vista quantitativo. D'altro canto, qui l'aspetto intuitivo viene meno: per capire tutti i dettagli bisognerebbe ripercorrere un intero corso di cosmologia dell'Universo primordiale e di formazione delle strutture. Si tratta di fatto di analizzare l'immagine dell'intero Universo osservabile, e della sua evoluzione, per dedurne gli ingredienti che esso contiene e le loro proprietà.

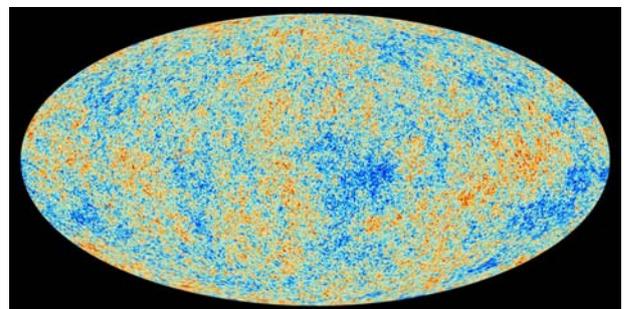


Figura 4: La radiazione cosmica di fondo (CMB). [Diritti immagine: ESA/Planck Collaboration]

La prima immagine dell'Universo a nostra disposizione è quella della *radiazione cosmica di fondo a microonde* (o *Cosmic Microwave Background*,

CMB), in figura 4, costituita dai fotoni liberatisi dal plasma primordiale 380,000 anni dopo il Big Bang e giunti oggi fino a noi. Nell'immagine sono mostrate le variazioni di temperatura media della CMB rilevate sulla volta celeste: i 'pixels' rossi rappresentano punti di osservazione del cosmo da cui i fotoni ci arrivano ad una temperatura leggerissimamente superiore a quella media di 2.725 gradi Kelvin; i 'pixels' blu quelli per cui la temperatura è leggerissimamente inferiore. L'immagine mostra quindi che il plasma primordiale da cui si liberarono i fotoni non era completamente omogeneo: aveva dei microscopici grumi, delle zone leggermente più dense (e delle zone leggermente meno dense), che sono all'origine delle differenze di temperatura. La distribuzione e la densità di queste inomogeneità della mappa della CMB ci permettono un accesso diretto alle condizioni in cui si trovava l'Universo primordiale. I risultati di tale analisi ci permettono di fare una scoperta straordinaria: l'Universo primordiale non conteneva solo materia normale, e cioè atomi di idrogeno che interagivano coi fotoni in modo stretto, ma anche un diverso e sconosciuto tipo di materia, caratterizzata dal fatto di non risentire per niente della presenza dei fotoni. Questa materia, ovviamente, è la Materia Oscura. In altre parole, se l'Universo contenesse solo materia normale (idrogeno, per semplicità), la distribuzione dei grumi nel plasma primordiale e quindi la disposizione delle variazioni calde e fredde della radiazione di CMB sarebbero completamente diverse da quelle osservate. La presenza della Materia Oscura ha come risultato un grado di granulosità superiore, in senso statistico, a quello di un Universo contenente solo materia ordinaria. Nelle inomogeneità della CMB è quindi presente l'impronta inequivocabile della Materia Oscura.

Un ultimo passo è necessario per apprezzare appieno il ruolo della Materia Oscura nel plasmare l'evoluzione dell'Universo, ed è il seguente. Che ne è dei grumi di densità che la Materia Oscura ha efficacemente contribuito a creare? La risposta è che essi sono di fatto il seme all'origine delle *grandi strutture cosmiche* (galassie, ammassi di galassie, super-ammassi di galassie) di cui l'Universo attuale è costituito. Nel corso dei miliardi di anni, ogni grumo microscopico presente nel fluido primordiale ha attratto materia

grazie alla forza di gravità ed è cresciuto, lentamente ma inesorabilmente, fondendosi con altri grumi, richiamandone altri ancora e senza sosta creando strutture sempre più grandi. Il processo di collasso gravitazionale ha trasformato le microscopiche sovra- e sotto-densità primordiali in giganteschi 'ammassi', 'super-ammassi', 'filamenti' e 'muri', alternati da grandi zone vuote e rarefatte, secondo quella che è stata chiamata la 'ragnatela' o l' 'impalcatura' cosmica. Questo processo è ricostruito fedelmente tramite simulazioni numeriche (vedi figura 5) e il risultato corrisponde perfettamente, in senso statistico, alle osservazioni della distribuzione di strutture nell'Universo osservabile. Capiamo quindi come la Materia Oscura sia il catalizzatore principale dell'esistenza delle grandi strutture cosmiche. Si può dimostrare che, in assenza di Materia Oscura, l'Universo avrebbe un aspetto molto diverso: il processo di accrescimento sarebbe molto meno efficiente, l'Universo avrebbe molte meno strutture e molta meno ricchezza di dettagli, in disaccordo flagrante con le osservazioni.

Di cosa si tratta (e non si tratta)?

Le osservazioni astrofisiche e cosmologiche appena discusse ci permettono di identificare alcune proprietà che la Materia Oscura, qualsiasi cosa essa sia, deve possedere. Le più fondamentali tra queste proprietà sono tre:

- Deve essere un tipo di materia *molto poco interagente*, sia con la materia ordinaria che con se stessa, come ci hanno insegnato ad esempio le osservazioni delle collisioni tra ammassi di galassie.
- Deve avere una agitazione termica molto ridotta, ossia essere costituita da corpi che si muovono lentamente. Se così non fosse, invece di attrarsi l'un l'altra le particelle scapperebbero via secondo un moto caotico e le grandi strutture non si formerebbero. In gergo, si dice che si deve trattare di materia 'fredda', cioè non relativistica, al momento dell'inizio della formazione delle Large Scale Structures (LSS) e in tutta l'evoluzione seguente. In formule $p \ll M \forall z < z_{LSS}$, dove p è la quantità di moto media delle particelle di Materia Oscura, M la loro massa e

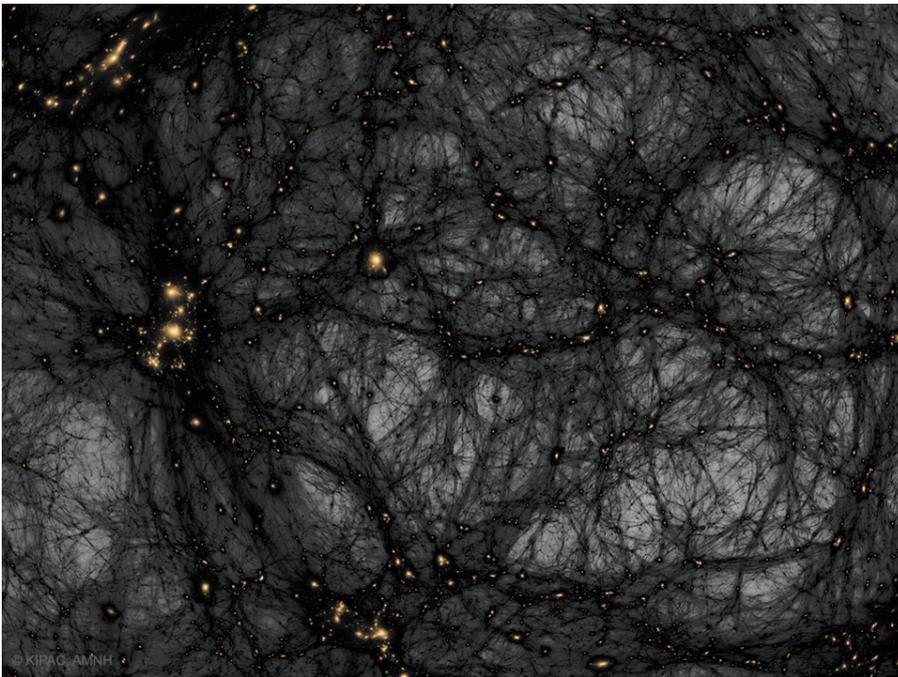


Figura 5: La distribuzione della Materia Oscura in una porzione di Universo. Immagini come questa, realizzata in questo caso dal gruppo di Tom Abel dell'Università di Stanford simulando il moto di 10^9 particelle di Materia Oscura sui alcuni dei più potenti clusters di calcolo esistenti, mostrano la cosiddetta ragnatela cosmica fatta di ammassi e filamenti che costituiscono l'impalcatura dell'Universo. Nei 'nodi' della ragnatela, più densi, si accumula per gravità la materia normale che forma stelle, nebulose e galassie (in giallo nell'immagine), uniche sorgenti di luce nell'oscurità cosmica. [Diritti immagine: Tom Abel & Ralf Kaehler (KIPAC, SLAC), AMNH]

z il redshift che parametrizza il tempo dell'Universo (per esempio, $z = 0$ è il presente, $z \simeq 1100$ è la formazione della CMB).[†]

- Deve trattarsi di un tipo di materia *non soggetta a decadimento* o disintegrazione naturale: la Materia Oscura era presente nel caotico brodo dell'Universo primordiale ed è ancora presente nelle galassie osservate oggi, a conferma del fatto che la sua 'vita media' è lunghissima o addirittura infinita.

Riassumendo, cerchiamo un tipo di materia invisibile, poco interagente, fredda e stabile.

Nel corso degli ultimi decenni si sono ipotizzati un gran numero di possibili candidati che rispondano a questi criteri. Se ci dimentichiamo per un attimo delle prove cosmologiche (CMB e LSS), una delle prime ipotesi che viene naturalmente formulare è che la Materia Oscura possa essere costituita di una popolazione galattica di un gran numero di bizzarri corpi celesti. Per esempio: asteroidi compatti troppo piccoli per essere rilevati, pianeti sfuggiti dalla loro orbita e troppo scuri per essere visti, cadaveri di stelle spente o buchi neri vaganti senza una meta nello spazio... Questo tipo di corpi celesti, denominati collettivamente 'MACHOs' per 'MAssive Compact Ha-

lo Objects', avrebbero le proprietà richieste. Per esempio, una popolazione di buchi neri vaganti sarebbe fatta di oggetti per definizione invisibili, poco interagenti in quanto remoti e isolati, lenti a causa della loro grande massa e immutabili in quanto stadio terminale dell'evoluzione stellare. I MACHOs sono stati infatti attivamente cercati negli anni '80 e '90, usando il fenomeno delle lenti gravitazionali: se l'Universo è riempito di questi oggetti, di tanto in tanto uno di essi passerà davanti ad una stella della nostra galassia, causando una deformazione dell'immagine e dell'intensità luminosa percepita. Le ricerche però sono state infruttuose e hanno prodotto stringenti limiti superiori all'abbondanza di questi corpi, che non possono quindi costituire la Materia Oscura (un'eccezione è però discussa nell'ultima sezione di questo articolo).

Convinti quindi che non si possa trattare di oggetti astrofisici macroscopici, rivolgiamo l'attenzione alle particelle elementari. L'idea è che una grande quantità di gas diffuso fatto di particelle con le buone proprietà possa rendere conto della massa mancante. Rapidamente però, ci troviamo di nuovo in un vicolo cieco: tenendo in conto tutte le evidenze discusse nel capitolo precedente, incluse ora anche quelle di natura cosmologica, ci si rende presto conto che nessuna delle particelle conosciute e recensite dal Modello Standard della fisica delle particelle elementari (la teoria per antonomasia del mondo subatomi-

[†]In fisica delle particelle si usano unità in cui la velocità della luce c è adimensionale (e posta uguale a 1). Quindi il momento p e la massa M sono quantità dimensionalmente congrue.

co) ha le proprietà richieste. I *neutrini* sono le particelle che arrivano più vicine al traguardo: sono particelle senza carica elettrica (quindi non interagenti con la radiazione elettromagnetica), interagenti solo tramite la forza nucleare debole e stabili. Tuttavia, manca loro la proprietà di freddezza: le misure cosmologiche ci indicano che la loro massa è molto piccola e quindi l'energia termica che essi acquisiscono a contatto col bagno termico dell'Universo primordiale invalida la condizione $p \ll M$.

In questo senso, i fisici ritengono che il problema della Materia Oscura sia uno degli indizi più concreti dell'esistenza di una 'fisica nuova', che vada oltre il Modello Standard.

Negli ultimi decenni, sono stati proposti una moltitudine di candidati. Le idee spaziano da particelle chiamate *neutralini* predetti dalla Super-Simmetria (la teoria che, tra le altre cose, prevede di associare una nuova particella, detta partner super-simmetrico, ad ognuna di quelle conosciute) a particelle di *Kaluza-Klein* ipotizzate dalle teorie che prevedono che lo spazio-tempo abbia più di 4 dimensioni, da un nuovo tipo di neutrini pesanti, detti *sterili*, a un tipo di particelle estremamente leggere, dette *assioni*, che potrebbero risolvere una delle inquietanti incongruenze del Modello Standard, cioè il cosiddetto *strong CP problem*.

Ricerche sottoterra, nello spazio e in laboratorio

Le osservazioni cosmologiche (discusse precedentemente) ci hanno portato alla convinzione che la Materia Oscura è presente in forma di 'gas diffuso' di particelle esotiche nelle galassie, inclusa quindi in particolare la nostra Via Lattea. Il sistema solare, la Terra, noi stessi siamo immersi in questo gas. A causa delle debolissime interazioni con la materia ordinaria, le particelle di Materia Oscura passano attraverso i corpi celesti, i pianeti, la roccia, senza praticamente alcun disturbo. Per avere un'idea concreta, la teoria ci dice che se la Materia Oscura è costituita per esempio di neutralini super-simmetrici di una massa di 100 GeV ,[‡] in ogni singolo istante ci sono

[‡]In unità 'naturali', la massa è misurata in unità di energia come l'electronVolt e le sue potenze. Un protone ha una

circa 3 particelle in un volume di un litro, e ciascuna di essa sta passando in una direzione casuale con una velocità tipica (distribuita secondo una curva di Maxwell-Boltzmann) di 220 km al secondo. Un modo di ricercare la Materia Oscura è quindi quello di mettere tutto in atto per cercare di afferrare una di queste particelle di passaggio, o almeno vederne gli effetti in qualche modo.

Affinché questo sia possibile, una cosa deve però essere vera: la Materia Oscura deve *aver una qualche interazione*, per quanto flebilissima, con la materia ordinaria (oltre all'interazione gravitazionale). Come abbiamo visto precedentemente, questo è ammesso dalle osservazioni cosmologiche: esse ci dicono che la Materia Oscura deve essere 'molto poco interagente' con la materia ordinaria, ma nulla vieta l'esistenza di una debole interazione. Anzi, in realtà la maggior parte delle teorie di fisica delle particelle predicono che questo sia il caso. Ad esempio, una classe molto ampia di teorie predicono che la Materia Oscura interagisca attraverso la forza nucleare debole (Materia Oscura di tipo *WIMP: Weakly Interacting Massive Particles*).

Un altro indizio che deve guidare la ricerca sperimentale è la *massa* prevista delle particelle di Materia Oscura. È importante realizzare che l'astrofisica e la cosmologia non danno alcuna indicazione su questo punto, ma solo sulla quantità totale di Materia Oscura contenuta in una galassia, un ammasso o una zona d'Universo. È invece dalle teorie di fisica delle particelle che possono venire delle previsioni. Ma la gamma di valori possibili resta estremamente vasta (vedi figura 6). Le strategie di ricerca sono quindi molto diversificate.

Ricerca diretta

Una grande categoria di ricerche è la cosiddetta *ricerca diretta* della Materia Oscura. L'idea è semplice: le particelle di Materia Oscura che attraversano la Terra hanno una probabilità piccolissima ma non nulla di interagire con la materia normale; si appronta quindi un rivelatore ultrasensibile, lo si posiziona in un ambiente ben schermato dai raggi cosmici ordinari e si aspetta che una particella di Materia Oscura colpisca il nucleo di un atomo del rivelatore, producendo un *rinculo*

massa di circa 1 GeV.

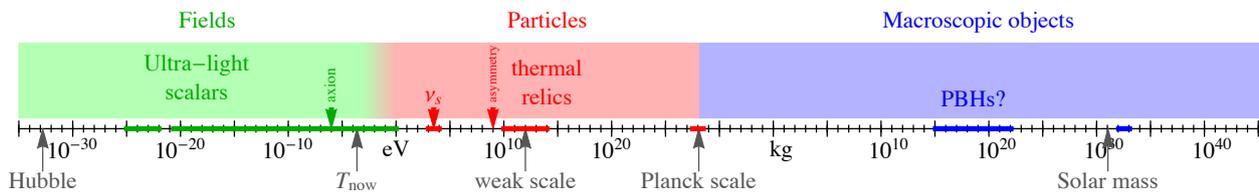


Figura 6: Range di masse possibili per la Materia Oscura, e alcuni candidati notevoli. Se la Materia Oscura è costituita di particelle (come plausibile) i candidati di maggiore interesse si collocano tra $\sim 10^{-6}$ eV (assioni) e 100 TeV (limite superiore di candidati prodotti come 'reliquie' dell'evoluzione termica dell'Universo). Le frecce nella porzione bassa della figura indicano qualche grandezza di riferimento: l'inverso della dimensione dell'Universo attuale osservabile (Hubble) corrisponde a una massa piccolissima, mentre la massa solare a quella dei candidati esotici più pesanti.

nucleare e quindi un flebilissimo segnale. Esperimenti di questo tipo sono installati in alcune delle miniere più profonde della Terra, e anche ai Laboratori Nazionali del Gran Sasso, in Abruzzo. Nonostante il gigantesco schermo naturale fornito dalla roccia, il rumore di fondo è comunque ancora troppo elevato per poter essere sensibili agli eventi rarissimi causati dalla Materia Oscura (che possono arrivare a un singolo evento di rinculo per anno!) e quindi altre strategie di discriminazione devono essere ideate. Una si basa sul fatto che il disco della Via Lattea ruota attorno al suo asse, immerso nell'alone di Materia Oscura che, per quel che ne sappiamo, resta statico. Il sistema solare è di fatto quindi immerso in un 'vento' di particelle di Materia Oscura che sembrano provenire dalla direzione di avanzamento. In aggiunta, la Terra gira attorno al Sole su un piano non troppo dissimile da quello della Galassia. Quando la direzione del moto della Terra è allineata e sommata a quella del Sole, il vento di Materia Oscura sembrerà avere un'intensità maggiore. Quando invece la Terra, nel periodo opposto dell'anno, gira le spalle alla direzione del vento, l'intensità di quest'ultimo apparirà minore. Si cerca quindi una *modulazione annuale* del segnale.

Ricerca indiretta

Un'altra grande categoria di ricerche prende il nome di *ricerca indiretta* della Materia Oscura. L'idea di base è, di nuovo, semplice. La maggior parte delle teorie prevedono che la Materia Oscura esista sotto forma di particelle e di antiparticelle. Questo è vero per tutte le particelle della materia ordinaria, ed è quindi naturale aspettarsi che sia il caso anche nel settore oscuro. L'alone

della Galassia sarebbe quindi formato da un'uguale quantità delle une e delle altre. Se una particella incontra una antiparticella, avviene un processo di *annichilazione* in cui la Materia Oscura e l'anti-Materia Oscura cessano di esistere e si trasformano in uno spray di particelle di materia ordinaria, cioè elettroni, positroni, protoni, antiprotoni, neutrini, raggi gamma... Questi vagano poi nella Galassia e possono raggiungere, con un po' di fortuna, i nostri rivelatori in orbita (per esempio l'esperimento AMS installato sulla Stazione Spaziale Internazionale) o al suolo (per esempio il telescopio a raggi gamma H.E.S.S.). Riuscire a registrare un tale flusso di particelle rappresenterebbe quindi un segnale inequivocabile della presenza della Materia Oscura nella Galassia.

Produzione agli acceleratori

L'ultima grande classe di ricerche è quella agli *acceleratori di particelle*, quali il Large Hadron Collider (LHC) del CERN di Ginevra. All'LHC la collisione di due protoni crea quello che si può definire un mini-Big Bang, nel quale si formano particelle nuove e diverse, e tra queste particelle potrebbero esserci delle particelle di Materia Oscura. Avremmo in questo modo prodotto in laboratorio, in condizioni controllate, la sostanza che riempie le galassie e regge l'Universo: un trionfo dell'ingegnosità umana... Un 'problema' concreto di questo tipo di ricerche è che le particelle di Materia Oscura interagiscono pochissimo con la materia, come abbiamo già detto, e quindi non lasciano tracce negli strumenti degli esperimenti ATLAS e CMS installati all'LHC. Come rivelarne dunque la produzione e come studiarle? La soluzione sta nell'analizzare le particelle



Figura 7: Visione d'insieme degli strumenti per la ricerca della Materia Oscura. In senso orario: il rivelatore AMS installato sulla Stazione Spaziale Internazionale, l'esperimento DAMA/Libra ai Laboratori sotterranei Nazionali del Gran Sasso, il telescopio H.E.S.S. in Namibia, l'esperimento CMS al CERN di Ginevra. [Diritti immagini: NASA, DAMA Collaboration, CERN/CMS, H.E.S.S. Collaboration]

visibili, e in particolare la quantità di moto con cui emergono dalla collisione. Se sono emesse tutte in una direzione preferenziale, ne deduciamo che delle particelle invisibili (la Materia Oscura!) sono emesse nella direzione opposta, in modo da bilanciare. Più precisamente, si dice quindi che si cerca un ammanco nella distribuzione delle particelle visibili nel piano trasversale all'asse di collisione.

Al momento attuale, a parte qualche intrigante caso non confermato, le ricerche dirette, indirette e agli acceleratori non hanno ancora trovato un segnale inequivocabile di Materia Oscura. Gli esperimenti continuano, estendendo gli studi verso regioni dello spazio di parametri non ancora sondate (masse più grandi o più piccole, interazioni ancora più deboli o ancora più esotiche).

Non trascurare alcuna ipotesi

Anche se l'ipotesi che la Materia Oscura sia costituita di nuove particelle elementari è di gran lunga la più accreditata nella comunità dei fisici, per tutta la serie di buone ragioni discusse sopra, è importante non tralasciare nessuna possibilità alternativa, almeno fino a che non si sia trovata una soluzione convincente.

Una ipotesi alternativa attualmente molto discussa riprende l'idea dei *buchi neri*. Come abbiamo visto precedentemente, l'idea che essi possano costituire la Materia Oscura è in contraddizione con: i) le ricerche dirette di MACHOs nell'alone galattico attraverso il fenomeno delle lenti gravitazionali e ii) col fatto che la CMB ci informa che nell'Universo primordiale era presente un tipo di materia radicalmente diverso dagli atomi di materia ordinaria (dopotutto i buchi neri, per

quanto oggetti esotici, sono formati a partire dal collasso di stelle e nubi fatte di atomi normali). È possibile aggirare queste contraddizioni? Sì, se consideriamo buchi neri che siano: i) di dimensioni tali da non generare l'effetto di lente gravitazionale (troppo piccoli o troppo grandi), e ii) generati ben prima della CMB e delle più precoci osservazioni cosmologiche. Si tratta dei cosiddetti *Buchi Neri Primordiali*, creati nei primissimi istanti dopo il Big Bang e in seguito completamente disaccoppiati dal resto della materia. Se avessero una massa di qualche decina di masse solari (cosa ancora marginalmente ammessa dai vincoli astrofisici, inclusi quelli dall'effetto di lente gravitazionale), potrebbero essere i buchi neri delle cui fusioni gli interferometri LIGO/VIRGO hanno rilevato le onde gravitazionali nel 2015 (premio Nobel per la fisica del 2017). Le discussioni sono in pieno svolgimento e studi ulteriori sono necessari per verificare se quantità, distribuzione e proprietà di questi corpi sono davvero quelle adeguate per spiegare la Materia Oscura.

Un'ipotesi più radicale prende spunto dall'osservazione, estremamente importante, che le manifestazioni avverate della Materia Oscura hanno tutte e solo a che fare con la gravità. La domanda sorge allora spontanea: invece di postulare l'esistenza di una massa mancante, non sarebbe forse il caso di chiedersi se è *la legge di gravità che deve essere modificata?* Non sarebbe la prima volta nella storia dell'astronomia e della scienza che ci si trova di fronte a un caso del genere. Intorno al 1840, gli astronomi erano alle prese con un mistero: l'orbita del pianeta Urano, all'epoca il pianeta più lontano del sistema solare, mostrava delle irregolarità in contraddizione con le leggi della meccanica celeste Newtoniana. Questo portò Urbain Jean Joseph Le Verrier, astronomo dell'Osservatorio di Parigi, a postulare l'esistenza di un 'pianeta mancante' la cui influenza gravitazionale spiegava le anomalie nell'orbita di Urano. E effettivamente un tale pianeta, Nettuno, fu scoperto nel 1846 da Johann Gottfried Galle, un astronomo di Berlino, quasi esattamente nel punto indicato dai calcoli di Le Verrier. Poco più tardi, fu il pianeta Mercurio a attirare l'attenzione degli astronomi: anche il suo moto mostrava una anomalia non predetta dalla gravità Newtoniana (la precessione del perielio). Le Verrier, sicuro del fatto suo, la interpretò come dovuta

all'esistenza di un altro pianeta, chiamato Vulcano, molto vicino al Sole. Nonostante decenni di ricerche e anche qualche falsa scoperta, Vulcano non fu mai trovato. Fu invece Einstein che dimostrò come l'anomalia fosse dovuta ad una correzione della gravità Newtoniana, importante in vicinanza di un corpo estremamente massivo come il Sole e perfettamente predetta dalla teoria della Relatività Generale. L'analogia con la situazione attuale è evidente: le 'anomalie' nelle curve di rotazione galattiche, nella dinamica degli ammassi di galassie e in cosmologia sono dovute a una nuova Materia (Oscura), come nel caso di Nettuno, o sono un segnale del fallimento ancora non compreso delle leggi di gravità, come nel caso di Mercurio?

Una proposta in quest'ultima direzione è quella della teoria MOND (*MOdified Newtonian Dynamics*), elaborata a partire dagli anni '80 dal fisico israeliano Mordehai Milgrom. In modo empirico, la teoria propone che al di sotto di una certa accelerazione critica $a_* \sim 10^{-10} \text{ m/s}^2$ (tipica delle stelle periferiche delle galassie a spirale) l'usuale legge di Newton $F = ma$ diventi $F = ma^2/a_*$. La dipendenza quadratica è scelta ad arte in modo che le curve di rotazione galattiche diventino piatte a grande distanza dal bulge centrale:

$$G_N \frac{m M(r)}{r^2} = F = \begin{cases} ma & a > a_* \\ ma^2/a_* & a < a_* \end{cases}, \quad (5)$$

$$v(r) = \begin{cases} (GM(r)/r)^{1/2} & \text{Newton} \\ (GM(r)a_*)^{1/4} & \text{MOND} \end{cases}. \quad (6)$$

Per quanto semplice e suggestiva, la teoria MOND non ha la capacità di spiegare le manifestazioni ascrivibili alla Materia Oscura su scale più grandi delle galassie. Anche le versioni più elaborate non riescono a spiegare al tempo stesso le curve di rotazione galattiche, la dinamica degli ammassi, la CMB e la formazione delle grandi strutture. Anche se non possiamo ovviamente escludere a priori che in futuro magari venga scovata la modificazione 'giusta' della gravità, non è per niente banale che un'ipotesi relativamente semplice quale quella di aggiungere una particella nuova alla lista di quelle conosciute possa risolvere problemi su scale così disparate. Ragion per cui la comunità resta in grande maggioranza convinta della bontà dell'idea della particelle aggiuntiva.

Non è inusuale in astrofisica e cosmologia che ipotesi apparentemente strampalate (ma in realtà basate su solidi indizi osservativi) si rivelino poi esatte. Si pensi ai neutrini, un altro tipo di particella elusiva e capace di attraversare la Terra senza interagire, ipotizzati nel 1930 da Wolfgang Pauli quasi per disperazione[§] e rivelati solo nel 1956. Si pensi al caso del bosone di Higgs, ipotizzato nel 1964 come conseguenza di una sostanza misteriosa (il campo di Higgs) che permea l'intero Universo e confermato solo nel 2012. La storia della fisica ci insegna che spesso, quando si tratta di penetrare i concetti più fondamentali della Natura, bisogna fare prova di audacia nelle proposte e di pazienza nell'attendere le risposte.



- [1] Gianfranco Bertone e Dan Hooper: "A History of Dark Matter", *arXiv* **1605.04909** (2016).
- [2] Stefano Profumo: *An Introduction to Particle Dark Matter*. World Scientific, Singapore (2017).
- [3] Marco Cirelli, Alessandro Strumia e Jure Zupan: "Dark Matter", *Review in preparazione* (2019).



Marco Cirelli: è ricercatore in fisica teorica delle particelle e astroparticelle presso il Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) francese e svolge attualmente la sua ricerca all'Università della Sorbona.

[§]Per rimediare all'apparente non conservazione dell'energia nel processo di decadimento radioattivo β^- , Pauli ipotizzo che l'energia mancante fosse portata via da una particella invisibile.

Energia Oscura, il motore dell'Universo

Massimo Pietroni

Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche ed Informatiche dell'Università di Parma e INFN - Sezione di Padova

Le evidenze che l'espansione dell'Universo stia accelerando si sono accumulate in questi ultimi anni in modo sempre più convincente. Esse comprendono gli studi sulle Supernovae di tipo Ia, ma anche lo studio, completamente indipendente da queste, della radiazione cosmica di fondo e della struttura dell'Universo a grande scala. I risultati sono in accordo tra loro: circa il 70 % della densità di energia dell'universo attuale è in una forma totalmente *esotica*, avente le proprietà di un fluido con pressione negativa. Dal punto di vista teorico, una spiegazione convincente del fenomeno è molto lontana, e tutti i modelli proposti scontano o un *fine tuning* innaturale dei parametri, o inconsistenze fisico-matematiche insuperabili.

Introduzione

Vent'anni fa, nel 1998, due gruppi di ricerca, lo High-Z Supernova Search Team, capeggiato da Adam Riess e Brian Schmidt, e il Supernova Cosmology Project, diretto da Saul Perlmutter, annunciarono al mondo che lo studio di una particolare classe di Supernovae, quelle di tipo Ia, mostrava, con forte evidenza, che l'espansione dell'Universo sta accelerando. Se interpretata nell'ambito della teoria della gravitazione di Al-

bert Einstein, cioè della Teoria della Relatività Generale, questa osservazione implica che la maggior parte della materia-energia dell'Universo, pari a circa il 70 per cento, è in una forma esotica, del tutto differente da quelle a noi familiari. A questa forma di energia fu presto dato il nome di Energia Oscura. Un aggettivo doppiamente adeguato: da una parte indica che essa non interagisce con la radiazione luminosa, e quindi non emette luce, ma dall'altro esprime efficacemente il fatto che la ricerca verso una spiegazione soddisfacente della natura di questa componente fondamentale del nostro Universo procede a tentoni e senza fari concettuali definiti e accettati da tutti. Ma procediamo con ordine.

La sciocchezza di Einstein

Il nostro universo non è un sistema statico. Dalle osservazioni di Edwin Hubble negli anni '20 sappiamo che se osserviamo galassie via via più lontane, esse mostrano di allontanarsi da noi a velocità sempre crescenti, in misura proporzionale alla distanza. È la famosa legge di Hubble:

$$v = H d, \quad (1)$$

dove v è la velocità di allontanamento, d è la distanza, e H è un parametro, detto "costante di Hubble", che misura circa 70 km/s/Mpc, con un'incertezza attorno a qualche per cento. Il Mpc (Megaparsec) è l'unità di misura di lunghezza

appropriate per la cosmologia, e corrisponde a circa 3,26 miliardi di anni luce. L'interpretazione più naturale della legge di Hubble, che vale per distanze superiori alle centinaia di Mpc, è che l'Universo è globalmente in espansione: le distanze tra galassie lontane aumentano al passare del tempo in modo da lasciare invariate le rispettive proporzioni. Qualunque altro osservatore, situato su una qualunque altra galassia, troverebbe risultati in accordo con la legge di Hubble, solo che in questo caso posizioni e velocità delle altre galassie sarebbero riferite alla sua posizione e non a quella della Terra. Questa scoperta era stata in qualche modo anticipata dallo stesso Einstein, quando aveva provato ad applicare la Relatività Generale all'Universo nel suo complesso. Con disappunto, aveva dovuto ammettere che le sue equazioni non ammettevano un Universo statico: questo doveva o espandersi oppure contrarsi. Dato che all'epoca (nel 1917) non si aveva alcuna evidenza dell'espansione dell'Universo, e dato che trovava più soddisfacente, da un punto di vista estetico, un Universo statico, Einstein corse ai ripari aggiungendo alle sue equazioni un termine assente nella formulazione originaria, ma tuttavia compatibile con le simmetrie della Relatività Generale. Tale termine, che egli chiamò Costante Cosmologica, se calibrato opportunamente era in grado di rendere statico un Universo a geometria chiusa, anche se questa configurazione è instabile sotto piccole perturbazioni. Una volta appresa la notizia della scoperta di Hubble dell'espansione dell'Universo, Einstein rigetto rapidamente questa sua macchinosa invenzione, definendola, pare, la sua più grande sciocchezza.

Accelerazione e pressione negativa

Le soluzioni cosmologiche della Relatività Generale, nell'approssimazione di Universo perfettamente omogeneo, furono ottenute nel 1922 dal fisico russo Alexander Friedmann e successivamente e in modo indipendente dall'abate belga Georges Lemaitre, confermando che queste prevedono che l'Universo si espande. In particolare, queste equazioni determinano la dinamica del

fattore di scala, $a(t)$, definito come

$$a(t) = d(t)/d_0, \quad (2)$$

dove d_0 è la distanza attuale tra due punti dell'Universo e $d(t)$ la distanza tra gli stessi due punti al tempo t (con questa definizione il fattore di scala oggi vale uno). In particolare, l'equazione per l'accelerazione del fattore di scala è data da

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}G_N(\rho + 3P), \quad (3)$$

dove i due punti indicano la derivata seconda rispetto al tempo, G_N è la costante gravitazionale di Newton, ρ è la densità di energia dell'Universo e P la pressione. A diverse forme di materia-energia corrispondono diverse relazioni tra la densità di energia e la pressione, e diverse relazioni di queste col fattore di scala. In particolare, la materia (stelle, pianeti, particelle elementari dotate di massa e aventi velocità molto inferiori a quella della luce) si comporta come un fluido a densità di energia positiva e pressione nulla, e quindi è associata a una decelerazione dell'espansione dell'Universo, perché il segno del membro di destra dell'equazione è negativo. Questo è perfettamente in linea con l'esperienza comune: se lanciamo un sasso verso l'alto, questo comincia a decelerare immediatamente dopo aver lasciato la nostra mano, dato che la forza in gioco, la gravità, è attrattiva. Infatti, nel caso $P = 0$, l'equazione per il fattore di scala scritta qui sopra può essere ottenuta anche nella teoria newtoniana della gravitazione, senza dover ricorrere alla Relatività Generale. Per "materia" intenderemo qui sia la materia ordinaria (tutto ciò che oggi è formato di protoni, neutroni ed elettroni) che la Materia Oscura, in quanto le due specie, dal punto di vista gravitazionale, si comportano allo stesso modo.

Un'espansione decelerata si ottiene anche nel caso in cui l'energia dell'Universo è sotto forma di particelle che viaggiano a velocità relativistiche, cioè prossime a quella della luce, come i fotoni e i neutrini (nel caso in cui questi ultimi abbiano massa molto piccola). In questo caso, la pressione non è nulla, ma è legata alla densità di energia dalla relazione $P = \rho/3$, e quindi il termine fra parentesi diventa in questo caso 2ρ che, essendo ancora positivo, non cambia segno

all'accelerazione, che rimane quindi negativa.

Per avere accelerazione è necessario che la pressione sia negativa, in particolare, sempre dall'equazione scritta precedentemente, dobbiamo avere

$$P < -\frac{1}{3}\rho < 0, \quad (4)$$

dato che la densità di energia ρ è positiva. Per "Energia Oscura" si intende, quindi, una forma di energia a pressione negativa, in grado di accelerare l'espansione dell'Universo secondo l'equazione riportata in precedenza. Dato che tutti i tipi di materia nota, come abbiamo visto, presentano pressione nulla o positiva, l'Energia Oscura è una forma di materia del tutto esotica, mai osservata in alcun esperimento in laboratorio e della cui esistenza esistono solo prove indirette, attraverso le osservazioni cosmologiche.

Evidenze dell'Energia Oscura

La prima di queste prove, in ordine cronologico, è rappresentata dallo studio delle Supernovae di tipo Ia, che ha portato al premio Nobel per la fisica nel 2011 per Riess, Schmidt e Perlmutter. Una Supernova di tipo Ia viene prodotta quando, in un sistema binario (composto cioè da due stelle) una delle due, una nana bianca, aumenta la sua massa a spese dell'altra, fino a raggiungere un valore di soglia, detto "massa di Chandrasekar", pari a 1,4 volte la massa del Sole, come illustrato schematicamente nella Figura 1.

A quel punto si ha un'esplosione nucleare dalle caratteristiche abbastanza definite, così da far ritenere molto simili tra loro, per intensità luminosa, tutti gli eventi di questo tipo. In prima approssimazione, possiamo assumere che questo tipo di supernovae siano delle "candele standard", cioè degli oggetti che, ovunque si trovino nel nostro Universo, hanno la stessa luminosità intrinseca. Misurando il flusso luminoso che arriva fino a noi da una supernova di questo tipo, è quindi possibile ricavarne la distanza. In realtà questa prima approssimazione non è del tutto corretta, in quanto esiste una variabilità fra le luminosità delle diverse Supernovae Ia osservate. Questa però può essere in buona misura ridotta utilizzando una relazione empirica tra la luminosità massima della supernova e la durata della sua evoluzione, da quando esplose, fino

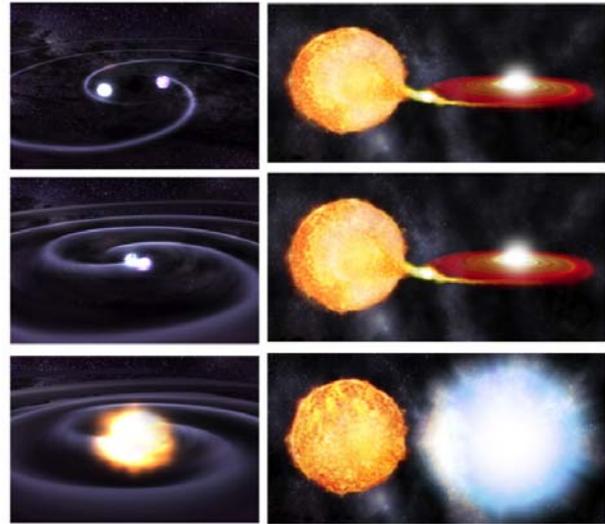


Figura 1: Schema di esplosione di una Supernova Ia. Una nana bianca accresce materia da una stella vicina, fino a raggiungere un valore limite oltre al quale diventa instabile ed esplose.

a quando si "spegne", nel giro di 30-40 giorni, come mostrato in Figura 2.

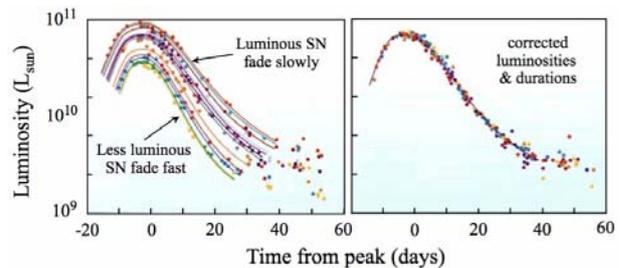


Figura 2: Le curve di luce (luminosità in funzione del tempo) di diverse supernovae di tipo Ia, mostrano una variabilità della luminosità di picco (sinistra). Tuttavia è possibile ridurre questa variabilità ricorrendo a una correlazione empirica, tra la luminosità di picco e la larghezza temporale della curva di luce. Il campione, ricalibrato in questo modo (destra) permette di usare le Supernovae Ia come candele standard.

Oltre alla luminosità, l'altro parametro fondamentale misurato per ogni supernova è il redshift, o "spostamento verso il rosso". Con questo nome si intende il fatto che a causa dell'espansione dell'Universo, le lunghezze d'onda della luce della stella vengono dilatate, nel loro viaggio fino alla Terra, di un fattore $1/a(t)$, dove t è il tempo al quale è stata emessa la luce, cioè quando è esplosa la Supernova. Questo effetto può essere misurato analizzando lo spettro della stella e quindi ci dà una misura di quanto fosse "più piccolo" l'Universo, rispetto alle dimen-

sioni attuali, quando la luce ha lasciato la stella. Quindi, mentre la distanza ci dà una misura di quanto tempo ha viaggiato la luce, il redshift ci dice quale fosse il valore del fattore di scala all'epoca dell'esplosione. Misurando Supernovae a distanze via via crescenti, è quindi possibile ricostruire l'evoluzione di $a(t)$ col tempo, e quindi misurare non solo la velocità dell'espansione ma anche la sua decelerazione o accelerazione. Il risultato è mostrato in Figura 3. Sull'asse delle x è

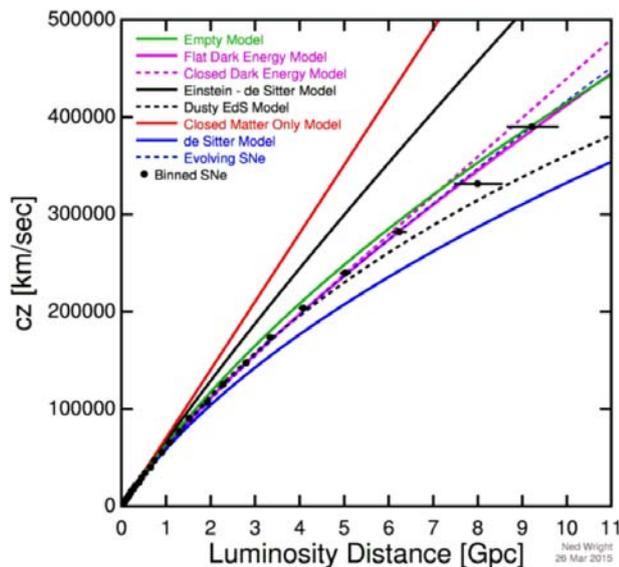


Figura 3: Il fattore di scala (o meglio la quantità $z \equiv 1/a - 1$, moltiplicata per la velocità della luce) in funzione della distanza. I punti neri con barre di errore sono i punti sperimentali misurati con le Supernovae Ia, mentre le curve rappresentano vari modelli teorici (vedi testo).

riportata la distanza, in Gigaparsec (1 Gpc=1000 Mpc), mentre in asse y la quantità $z \equiv a^{-1} - 1$, moltiplicata per la velocità della luce. I punti con le barre di errore rappresentano i dati sperimentali ottenuti con le Supernovae Ia, e le diverse linee le predizioni di diversi modelli teorici. Come si può vedere anche "ad occhio" la linea viola, corrispondente a un modello con il 70% di Energia Oscura (nel grafico si è assunta pressione $P = -\rho$) e un restante 30% sotto forma di materia non relativistica, è quello che riproduce meglio i dati sperimentali, mentre, per confronto, il modello in con il 100% di materia e nessun contributo di Energia Oscura è rappresentato dalla linea nera, è chiaramente escluso a diversi sigma. Sperimentalmente, quello che si osserva, è che, a parità di redshift, cioè fissato un valore sull'asse delle y, le Supernovae sono meno lumi-

nose di quanto sarebbero in un Universo senza Energia Oscura, questo perché sono più lontane dalla Terra. È da notare che tutte le curve concordano a piccole distanze, alle quali la pendenza corrisponde alla velocità attuale dell'espansione, ma differiscono a grandi distanze (maggiori del Gpc), e quindi a tempi remoti, cioè proprio nelle predizioni sull'accelerazione odierna.

Altre prove

Se le Supernovae Ia hanno fornito la prima prova convincente dell'esistenza dell'Energia Oscura, oggi questa è confermata, in maniera forse ancora più decisiva, da altre misure cosmologiche. Prima fra tutte, l'analisi della radiazione cosmica di fondo (Cosmic Microwave Background radiation, CMB) combinata allo studio della distribuzione della materia su grande scala nell'Universo, cioè della distribuzione delle galassie. Queste misure permettono di ricostruire la storia dell'espansione in modo del tutto indipendente dagli studi delle Supernovae Ia, fornendo risultati in perfetto accordo con questi. Invece di candele standard, la CMB e la distribuzione delle galassie contengono informazione su un "righello standard" cioè su una scala di lunghezza fisica nota che, misurata in varie epoche dell'evoluzione cosmologica, ci consente, ancora una volta, di ricostruire la storia della funzione $a(t)$. Il "righello standard" corrisponde, in questo caso, alla cosiddetta "scala acustica", una proprietà del fluido barioni-fotoni ad alta temperatura che costituiva, insieme alla materia oscura, il nostro Universo fino a un'età di circa 380000 anni dopo il Big Bang. Senza entrare nei dettagli della fisica delle oscillazioni acustiche di quel fluido, ci basta sapere che queste provocarono oscillazioni che hanno potuto propagarsi per una distanza massima ben nota, la scala acustica appunto, pari oggi a circa 140 Mpc. Le oscillazioni acustiche hanno lasciato un'impronta sia sulla CMB che nella distribuzione della galassie a epoche molto successive, così come rappresentato schematicamente nella Figura 5. La misura sempre più precisa della scala acustica è l'obiettivo delle maggiori survey di galassie attuali e di quelle future, come quella che verrà compiuta dal satellite Euclid dell'ESA, che produrrà il censimento più ampio mai realizzato.

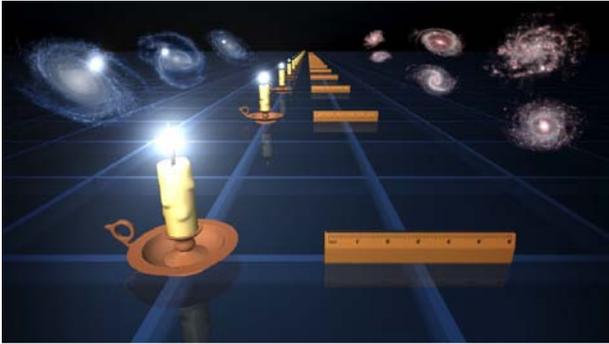


Figura 4: Per misurare le distanze cosmologiche abbiamo bisogno di “candele standard” o di “righelli standard”. Le prime sono classi di oggetti (per esempio stelle) che abbiano, idealmente, tutti la stessa luminosità assoluta, nota. Da misure di flusso luminoso è quindi possibile risalire alle distanze dei singoli oggetti. I righelli standard, invece, sono oggetti aventi tutti la stessa dimensione trasversa rispetto alla linea di vista. Misurando l’angolo sotto il quale si vede un singolo oggetto, è possibile inferirne la distanza.

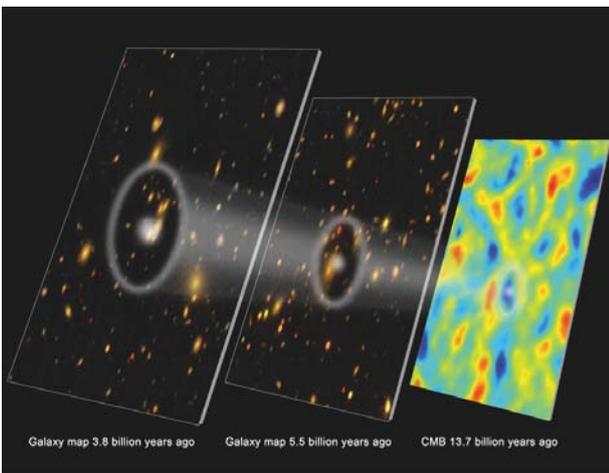


Figura 5: La scala acustica barionica rappresenta un preziosissimo righello standard. Questa può essere misurata sia nella CMB, generata quando il fattore di scala dell’Universo era circa un millesimo di quello attuale (circa 13 miliardi di anni fa), che nella distribuzione delle galassie a tempi molto più recenti.

Una porta oscura verso la Nuova Fisica

Se le evidenze dell’Energia Oscura sono ormai schiacciati, il capitolo della spiegazione teorica della sua natura è invece più aperto che mai. Il candidato che al momento riproduce meglio i dati è quello già menzionato, e riportato dalla linea viola in Figura 3, in cui la pressione è

esattamente uguale a meno la densità di energia. Questo è esattamente il comportamento previsto dalla “vecchia” costante cosmologica! Una volta aggiunta a un Universo con curvatura nulla, la creatura rinnegata di Einstein può dare luogo all’accelerazione osservata, anche se questo necessita una regolazione molto accurata del suo valore. Un valore diverso, più grande o più piccolo, porterebbe a un Universo che si è espanso in passato così rapidamente da non aver permesso la formazione delle galassie, o, nel caso opposto, a un Universo che non accelera, in contrasto con le osservazioni.

La determinazione del valore della costante cosmologica a partire da principi primi è probabilmente il problema aperto in Fisica Teorica per cui la soluzione è più lontana, se non altro da un punto di vista quantitativo. Se proviamo a stimarne il valore, in base alle nostre conoscenze di Teoria dei Campi Quantistici, il valore che otteniamo è ridicolo: circa 120 ordini di grandezza maggiore di quello osservato!

Soluzioni alternative si basano sull’ipotesi che la Teoria della Relatività Generale, cessi di essere valida su scale cosmologiche. Dopotutto, questa teoria è stata costruita sulla base degli esperimenti effettuati in laboratori terrestri, ed è stata testata su scale dell’ordine del Sistema Solare, ma non è mai stata verificata, se non indirettamente, su scale galattiche o degli ammassi di galassie. Anche in questa direzione, però, la ricerca teorica non ha fornito finora risposte incoraggianti. Spesso le teorie che provano a modificare il costrutto di Einstein incorrono in gravi inconsistenze, che le rendono inaccettabili dal punto di vista fisico.

In ogni caso, il problema dell’Energia Oscura, così come la sua controparte, quello della Materia Oscura, stanno davanti a noi, forti di evidenze sperimentali inoppugnabili, a sbarrarci la strada verso la comprensione della nuova fisica ma, allo stesso tempo, a segnalarci la sua esistenza. Nessuno ha ancora trovato la chiave per superare questi due cerberi, ma l’impresa merita tutto lo sforzo e l’intelligenza dei fisici di questa generazione, e di quelle che seguiranno.



Massimo Pietroni: è primo ricercatore INFN presso la sezione di Padova e Professore Straordinario presso l'Università degli studi di Parma. Si occupa di Cosmologia e Fisica delle Particelle.

La scoperta dell'espansione del cosmo

Quando la cosmologia cominciò a essere scienza

Silvio A. Bonometto e Marino Mezzetti

INAF – Osservatorio Astronomico di Trieste

Il problema cosmologico si era posto sin dai tempi di Newton, ma una ragionevole impostazione scientifica diventa possibile solo dopo la scoperta della Relatività Generale. La prima metà del Novecento è il periodo in cui fisici teorici e astronomi hanno finalmente strumenti e dati per fare, della cosmologia, una scienza. Ma i meriti delle diverse scoperte sono stati equamente distribuiti? In particolare, è poi vero che Edwin Hubble ha scoperto l'espansione cosmica?

Il cosmo si espande. Oggi è un dato osservativo. Tutti i testi, dai sussidiari delle elementari, alla paludata *Enciclopoedia Britannica*, attribuiscono la scoperta dell'espansione cosmica a Edwin Hubble. Anche se, da sempre, la *grandeur* d'oltralpe spinge perché la proporzionalità distanza-velocità sia denominata *legge di Hubble-Lemaître*.

La storia, in realtà, è assai più complessa e le correzioni alla *vulgata* andrebbero ben al di là dell'aggiunta di un nome. Diciamolo allora subito e

chiaramente: Hubble ha grandi meriti scientifici, ma c'è una buona dose di "senno di poi", nell'affermare che lui o don Lemaître abbiano scoperto che il cosmo s'espande.

Tutto comincia ai tempi di Newton: Poco dopo la formulazione della "gravitazione universale", Isaac Newton fu infatti interpellato dall'arcivescovo di Canterbury, Richard Bentley, sulla stabilità dell'Universo, nel suo complesso, a fronte della sua autogravità. La risposta sta in una famosa lettera, che possiamo ancora leggere nella biblioteca del Trinity College di Cambridge. Newton deve dolorosamente ammettere la sua impotenza: con la sola gravitazione newtoniana, si incontrano risultati contraddittori.

Tre secoli più tardi, Albert Einstein trova la risposta alla domanda: come evolve una sostanza omogenea e isotropa, sottoposta solo alla sua autogravità. La sua nuova teoria della gravitazione, la *Relatività Generale* (vedi il riquadro), in effetti, va molto al di là della gravitazione universale newtoniana. Anche se, per i casi che Newton sapeva risolvere, il risultato è sostanzialmente lo stesso. Adesso, alla domanda del Rev. Bentley, si



Figura 1: Isaac Newton (in alto) e Richard Bentley (in basso). Dalla loro corrispondenza risulta che Isaac Newton si era posto il problema cosmologico.

comincia a dare risposta.

Tuttavia Einstein si rende subito conto che il suo cosmo omogeneo e isotropo si deve espandere o contrarre. Risultato imbarazzante, dal momento che gli astronomi del tempo non avevano dubbi: l'Universo era composto di stelle e coincideva con la Galassia, la Via Lattea, che non si espandeva nè si contraeva. Quanto all'idea che alcune *nebulose* potessero essere altre "galassie", ci aveva pensato persino Immanuel Kant, la si considerava superata e anti-scientifica. Era a tutti evidente la correlazione tra geometria della galassia e posizione delle nebulose, che si osservavano prevalentemente ad alta latitudine galattica. Un assurdo, dal punto di vista statistico: se le nebulose fossero state oggetti extra-galattici non avrebbero dovuto risentire della geometria della Via Lattea, ma essere distribuite isotropicamente nel cielo.

Ovvio l'imbarazzo di Einstein. Sono gli anni della grande guerra e Einstein lavora all'Istituto Kaiser Guglielmo in Berlino. Per discutere le sue idee può comunque fare una visita a Leida, nella neutrale Olanda. Qui ha svariati colloqui col giovane Willem de Sitter, cui segue una lunga corrispondenza. È de Sitter a suggerire l'esistenza di sistemi extra-galattici in recessione, magari fatti di sostanza non-barionica. Einstein contro-

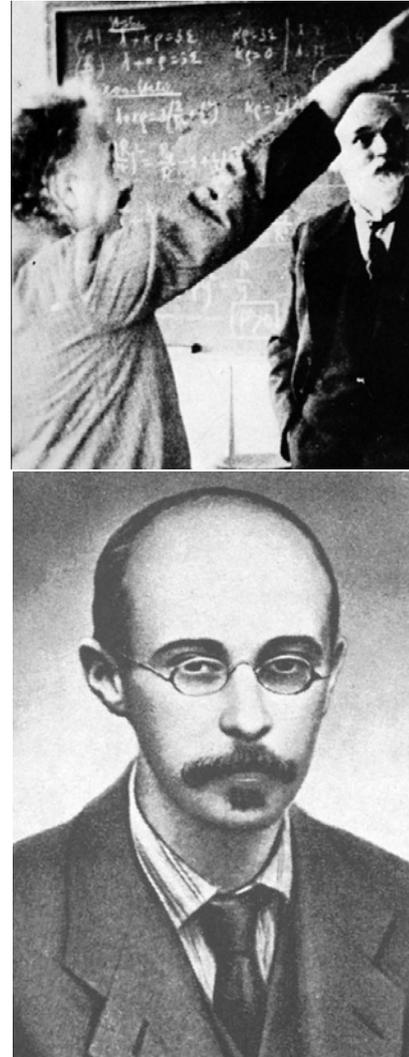


Figura 2: Alcuni tra i fondatori della moderna cosmologia: Willem de Sitter a colloquio con Albert Einstein nel 1934 (in alto) e Aleksandr Friedmann (in basso).

propone la *costante cosmologica* Λ . Insomma, nella corrispondenza del 1916, già si parlava di materia oscura non barionica e di energia oscura (Λ).

La guerra finisce e, tra il 1921 e il 1922, escono gli studi di Aleksandr Friedmann sui modelli cosmologici. Nonostante siano pubblicati su una rinomata rivista tedesca¹, passano quasi inosservati. Friedmann ne è così deluso da abbandonare la cosmologia. Le autorità sovietiche lo nominano direttore dell'istituto sismologico di San Pietroburgo, ma il poveretto si ammala di tifo e muore. Nell'universo omogeneo e isotropo di Friedmann, tutte le distanze crescono nel tempo allo stesso modo, secondo un fattore di

¹Zeitschrift für Physik, Vol.10, pg 377: *Über die Krümmung des Raumes*

Relatività e gravitazione

La Relatività Generale (RG) è una teoria della gravitazione universale. Nei casi in cui la forza di gravità si può calcolare con la gravitazione newtoniana, le differenze con la RG sono tanto piccole da trovarsi al di sotto dell'errore sperimentale.

In RG, peraltro, la sorgente di gravitazione non è più solo la massa (o la massa-energia), ma anche la pressione. Densità d'energia e pressione sono infatti componenti del tensore "stress-energy" che è la sorgente della curvatura spazio-temporale. Friedmann, dalle equazioni di Einstein, ricava la legge $a(t) \propto t^{2/[3(1+w)]}$, in cui $w = P/\rho c^2$ è il rapporto tra pressione e densità d'energia.

Se la sorgente dell'espansione è priva di pressione (polvere), la legge si semplifica in $a(t) \propto t^{2/3}$. Se la sorgente è "radiazione", per cui $P = (1/3)\rho c^2$, la legge diventa $a(t) \propto t^{1/2}$. L'esponente del tempo resta comunque < 1 e ciò significa che le distanze crescono più lentamente del tempo: per esempio, quando il tempo raddoppia, le distanze crescono meno del doppio.

L'espansione è accelerata se, invece, le distanze crescono più velocemente del tempo; questo richiede che sia $w < -1/3$. Per la costante cosmologica Λ , che rappresenta $\sim 70\%$ della sorgente dell'espansione, nella nostra epoca cosmica, risulta $w \equiv -1$. Un altro sistema fisico con pressione negativa può essere un campo scalare autointeragente.

scala $a(t)$; ma il modo in cui $a(t)$ è cresciuto nel passato e, soprattutto, il suo comportamento futuro dipendono dalla densità nel modello; qui Friedmann aveva distinto tra universi chiusi e aperti, determinando le geometrie dello spazio-tempo e trovando soluzioni analitiche per $a(t)$, nei vari casi. Oggi questi modelli sono ricordati associando il suo nome a Robertson e Walker, che li riscopriranno quasi un decennio più tardi.

Altro cosmologo "della prima ora" fu, appunto, l'abate Pierre Lemaître, che aveva aggiunto, nella classificazione dei modelli, l'eventuale presenza di una costante Λ .

C'è dunque tutto un fermento sul piano teorico, anche se non possiamo nasconderci una critica di base: chi assicurava a cotanti scienziati che il cosmo fosse proprio omogeneo e isotropo, almeno su grande scala? Il punto è che, fatta questa ipotesi, il problema si impostava e risolveva; se la si lasciava cadere, si entrava in un marasma di casi e sottocasi, di dubbia risolubilità. Giusto quindi affrontare il problema semplice, meno giusto confidare che il mondo fisico dovesse supinamente adattarsi all'elegante modello matematico.

Se poi dal piano teorico passiamo ai programmi osservativi, dovremo attendere qualche anno in più. E tuttavia l'evento memorabile si compie nel Capodanno del 1925. Gli astronomi dell'epo-

ca non frequentavano veglioni e, in quella data, erano riuniti in assemblea per ascoltare la comunicazione di Edwin Hubble alla 33^a riunione della società astronomica americana, che portava un titolo smaccatamente tecnico: *Su alcune Cefeidi nella costellazione di Andromeda*. Usando il telescopio Hooker di Mount Wilson, dal diametro di 240 cm, Hubble aveva misurato la distanza della nebulosa M31 in Andromeda, collocandola definitivamente fuori della Via Lattea.

In realtà, Hubble usava una taratura errata per le Cefeidi (vedi il riquadro), che dava circa $1/3$ delle distanze reali. M31 si trova a poco meno di 800 kpc; Hubble le attribuiva invece una distanza $\simeq 260$ kpc. Le dimensioni della Via Lattea sono comunque ~ 20 kpc.

Cosa restava allora degli eccellenti argomenti statistici che escludevano la natura extragalattica per le nebulose? Se le nebulose si osservavano solo a alta latitudine galattica, doveva esserci qualcosa che oscurava quelle di bassa latitudine. Se la luce delle supernovae era tanto splendente da eguagliare quella della nebulosa ospite, bisognava trovare il meccanismo che permetteva a una singola stella di irradiare quanto un miliardo di soli. Siamo negli anni Venti, e l'idea che le stelle irradiano energia nucleare non esiste proprio; anzi, non esiste nemmeno l'idea delle reazioni nucleari. Si sa anche poco degli

Cefeidi e altre stelle variabili (I)

Quella delle stelle cefeidi è una lunga storia, iniziata con la scoperta, da parte dell'astronomo John Goodricke, nel 1784, della stella δ Cephei. La luminosità di δ Cephei varia di un fattore 2 nell'ambito di 5 giorni; la costellazione del Cefeo si trova tra Cassiopea e Draco. Nel corso dell'Ottocento seguirono altre scoperte di stelle variabili dello stesso tipo, all'interno della Via Lattea. Si riuscì così a stabilire trattarsi di stelle assai luminose, fino a 1000 volte il Sole.

Ma la scoperta fondamentale viene fatta da Antonietta Swan Leavitt, a cavallo tra l'Ottocento e il secolo scorso: esaminando le cefeidi della *Grande Nube di Magellano*, Antonietta scoprì una relazione lineare tra il logaritmo dei tempi di variazione e luminosità intrinseca. Nota la distanza di una Cefeide, e il periodo di oscillazione della sua luce, si sapeva così la sua luminosità intrinseca; confrontandola con la misura terrestre della sua luminosità, se ne deduceva la distanza. Per questo, si dice che le Cefeidi sono delle *candele standard*: sono come lumi di intensità nota, sicché il loro splendore apparente, a ogni distanza, può essere previsto. Viceversa, dallo splendore apparente di una "candela standard", si deduce la sua distanza.

Tarando la scala di questi "lumi" su alcune cefeidi della Via Lattea, la Leavitt stimò allora che la *Grande Nube di Magellano* distava 15–20 kpc dal Sole. Incontriamo già qui la sottostima di un fattore 3, dato che la nube è un satellite della Via Lattea e si trova a poco meno di 50 kpc dalla nostra galassia. Allo stesso modo Edwin Hubble ci dirà che M31 si trova a 260 kpc di distanza (invece di 790). In questo caso, però, non c'è scampo; siamo fuori dalla Via Lattea, le cui dimensioni si aggirano sui 20 kpc.

Oggi sappiamo che Antonietta aveva fatto di tuttata l'erba un fascio: le stelle che lei considerava uniformemente cefeidi, si distribuiscono in 3 categorie: Cefeidi di tipo I e II, nonché *RR Lyrae*, sulla coda di minore luminosità (~ 50 volte il Sole). (Continua)

equilibri interni delle stelle, della loro evoluzione, dei suoi stadi finali: quando reazioni nucleari esotermiche non sono più possibili, la pressione cala drammaticamente e la stella implode, liberando la sua energia gravitazionale. In sostanza, viene da dire che la scoperta di Hubble è una grossa lezione da imparare, di fronte alle asserite certezze professionali di tanti gloriosi scienziati.

Negli anni successivi Hubble e Humason studiano stelle Cefeidi (vedi riquadro) in varie altre nebulose "vicine", stimandone così le distanze. Ma non sono i soli. A Mount Wilson lavora anche Gustaf Strömberg che, nel 1925, pubblica una lista di velocità radiali per ammassi globulari e nebulose extragalattiche. Pierre Lemaître usa i suoi dati in un articolo del 1927, che seleziona 43 "nebulose" dalla lista di Strömberg, deducendone un valore del ritmo di espansione del cosmo. Il valore che l'abate dà, per quello che sarà poi chiamato *parametro di Hubble*, va oltre i 600 (km/sec)/Mpc.

A differenza di Hubble, l'abate Pierre non ha un diretto controllo sui dati. Ma questo non è il suo maggior problema. Infatti, essendo bel-

ga, pubblica in francese le sue deduzioni sugli *Annales de la société scientifique de Bruxelles* e, per molti anni, le sue conclusioni saranno ignorate dal dibattito scientifico.

Qui merita di essere sottolineata l'onestà intellettuale di Lemaître il quale, seppur in nota, ci ricorda che l'errore nelle determinazioni delle distanze è dello stesso ordine di grandezza dell'intervallo di distanze coperto dalle osservazioni; inoltre –dice l'abate– *le galassie hanno una velocità "peculiare", indipendente dall'espansione, dell'ordine di 300 km/sec*. Tutte oneste riserve che resteranno estranee al celebrato articolo di Hubble, del 1929.

Hubble, infatti, dopo aver visto che, usando le Cefeidi, gli era possibile stimare la distanza di solo 7 galassie (e i risultati erano deludenti), cerca anche lui di inventare metodologie per allargare il suo campione. Un primo metodo si basa sulla ricerca della stella più brillante, nelle galassie in cui riusciva a risolvere le stelle. L'ipotesi è che la stella più brillante di ogni galassia abbia la stessa luminosità. Dalla sua luminosità apparente si potrebbe allora dedurre la distanza.

Il metodo è abbastanza approssimativo, ma, se

Cefeidi e altre stelle variabili (II)

La maggior parte delle stelle che si osservano stanno bruciando idrogeno, che si trasforma in elio, e si collocano sulla *Sequenza Principale* (SP), cioè su una ristretta banda quasi rettilinea del piano con coordinate T ed L (temperatura e luminosità). Il Sole è una stella della SP e ha idrogeno disponibile per circa altri 4 miliardi di anni. Poi il suo "core" sarà composto di ^4He . Finito l'idrogeno, il core della stella si contrae, mentre le zone esterne si dilatano. La contrazione fa crescere la temperatura del core finché diventa possibile una complessa reazione che permette a 3 nuclei di ^4He di formare un nucleo di ^{12}C . L'innescò di questa reazione è, in genere, esplosivo e si parla di "carbon flash". L'esplosione dilata nuovamente il core, ma alla fine il sistema riesce a trovare un suo equilibrio, col core stabilmente più caldo, in cui prosegue la combustione dell'elio.

E quando l'elio si è a sua volta esaurito, cosa succede? Qui la risposta è variegata, a seconda di massa e composizione chimica. È a questo punto che la stella può imboccare un percorso che la porta a diventare una variabile, magari cominciando a bruciare idrogeno o elio in strati esterni al core. Ciò causa una instabilità negli strati ancora più esterni, che si espandono e ricontraggono. Siccome l'immagine della stella è comunque puntiforme, ne seguono le apparenti variazioni che si osservano nel suo splendore.

La variabilità di Cefeidi e RR Lyrae non è dunque dovuta a variabilità delle reazioni nucleari nei loro strati più interni, ma a ampie variazioni del loro diametro.

È importante soprattutto isolare le vere cefeidi dalla RR Lyrae (sostanzialmente meno luminose e con minore pendenza della curva luminosità-periodo), sulla base di una spettrografia adeguata. Una volta eliminato l'inquinamento delle RR Lyrae, la relazione periodo-luminosità s'impenna, e si ottiene una buona scala di distanze. Che poi si precisano ancor meglio, separando cefeidi di tipo I e tipo II.

ben tarato e applicato a un campione consistente, può dare risultati non assurdi. Hubble lo tarò sulle galassie in cui risolveva le Cefeidi e quindi anche questi dati sono inquinati dall'errore fatto per le Cefeidi.

Il campione così si allarga a 20 galassie, ma Hubble non è contento e aggiunge 4 galassie prese dalla costellazione della Vergine. Non vale neppure la pena di discutere come ne stimasse le distanze, che sono 8 volte superiori ai suoi risultati. Alla sottovalutazione contribuiscono vari fattori. A differenza di Lemaître, ad esempio, Hubble non parla nemmeno di velocità peculiari. Oggi sappiamo che, sostanzialmente, c'è un moto locale d'insieme, che coinvolge gran parte delle galassie, tra la Via Lattea e l'ammasso della Vergine; per lo più, nel giro di qualche decina di miliardi d'anni, tutte queste galassie finiranno per entrare a far parte direttamente dell'ammasso.

Si tratta di dati ormai consolidati nei decenni. Tuttavia, nel dicembre 2017, un ampio gruppo di ricercatori francesi, israeliani, del Mary-

land e delle Hawaii è andato oltre, pubblicando sull'*Astrophysical Journal* la ricostruzione dei moti passati e futuri, per circa 1400 galassie entro 30 Mpc dalla Via Lattea. Anche le galassie della Vergine che appaiono in allontanamento da noi, hanno una velocità legata a questi moti su vasta scala, con un modesto contributo dall'espansione globale.

Ovviamente, Hubble sapeva poco di tutto questo e, comunque, non gli dà gran peso (a differenza di Lemaître). In definitiva, dunque, il celebrato articolo del 1929, in cui sostiene esistere una rozza legge di proporzionalità tra le distanze stimate e le velocità di recessione si basa su un campione di galassie incompleto, scelto con criteri persino difficili da ricostruire. Hubble se ne serve per stimare la costante di proporzionalità tra velocità e distanza, trovando 500 (km/sec)/Mpc (vedi Figura 3).

A questo proposito è utile ridiscutere la cosa usando dati aggiornati (vedi Figura 4). Scopriamo così che tutte le galassie di cui Hubble misurava la distanza con le Cefeidi –meno una–

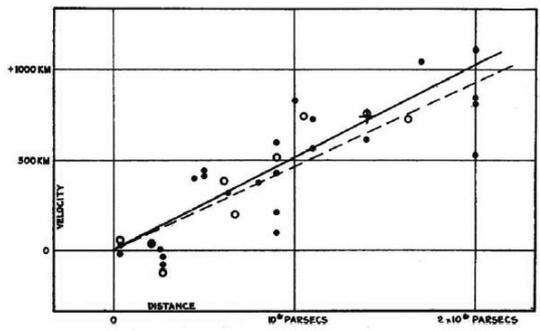


Figura 3: Copia del grafico originale di Edwin Hubble, che considera galassie con velocità che arrivano a 1000 km/sec (curiosamente -ed erroneamente- espresse in "KM").

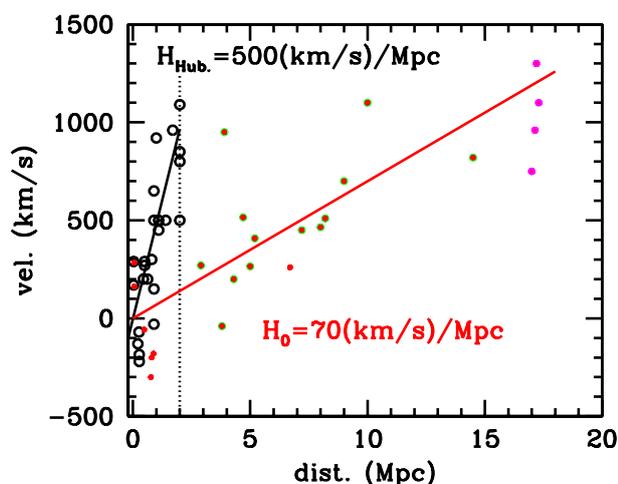


Figura 4: Distanze e velocità reali delle galassie del campione di Hubble, confrontate con i suoi "dati". Anzitutto, l'ascissa che, nel grafico di Hubble, arriva fino a ~ 2 Mpc, va estesa a 20 Mpc (10 volte tanto). I circoletti vuoti ripetono i "dati" di Hubble entro 2 Mpc. I puntini rossi sono le vere distanze e velocità delle galassie che Hubble stimava usando le Cefeidi. Le distanze delle galassie indicate da puntini rosso-verde erano state stimate tramite la stella più brillante. Le ultime 4 galassie appartengono al Virgo cluster, tra 15 e 20 Mpc dalla Via Lattea. Come spiegato nel testo, la consistenza dei dati "aggiornati" con il valore vero di H_0 [$\simeq 70$ (km/sec)/Mpc] non è statisticamente significativa.

sono effettivamente entro 1 Mpc dalla Via Lattea (puntini rossi in Figura 4). In parte esse si allontanano, in parte si avvicinano. Per esempio, M31 in Andromeda si sta avvicinando alla Via Lattea, con cui si scontrerà tra 5 miliardi di anni. Queste velocità sono *moti peculiari*, nulla hanno

a che fare con l'espansione.

Se guardiamo alle galassie segnate con puntini rosso-verde, si comincia a avere l'idea di una crescita della velocità in funzione della distanza. Ma il risultato è ingannevole. Il punto è che si dovrebbe usare un "campione" di galassie, tutte al di sopra di una determinata luminosità intrinseca. Invece, nel campione di Hubble, via via che la distanza cresce si usano galassie di luminosità intrinseca crescente, trascurando quelle più fioche. Del resto, Hubble sembra lasciasse nel cassetto un paio di galassie con distanze misurate in questo modo, sulla base proprio del criterio che erano troppo fioche, e che davano velocità non consistenti con la tesi dell'espansione. Quanto, infine, alle galassie del *Virgo cluster* (puntini violetti in Figura 4), c'era un tale errore sulla distanza che non ha senso neppure discuterne.

Peraltro, se si correggono i dati di Hubble del fattore 3, dovuto alla cattiva taratura sulle Cefeidi, la costante di proporzionalità, da 500 (km/sec)/Mpc, scende subito a 170 (km/sec)/Mpc. Il suo valore vero è oggi conosciuto, viene indicato con H_0 e si aggira sui 70 (km/sec)/Mpc.

In Figura 4 viene anche tracciata la nuova "legge di Hubble" corrispondente a 70 (km/sec)/Mpc (linea rossa). Il grafico sembrerebbe indicare che, fatte le debite correzioni, si arrivi al risultato giusto. Si tratta, invece, di poco più di una coincidenza, su cui torneremo tra breve.

Va anche detto che Hubble era sicuramente parco di citazioni. Ma qualcosa gli scappa lo stesso quando scrive che i suoi dati possono essere utilizzati per dare una base "numerica" allo studio della *curvatura dello spazio*. Parlare di curvatura significa riferirsi alla Relatività Generale. Sebbene non citati, i risultati dei relativisti non gli erano dunque ignoti² e oggi potremmo dire che l'operazione di Hubble è simile a quella di molti fisici contemporanei: cercare nei dati disponibili la conferma di previsioni teoriche. Non è la prima volta che la teoria è giusta, ma l'asserita conferma sperimentale è, quanto meno, prematura.

²Nel testo viene fatto il nome di deSitter, ma nessun articolo suo, o di altri relativisti, compare nella bibliografia.

Comunque, a quel punto, il mondo scientifico è sconvolto. La previsione einsteiniana era immersa in un contesto teorico che pochi ancora comprendevano: si disse persino che solo una ventina di persone al mondo avessero un cervello adatto a capire la relatività. Il dato sulle galassie è invece molto più concreto. Se si allontanano con velocità proporzionale alla distanza, vuol dire che sono tutte partite dallo stesso punto. Basta far scorrere l'orologio all'indietro e si incontra l'istante della grande esplosione che dà origine all'Universo. Fred Hoyle, cui tutto questo sembrava poco credibile, con il termine ancor oggi adottato, quel *Big-Bang* cui non attribuiamo più alcun significato di irrisione.

Più sagacemente, usando i modelli di Friedmann, i cosmologi degli anni Trenta cercano di distinguere le alternative sulle leggi della passata espansione cosmica. A seconda della densità media del cosmo, che allora era impossibile stimare, il Big-Bang si colloca a diversa distanza nel passato. Viene comunque dato per scontato che la sostanza cosmica sia sorgente di attrazione gravitazionale e provochi quindi un progressivo rallentamento dell'espansione, la *decelerazione* del moto delle galassie. Si definisce anche un "parametro di decelerazione" q_0 , per classificare i modelli, accanto al parametro di Hubble H_0 ; ma i tempi non sono maturi per riuscire a porre limiti sul suo valore.

Bisognerà attendere fino agli anni a cavallo tra Novecento e nuovo millennio; nel 1998, gli astronomi statunitensi Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt e Adam Riess mostrano infatti qualcosa che allora sarebbe stato giudicato sconvolgente: l'espansione dell'universo sta accelerando anziché rallentare, sembra dunque esserci una componente cosmica che produce una sorta di *antigravità*.

Per rendersi conto della portata di questa scoperta, basta guardare la Fig. 5, che descrive l'andamento delle distanze in funzione del tempo. In ordinata sono riportate le distanze, rapportate a quelle odierne. In ascissa c'è il tempo nel passato, indicato con segno negativo.

Per il modello Λ CDM, in cui rientra la costante cosmologica Λ di Einstein, il Big-Bang si colloca circa 13.8 miliardi di anni nel passato. La più rapida salita della curva rossa implica un'origine dei tempi più vicina, meno di dieci miliardi

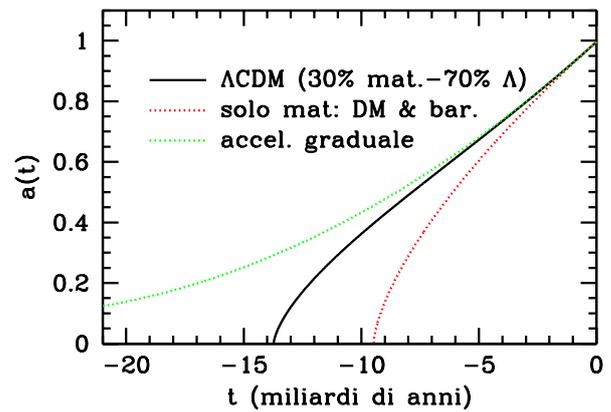


Figura 5: *Andamento delle scale, in funzione del tempo. La curva nera si ottiene nel modello Λ CDM, quello che meglio si adatta a tutti i dati osservativi. La curva rossa ci mostra l'andamento che avrebbe il fattore di scala in assenza della "costante cosmologica". La curva verde, infine, ci mostra l'andamento del fattore di scala se l'espansione cosmica, nel passato, avesse sempre gradualmente accelerato, con l'accelerazione oggi riscontrata nei dati. Andando all'indietro nel tempo, questa curva verde non raggiunge mai l'asse delle ascisse, le scale quindi non vanno mai a zero; ci si avvicina allo zero solo asintoticamente: preso un qualunque tempo, nel passato, esisterebbero comunque tempi antecedenti in cui l'Universo era più compatto, ma tuttavia già esisteva. In altri termini, non c'è un Big-Bang. Va sottolineato che questo andamento è oggi falsificato da un gran numero di dati.*

di anni orsono. Così sarebbe se non ci fosse Λ . Nel modello Λ CDM, il cosmo è dunque *più vecchio* di quanto sarebbe in assenza della costante cosmologica e val la pena di sottolineare subito che, nella Via Lattea, si osservano piccole stelline di età superiore ai 10 miliardi di anni, mentre l'età di molti ammassi globulari raggiunge i 12 miliardi di anni. Si tratta dell'età stessa della Via Lattea.

La curva verde, invece, non ha una chiara base dinamica. Essa assume che il cosmo si espanda con una velocità che va gradualmente crescendo. In un remoto passato, l'espansione era lentissima e si può arretrare arbitrariamente nel tempo, mentre la velocità d'espansione continua a calare, senza che le distanze mai s'annullino; se non asintoticamente, al tendere del tempo a $-\infty$. Avremmo cioè un cosmo che si è sempre espanso in modo accelerato, fino a raggiungere la velocità



Figura 6: Allan Sandage al telescopio di Mount Palomar.



Figura 7: Il telescopio spaziale Hubble (HST). Lanciato nel 1990, ruota attorno alla Terra a 540 km di quota, con una velocità di 27350 km/h. Per il suo specchio è stato scelto lo stesso diametro del telescopio Hooker di Mount Wilson, 240 cm, che permise a Edwin Hubble di scoprire la natura extragalattica delle nebulose. I risultati ottenibili (e ottenuti) sono peraltro assai superiori, grazie al vantaggio essenziale di trovarsi fuori dall'atmosfera terrestre. Si ritiene che gli strumenti a bordo di HST resteranno operativi per almeno un'altra decade. Nel frattempo è previsto (per il 2021?) il lancio del nuovo telescopio spaziale "James Webb".

di espansione e il ritmo di accelerazione attuali.

Va subito detto che oggi c'è un'infinità di dati che mostra la fallacia di quest'ultimo modello, a cominciare da tutte le osservazioni sul fondo microonde (CMB: cosmic background radiation). Ma, al momento della scoperta dell'espansione, questi dati non c'erano; tuttavia nessuno pensò a un'espansione accelerata e si diede per scontato che i dati significassero l'esistenza di un "tempo-zero"³. Fisicamente, l'ipotesi arbitraria era che

³L'alternativa cui molti pensarono fu quella dello "stato stazionario", causato da una continua generazione di nuova materia, che quagliava rapidamente in galassie, capaci di riempire i vuoti lasciati dall'espansione. Le basi di questa alternativa erano sostanzialmente ideologiche; il trapasso della cosmologia da questione filosofico-ideologica a scienza non si era ancora del

l'autogravità della sostanza cosmica non avrebbe mai potuto essere repulsiva. Oggi sappiamo che ciò non solo è possibile, ma accade veramente.

Ma veniamo al punto dolente, al campione di Hubble. Se guardiamo la parte del campione compresa entro 6 Mpc, stiamo usando dati di galassie che si trovano nel cosiddetto "piano supergalattico". Alcuni si riferiscono ad esso come "gruppo locale", denominazione che rischia di essere fuorviante, perché altri indicano con questo nome solo un gruppettino di galassie entro un paio di Mpc dalla Via Lattea. Entro 6 Mpc, comunque, anche i dati di Hubble non sono troppo inquinati. In effetti, entro questa distanza sembra esserci un lieve eccesso di galassie in allontanamento, rispetto a quelle che si avvicinano. Un'impressione cui non segue nessun risultato quantitativo, se si opera una regressione lineare sui dati, che risulta compatibile con lo zero (del resto si tratta, in sostanza, di quanto affermava Lemaître). In effetti i moti delle galassie sono disordinati, in quasi-equilibrio *viriale*: la somma delle energie cinetiche approssima la metà della somma delle energie di legame. Le velocità misurabili in quest'ambito non sono velocità d'espansione. A parte un'unica galassia, esse vanno da -300 a +500 km/sec, grosso modo 1/1000 della velocità della luce. Ricordiamo qui che già Pierre Lemaître era al corrente che le velocità peculiari delle galassie "vicine" si aggiravano sui 300 km/sec. In realtà, nei dintorni della Via Lattea, ci sono anche galassie sostanzialmente più lente, come si addice a un volume in cui il processo di virializzazione è ancora in corso. Incidentalmente, la presenza di un volume così ampio in cui le velocità peculiari delle galassie restano (relativamente) basse, che procede tanto lentamente verso la virializzazione, è direttamente collegata alla presenza della costante cosmologica Λ che, negli ultimi 3-4 miliardi di anni, è divenuta la sorgente dominante dell'espansione.

Attorno ai 10 Mpc di distanza dalla Via Lattea, comunque, l'espansione dovrebbe procedere a 700 km/sec⁴. In un tipico ammasso di galassie, tuttavia, ci si aspettano velocità viriali fino a 1000-3000 km/sec.

Viceversa, il prodotto $H_0 d$ approssima 1000-

tutto compiuto.

⁴La sua velocità è data da $H_0 \times d$, dove d è la distanza; in questo caso, appunto, 10 Mpc.

Dall'ultima Assemblea Generale (GA) della Unione Astronomica Internazionale (IAU)

The Resolution B4 on a suggested renaming of the Hubble Law which was presented for voting at the XXXth IAU General Assembly in Vienna (20-31 August 2018) generated a lively and interesting discussion among the GA participants. Therefore the Executive Committee decided to consider the result of the vote in Vienna as indicative and proposed to invite the entire IAU community to express their vote on Resolution B4 electronically. The result of the electronic vote will be considered final.

In the IAU Announcement(<https://www.iau.org/news/announcements/detail/ann18048/>) you will find some background and bibliographic information, the final text of the proposed Resolution, a summary of the discussion that took place in Vienna and the result of the straw vote.

La Risoluzione B4 “sul suggerimento di cambiare nome alla Legge di Hubble”, sottoposta a votazione alla XXX Assemblea Generale a Vienna (20–31 Agosto 2018), ha dato origine a una vivace e interessante discussione tra i partecipanti all’assemblea. Peraltro, il Comitato Esecutivo ha deciso di considerare i risultati del voto a Vienna come indicativi, proponendo che l’intera comunità IAU esprima elettronicamente il proprio voto sulla risoluzione B4. Il risultato della votazione elettronica sarà considerato definitivo.

Nel verbale IAU (<https://www.iau.org/news/announcements/detail/ann18048/>) si forniscono le basilari informazioni bibliografiche, il testo finale della delibera proposta, nonché un riassunto della discussione di Vienna e i risultati della votazione tenutasi a titolo di prova.

3000 km/sec a una distanza di 15–40 Mpc. Un campione di galassie che mostri i segni di un’ipotetica espansione dovrebbe quindi estendersi *al meno* oltre i 20 Mpc. In un certo senso, i cosmologi sono fortunati di vivere nel gruppo locale, in cui i moti viriali sono significativi, ma un po’ meno robusti. Così, disponendo di dati che si estendevano oltre una decina di Mpc, Sandage, Tamman e deVaucouleurs riuscirono a dare stime significative di H_0 ; ma siamo negli anni Quaranta e Cinquanta del Novecento ⁵.

Incidentalmente, si pensi a cosa significano le velocità peculiari: tutta la massa di un colosso di miliardi di soli lanciata a una velocità di 3000 km/sec; in laboratorio si ottengono simili velocità solo manovrando su minuscoli ioni.

Oggi, comunque, disponiamo di campioni di galassie sufficientemente profondi per permetterci di calcolare direttamente H_0 . La principale

sorgente di informazione, in questo senso, è il telescopio spaziale intitolato al nome di Hubble (in Figura 7).

Peraltro, al valore di H_0 si giunge anche tramite altre tecniche, che prescindono dall’analisi del moto delle galassie (in realtà sussiste ancora una discreta tensione, tra i valori forniti dal telescopio spaziale, sicuramente oltre i 70 (km/sec)/Mpc e quelli ricavati, per esempio, dai dati sul fondo microonde, che su aggirano sui 68 (km/sec)/Mpc; molto lavoro recente è stato dedicato a comprendere se ciò nasca da un *bias* osservativo, o ci sia una ragione fisica). Comunque, il moto d’espansione d’assieme, di tutte le galassie nel cosmo, cui vanno poi aggiunte le velocità peculiari delle singole galassie, viene denominato *flusso di Hubble*. La conclusione è dunque che il flusso di Hubble, cioè *l’espansione cosmica, si osserva solo su scale superiori a una ventina di Megaparsec*. Hubble convinse tutti di averla vista. Ma il “campione” che si era costruito era gravemente inquinato e sicuramente inadeguato.

⁵Le difficoltà incontrate sono ulteriormente illustrate dal fatto che, mentre Sandage e Tamman stimavano $H_0 = 50$ (km/sec)/Mpc, deVaucouleurs e collaboratori insistevano che i dati portavano a un valore poco inferiore a 100. I risultati non erano assolutamente conciliabili, in quanto entrambi i gruppi sostenevano di aver raggiunto una precisione superiore al 10%.



Silvio Bonometto: è nato a Venezia nel 1939, si è laureato in fisica a Padova nel 1961, Libero Docente di fisica teorica nel 1970. Professore associato e poi ordinario (dal 1984) di Fisica Teorica a Padova e Perugia. Dal 1988 al 2010 è professore ordinario di Astrofisica a Milano e Milano–Bicocca. Dal 2010 associato all’Istituto Nazionale di Astrofisica presso l’Osservatorio di Trieste. È Autore di 3 libri e di oltre 200 articoli (una ventina dopo il 2010) con migliaia di citazioni. Ha collaborato con molti ricercatori italiani e stranieri, tra cui Joel Primack, Anatoli Klypin e Martin Rees. Tra i suoi numerosi allievi, molti coprono posizioni internazionali e nazionali di grande prestigio, e hanno contribuito in modo essenziale alla fondazione della moderna scuola di cosmologia in Italia.

Marino Mezzetti: è nato a Trieste nel 1951 e si è laureato in Fisica cum laude presso l’Università di Trieste nel 1975. Dopo 20 mesi di servizio militare in Marina, ha lavorato come astronomo presso l’Osservatorio Astronomico di Trieste dal 1977 alla fine del 1985. Dall’inizio del 1986 al novembre 2015 è stato professore associato presso l’Università di Trieste, dove ha insegnato fisica sperimentale, astronomia e cosmologia. Attualmente è associato INAF presso l’Osservatorio Astronomico di Trieste. La sua attività di ricerca ha riguardato la fisica stellare, le galassie, i sistemi di galassie e la cosmologia. Ha pubblicato oltre 200 lavori scientifici, in gran parte sulle principali riviste internazionali di astrofisica con referee, con oltre 3000 citazioni ed un h index pari a 28, ed ha organizzato più di una dozzina di congressi internazionali su argomenti di astrofisica extragalattica e cosmologia. Dal 2001 al 2010 è stato responsabile del Corso di Laurea Specialistica in Astrofisica e Fisica Spaziale, poi divenuto corso di Laurea Magistrale in Astrofisica e Cosmologia presso l’Università di Trieste.

L'universo emergente della gravità quantistica

Possiamo davvero “conoscere l'universo? Mio Dio, è già così difficile orientarsi a Chinatown. - Woody Allen

Daniele Oriti

*Max Planck Institute for Gravitational Physics (Albert Einstein Institute)
Am Mühlenberg 1, D-14476, Potsdam, Germany, EU
Arnold-Sommerfeld-Center for Theoretical Physics, Ludwig-Maximilians-Universität
Theresienstrasse 37, D-80333 München, Germany, EU*

Una introduzione al problema della gravità quantistica, alle recenti prospettive su uno spaziotempo emergente, e alla loro realizzazione (potenziale) nel contesto delle teorie di campo su gruppi, in cui l'universo emerge come un condensato di costituenti elementari non-spaziotemporali.

Il problema della gravità quantistica

Chiariamo innanzitutto di *cosa* stiamo parlando: cosa studia la gravità quantistica?

Guardatevi attorno. Vedrete tanti corpi materiali, fatti di atomi, in movimento e in interazione l'uno con l'altro, tramite forze elettriche o nucleari (le particelle che compongono gli atomi così interagiscono). Gli stessi corpi cadono a terra oppure orbitano uno attorno all'altro (nel caso in cui siate all'aperto sotto un cielo stellato e non seduti al chiuso di una stanza). In quest'ultimo caso, stiamo assistendo alla loro interazione gravitazionale. Chi lavora in gravità quantistica

studia questa interazione.

Ma questo non rende ancora l'idea. Tornate a guardarvi attorno, adesso facendo uso di un po' di immaginazione (e ce ne vuole parecchia per fare gravità quantistica). Immaginate di rimuovere uno ad uno tutti i corpi che vedete attorno a voi, facendo finta che non ci siano. Cosa rimane, quando avete finito? Nulla, direte voi. E lo stesso pensavamo in molti, fino all'inizio del secolo scorso. Oppure direte: rimane lo spazio vuoto, dentro cui si muovono i corpi materiali, che però non è altro che un contenitore inerte e vuoto, appunto, niente di troppo interessante. Questo è quello che pensavano tutti gli altri, inclusi molti fisici. Ecco questo è quello che, più esattamente, studia chi si occupa di gravità quantistica. Non molto eccitante, detta così. Ciò che lo rende eccitante è quello che abbiamo imparato dalla Relatività Generale, un secolo fa.

La lezione principale di questa teoria, bella come poche altre, è che la gravità non è altro che la geometria dello spazio, o meglio dello spaziotempo, stesso (Figura 1).

Più precisamente, quando diciamo che due corpi materiali si attraggono tramite interazio-

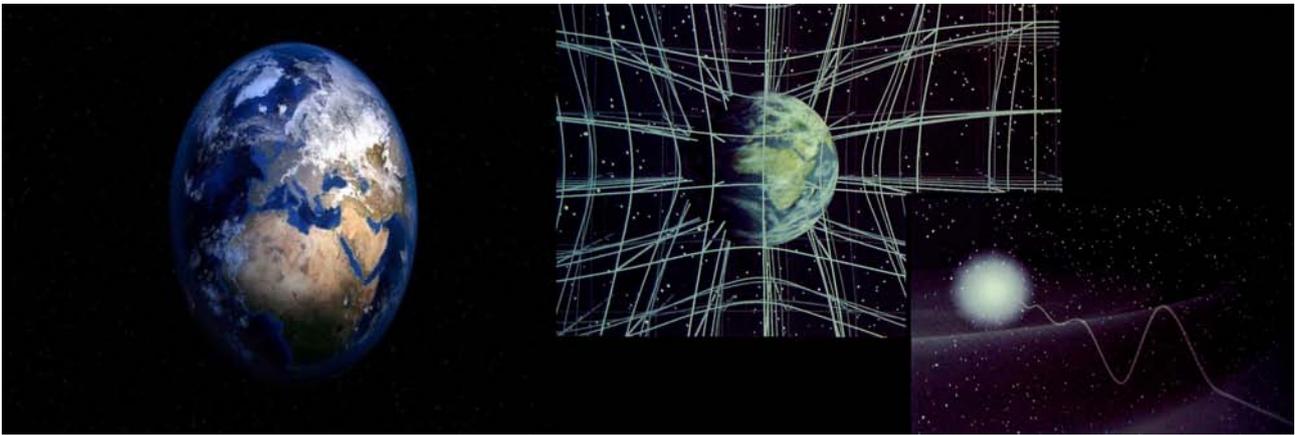


Figura 1: Lo spazio(tempo) stesso diventa un sistema fisico e dinamico, in Relatività Generale

ne gravitazionale stiamo in realtà dicendo che questi due corpi deformano lo spaziotempo intorno ad essi, in una maniera dipendente dalla loro massa e dalla loro energia (inclusa quella dovuta al loro stesso movimento, quella dovuta alla loro carica elettrica, ecc.), e che si muovono liberamente (cioè senza che ci sia ad agire su di essi alcuna “forza”) in questo spaziotempo deformato. La deformazione a cui ci riferiamo è quella codificata da tutte le misurazioni di distanze spaziali e temporali tra oggetti materiali ed eventi fisici, di angoli e volumi, cioè appunto della *geometria* dello spaziotempo. In un certo senso questi aspetti geometrici sono la *definizione* di spaziotempo. Ecco la Relatività Generale ci ha insegnato che lo spaziotempo stesso è un sistema fisico in sè, che interagisce con gli altri sistemi fisici (i campi materiali, gli altri campi di interazione come quello elettromagnetico, ecc.), che ha delle proprietà intrinseche e una propria dinamica, per descrivere le quali essa ci fornisce le equazioni appropriate. Per quanto possa sembrare sorprendente, lo spaziotempo stesso diventa un attore alla pari degli altri campi di interazione e dei corpi materiali, piuttosto che il palcoscenico inerte, della grande rappresentazione teatrale cosmica.

Non è stato e non è facile interiorizzare questa lezione, così controintuitiva. Ma ormai la Relatività Generale è la base di tutta l’astrofisica, di tutta la cosmologia (la scienza che studia come è nato e come evolve l’universo nel suo insieme), e ha ricevuto una quantità enorme di conferme osservative. L’ultima, da mozzare il fiato, la rilevazione diretta delle onde gravitazionali, solo tre anni fa. E le onde gravitazionali sono niente

altro che piccole increspature, deformazioni in movimento, dello spaziotempo stesso, analoghe alle increspature che si propagano sulla superficie di un fluido materiale. Una specie esotica di fluido, questa è infatti un’altra maniera intuitiva di pensare allo spaziotempo relativistico, come vedremo meglio nel seguito.

Ok, ma questo è quello che studia già la Relatività Generale. Dove e perché serve la gravità quantistica? Il fatto è che sappiamo ormai che, nonostante tutti i suoi successi, la Relatività Generale non è abbastanza. Non lo è innanzitutto perchè *tutti gli altri sistemi fisici* sono molto ben descritti da un formalismo totalmente diverso, la Meccanica Quantistica (più precisamente la Teoria Quantistica dei Campi), basata su una matematica diversa e, soprattutto, un apparato concettuale che contraddice la gran parte dei pilastri su cui si basa la Relatività Generale. In particolare, la Meccanica Quantistica tratta lo spaziotempo alla maniera di Newton, come uno sfondo inerte piuttosto che come un sistema fisico esso stesso. Non ha assorbito, in altre parole, la lezione principale della Relatività Generale, la quale d’altra parte non ha assorbito nessuna delle lezioni che la fisica quantistica ci ha impartito riguardo il comportamento dei sistemi fisici. Viviamo quindi, come fisici, un mondo schizofrenico, in cui siamo costretti ad utilizzare due apparati concettuali incompatibili l’uno con l’altro, a seconda che si stia cercando di dar conto dei fenomeni gravitazionali, cioè dello spaziotempo in sè, o del comportamento preciso (quindi quantistico) degli altri sistemi fisici. Abbiamo ovviamente una quantità di modelli semplificati, e di approssimazioni utili, che ci permettono di fare fisica

nonostante questa incompatibilità di fondo. Ma hanno validità limitata e non danno quindi tutte le risposte che vorremmo avere, e soprattutto si basano su assunzioni e ipotesi, che solo una teoria più fondamentale può giustificare o modificare. È questa teoria più fondamentale, questa base più solida e completa (concettualmente quanto fisicamente) che ci manca per capire il mondo, è la gravità quantistica.

In sintesi, costruire una teoria di gravità quantistica vuol dire ottenere una comprensione più completa e più profonda della natura di spazio e tempo, e della loro interazione con la materia. E se lo spaziotempo in sé è l'oggetto di studio, dobbiamo ottenere una descrizione del mondo in cui lo spaziotempo non è un dato di partenza ma qualcosa da capire. Dobbiamo pensare il mondo senza ipotizzare l'esistenza dello spaziotempo.

Quale fisica

Messa così, potrebbe sembrare una questione puramente concettuale, da lasciare ai filosofi. Non è così. Il punto generale è, infatti, che non abbiamo una teoria consistente e completa per trattare l'interfaccia tra fisica gravitazionale e fisica quantistica, cioè tutte quelle situazioni fisiche in cui sia le proprietà quantistiche dei corpi materiali e delle loro interazioni sia i loro effetti gravitazionali e la dinamica propria dello spaziotempo sono rilevanti. Per esempio, queste situazioni sono le fasi iniziali dell'universo (quindi la cosmologia primordiale) e i buchi neri (quindi una parte della astrofisica relativistica).

Enunciata la questione generale, cerchiamo di chiarire meglio cosa rende la gravità quantistica un problema *fisico* importante.

Chiediamoci innanzitutto a che scale di distanze ed energie dovrebbe essere rilevante. Se devono essere rilevanti sia gli effetti relativistici, sia quelli quantistici, sia quelli gravitazionali, in qualunque formulazione di una teoria di gravità quantistica devono comparire la velocità della luce c , la costante di Planck \hbar , e la costante gravitazionale di Newton G . Una loro combinazione dà una misura di lunghezza: $l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \approx 10^{-33}$ cm, di tempo $t_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}$, di energia: $E_p = \sqrt{\frac{c^5\hbar}{G}} \approx 10^{19}$ GeV, e di curva-

tura $R_p \approx \frac{1}{l_p} \approx 10^{33}$ cm⁻¹, che definiscono la cosiddetta 'scala di Planck' (vedi Figura 2).

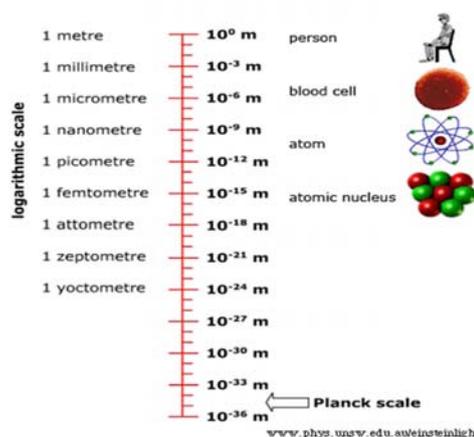


Figura 2: La lunghezza di Planck, in confronto con altre scale di lunghezza più familiari.

È evidente che stiamo parlando di scale molto distanti da qualunque fenomeno riproducibile in laboratorio o negli acceleratori (l'LHC raggiunge energie dell'ordine del TeV ($\approx 10^3$ GeV): tra la scala di Planck e le distanze più piccole mai testate, quelle dei quark, c'è circa a stessa distanza che tra i quark stessi e noi umani! Insomma, la gravità quantistica governerebbe solo fenomeni a distanze piccolissime ed energie enormi, e rimpiazzerebbe la Relatività Generale solo quando la curvatura dello spaziotempo diventa parimenti enorme. Una conseguenza immediata è che non ci possiamo aspettare osservazioni dirette di tali fenomeni, e quindi che la costruzione di una teoria di gravità quantistica venga guidata direttamente da input sperimentali.

Questo rende le cose molto più difficili, e storicamente inusuali per un fisico teorico. Vuol dire anche che la gravità quantistica è destinata a rimanere speculazione o gioco matematico, o che solo alla matematica (e magari a criteri estetici) possiamo affidarci per giudicare la validità delle vere proposte di teoria? Assolutamente no!

Per quattro ragioni.

Intanto, anche se le modifiche alla fisica che conosciamo, indotte dalla gravità quantistica, fossero dell'ordine della scala di Planck, potrebbero bene esistere meccanismi fisici di amplificazione tali da renderle osservabili. Un esempio è quello di modifiche alla propagazione della luce o delle particelle materiali che portino a discrepanze (rispetto alla teoria dei campi usuale) che si ac-

cumulino con la distanza percorsa. Immaginate due particelle identiche emesse contemporaneamente da una galassia a distanza cosmologica da noi, e nella nostra direzione, e supponiamo che gli effetti di gravità quantistica causino la loro velocità relativa essere diversa (contrariamente a quello che risulterebbe dalla Relatività Generale). Il loro tempo di arrivo sui nostri telescopi sarebbe di conseguenza leggermente diverso. Quanto? dipende da quanto tragitto hanno percorso; se pure la differenza di velocità/energia di una rispetto all'altra fosse piccolissimo, dell'ordine della scala di Planck (cioè $\approx 1/E_p$), se il tempo trascorso prima di finire sui nostri telescopi fosse enorme, il ritardo accumulato potrebbe essere grande abbastanza da essere osservabile. Un'altra possibilità è che effetti di gravità quantistica portino a violazioni di simmetrie fondamentali (per esempio quelle alla base della stessa Relatività Generale). In questo caso, fenomeni che sarebbero semplicemente proibiti sulla base delle teorie usuali, diventerebbero possibili ed esperimenti di precisione che li rivelassero (non importa quanto raramente o debolmente manifesti) diventerebbero importanti input osservativi nella costruzione della teoria. Queste due classi di possibilità sono infatti la base di una vasta letteratura riguardo la possibile fenomenologia della gravità quantistica.

Un'altra ragione per considerare la gravità quantistica a tutti gli effetti una questione fisica è che curvature spaziotemporali grandi abbastanza da chiamare in causa aspetti quantistici del campo gravitazionale vengono prodotte all'interno dei buchi neri e nelle fasi iniziali della vita dell'universo, al 'big bang' (Figura 3). In entrambi i casi, non abbiamo una teoria completa per descrivere cosa succede in queste circostanze. Sappiamo anche che descrizioni alternative di ciò che succede (suggerite da modelli diversi di gravità quantistica) hanno conseguenze rilevanti dal punto di vista osservativo.

Facciamo un esempio. La radiazione di fondo cosmica, cioè la prima luce che ci giunge dopo essere stata emessa poco tempo ($\approx 10^5$ anni) dopo il big bang, è la base della cosmologia osservativa e della nostra comprensione dell'universo primordiale. È l'oggetto della 'fotografia' fatta dal satellite Planck nel 2013 (Figura 4).

Le sue variazioni di temperatura, minime, so-

no prodotte da piccole fluttuazioni dei campi di materia e di interazione (incluso quello gravitazionale) nelle primissime fasi dopo il big bang, e sono queste stesse fluttuazioni, secondo le teorie cosmologiche moderne, ad aver originato le strutture cosmiche (galassie ecc.). L'origine e la dinamica di queste fluttuazioni sono l'oggetto principale di attenzione dei modelli cosmologici, le cui predizioni possono poi essere confrontate con i dati osservativi sulla CMB.

E di modelli cosmologici ne esistono diversi. L'inflazione (a sua volta codificata in un numero di modelli, diversi nei dettagli) postula che l'universo abbia avuto una fase di espansione accelerata subito dopo il Big Bang, e che questa espansione sia dovuta ad un nuovo campo di materia, il cosiddetto 'inflaton'. Le predizioni dettagliate sulla CMB, però, dipendono anche da specifiche ipotesi sullo stato iniziale dell'universo al momento dell'inizio di questa espansione accelerata e sulla dinamica dell'inflaton, giustificabili pienamente solo da una teoria più fondamentale come la gravità quantistica. Modelli alternativi predicono che il big bang sia in realtà parte di un 'Big Bounce' cosmico, cioè di una dinamica dell'universo che include un periodo di contrazione, alla fine della quale raggiunge un volume minimo e una densità massima (in genere immaginata dell'ordine della scala di Planck), e infine un 'rimbalzo', un Big Bounce appunto, seguito da un periodo di espansione che è quella che osserviamo attualmente. Le fluttuazioni all'origine della CMB verrebbero generate nella fase di contrazione. Ma la natura precisa del bounce e la sua esistenza stessa possono essere giustificati di nuovo solo da una teoria di gravità quantistica. Infine, altri modelli cosmologici contemplano una fase 'pre-Big Bang' in cui l'universo è statico, cioè non evolve e si mantiene a volume costante, seguita da una transizione repentina ad una fase di espansione, quella in cui ci troviamo. Anche questi modelli (detti di 'universo emergente') possono spiegare le caratteristiche osservate nella CMB. Ma anche questi modelli hanno bisogno di una teoria più fondamentale che descriva la transizione di fase cosmologica che li caratterizza. Insomma, in tutti questi scenari cosmologici possibili, in diverso modo, la gravità quantistica gioca un ruolo e può avere conseguenze rilevanti dal punto di vista

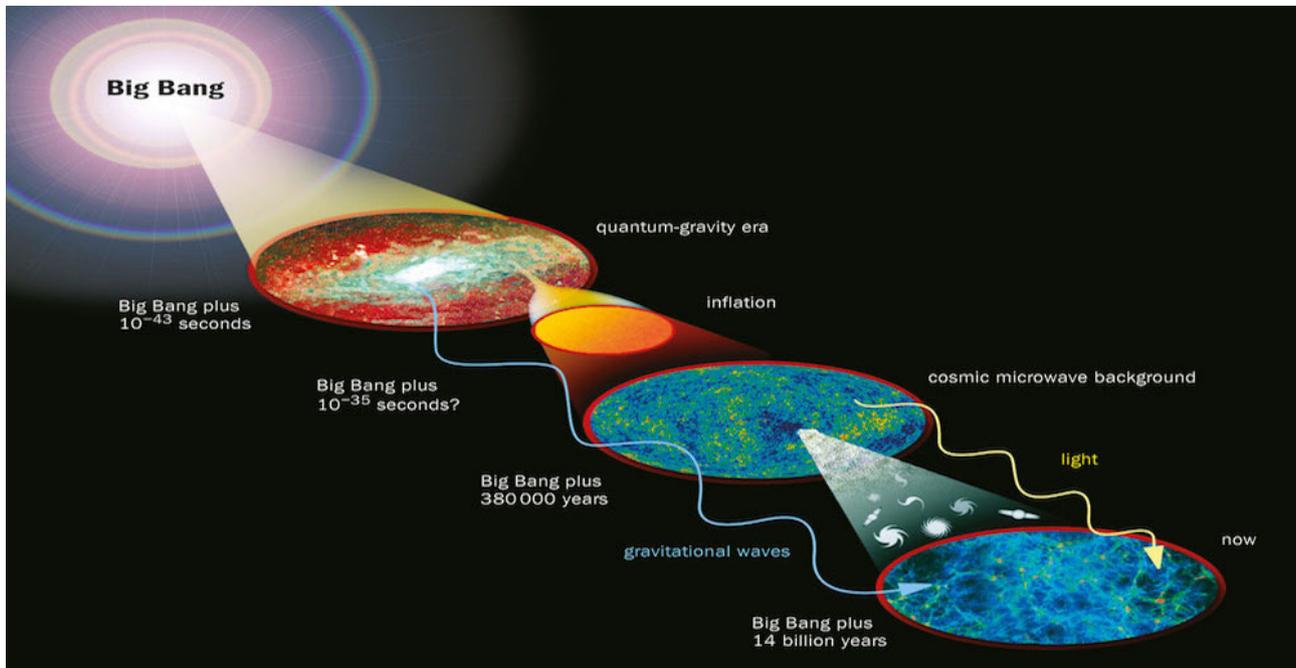


Figura 3: Le fasi chiave dell'evoluzione dell'universo, compresa (oltre alla fase di inflazione, che è ben accreditata, ma non senza alternative plausibili) quella di cui non sappiamo nulla e per descrivere la quale serve una teoria di gravità quantistica: il big bang. (Immagine prodotta da Dana Baram - <https://www.pinterest.de/danabaram1/>)

osservativo.

L'ultima ragione per non disperare sulla possibilità di porre in contatto la gravità quantistica con gli esperimenti, a causa della distanza tra la scala di Planck e i fenomeni comunemente osservati, è che la definizione stessa della scala di Planck e l'idea che solo questa sia quella rilevante per la fisica della gravità quantistica, si basano sulla fisica che conosciamo. Detta così sembra una banalità. Non è sempre così che procede la scienza? Ci si basa su quello che si conosce per andare oltre. Certo. Il problema è che ci aspettiamo, dalla gravità quantistica stessa, cambiamenti drastici sia della Relatività Generale sia della Teoria Quantistica dei Campi, nei loro principi più fondamentali. E quindi non sappiamo se le deduzioni che facciamo, sulla base di questi principi fondamentali potenzialmente in via di dismissione, siano così affidabili. Questo è un invito a mantenersi aperti alle sorprese.

Cosa deve essere la gravità quantistica?

Chiarito che si tratta di un problema fondamentale e con importanti conseguenze fisiche, come risolvere il problema della gravità quantistica?

Come costruire questa teoria? La prospettiva tradizionale, seguita in tutto il secolo scorso, è quella più immediata e naturale. Abbiamo una ottima teoria classica della gravità e dello spaziotempo, la Relatività Generale, e ce ne serve una versione quantistica. Abbiamo a nostra disposizione molte procedure diverse per costruire una teoria quantistica a partire dalla sua formulazione classica; applichiamole alla Relatività Generale. In questa prospettiva, il problema è puramente tecnico, e ben definito, almeno per quanto riguarda la costruzione della teoria. Rimane un problema formidabile, dato che le difficoltà matematiche nel portare a termine le varie procedure di quantizzazione della Relatività Generale sono molte ed enormi. Non facciamo qui neanche una rassegna breve per descrivere i vari filoni di ricerca basati su questa strategia, che corrispondono più o meno alle diverse tecniche di quantizzazione utilizzabili. Esistono approcci canonici, covarianti, perturbativi, non-perturbativi. Da ognuno abbiamo imparato molto, tutti sono incompleti. Quanto promettenti, è giudicato diversamente da ciascun ricercatore, e non è così importante discuterne qui.

Ciò che è importante è dare una idea di quanto anche questa prospettiva conservatrice, che cerca di non introdurre ipotesi radicali o nuove entità

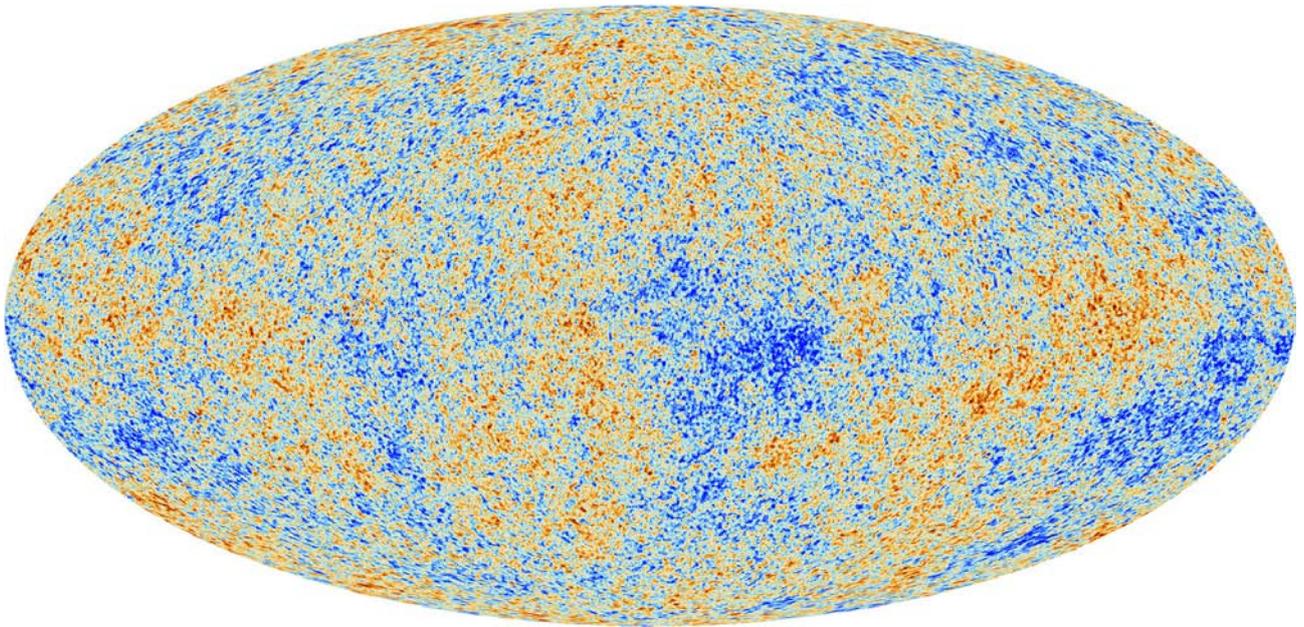


Figura 4: La prima foto dell'universo bambino: la radiazione di fondo cosmica. I diversi colori corrispondono a piccolissime variazioni della temperatura ($\approx 3K$) osservata. Possiamo leggerci l'impronta della gravità quantistica?

fondamentali, si confronta con questioni fisiche e concettuali profonde e difficili.

Tutti questi approcci condividono l'oggetto di base: un campo gravitazionale quantistico, cioè uno spaziotempo quantistico (Figura 5), dato che il campo gravitazionale coincide con la geometria dello spaziotempo. Vediamo cosa implica.

Se lo spazio, il tempo, la geometria sono quantistici, sono necessariamente soggetti a fluttuazioni e determinabili solo in maniera probabilistica. È già difficile avere una intuizione di questo comportamento in Meccanica Quantistica ordinaria, riguardo particelle di materia (un elettrone, ad esempio). Pensate cosa vuol dire avere quantità geometriche, come l'area di un tavolo, il volume di una stanza, la lunghezza di una strada, soggette a fluttuazioni quantistiche (ci aspettiamo che queste fluttuazioni siano quasi assenti per oggetti macroscopici, ma la questione concettuale rimane). Alla base di queste fluttuazioni c'è la sovrapposizione di stati quantistici. Nel caso della geometria vuol dire che qualunque affermazione del tipo: "La distanza tra l'oggetto A e l'oggetto B è X centimetri" deve essere riformulata come "La distanza tra l'oggetto A e l'oggetto B è X_1 cm con probabilità P_1 , X_2 cm con probabilità P_2 , ecc." con una probabilità non nulla (in generale) che sia qualunque cosa! Lo stesso per affermazioni sugli intervalli temporali tra due eventi, o il volume occupato da un corpo,

o la curvatura attorno da un altro. Le quantità geometriche stesse non hanno un valore univoco. Se questo non vi basta, considerate il fatto che le possibili relazioni causali tra eventi diversi dipendono strettamente dalle loro relazioni geometriche. Tecnicamente, è la geometria dello spaziotempo che determina il 'cono di luce' di un evento, e distingue tra tutti gli altri eventi quelli che giacciono nel suo futuro (e possono essere da questo influenzati) e quelli nel suo passato (che possono averlo influenzato) (Figura 6).

In altre parole, l'affermazione "l'evento A è nel passato (futuro) dell'evento B, e può averlo influenzato (influenzarlo)" è una affermazione sul campo gravitazionale, cioè sullo spaziotempo. Se questo ha natura quantistica, anche le relazioni causali, e la distinzione tra passato e futuro, sono soggette a fluttuazioni quantistiche e al principio di sovrapposizione. E ancora, in tutti i sistemi quantistici che conosciamo, il risultato del processo di quantizzazione a partire dalla teoria classica è (anche) che alcune quantità fisiche, che avevano natura continua (potevano prendere qualunque valore intermedio in un dato intervallo, anche infinito) diventano *discrete*. Esiste quindi una *risoluzione minima* nella loro misurazione. Pensate cosa può voler dire nel caso di quantità geometriche: una lunghezza minima, un volume minimo, e quindi una curvatura massima, una energia massima? Non esistereb-

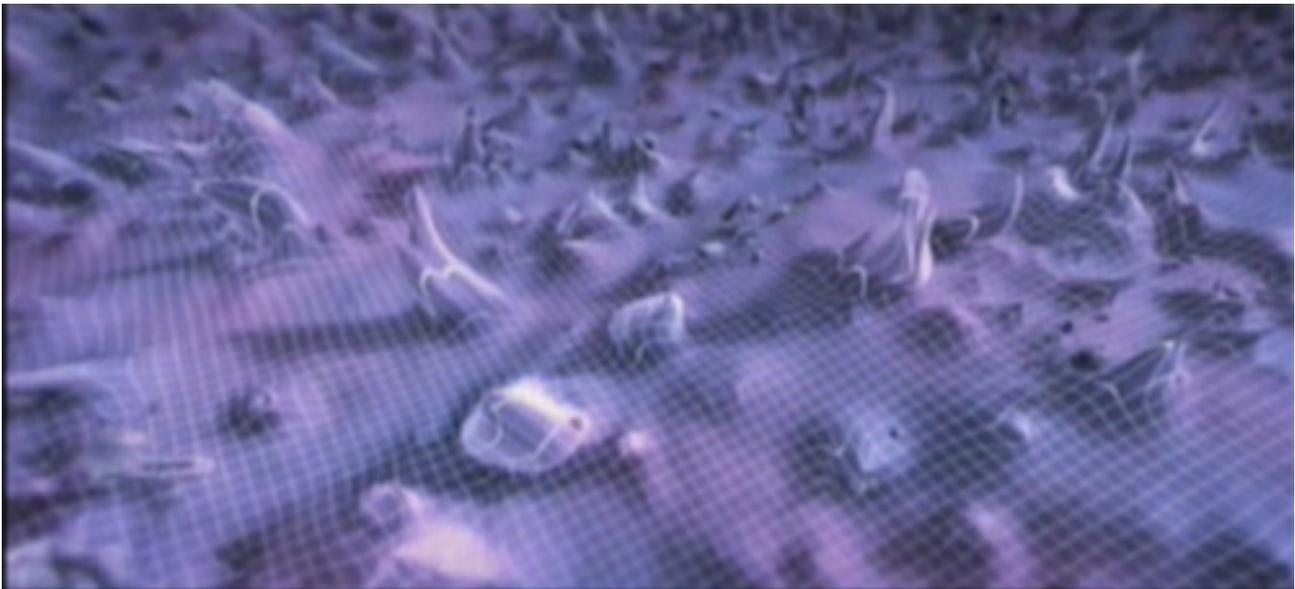


Figura 5: Uno spaziotempo (continuo, relativistico, geometrico) soggetto a fluttuazioni quantistiche? (© 1998 Cetin BAL)

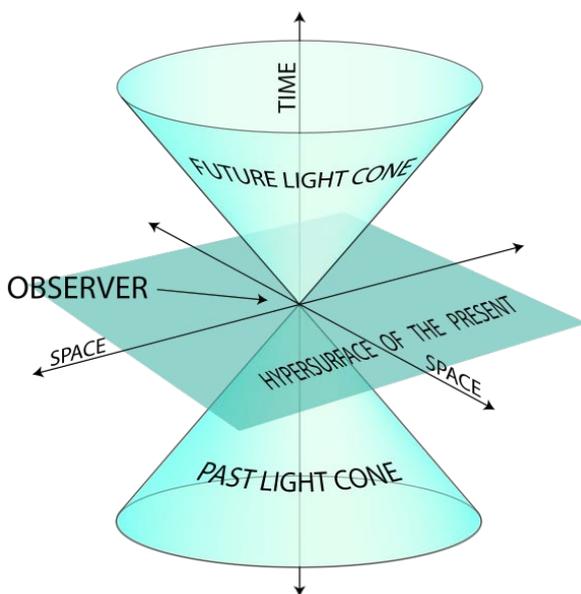


Figura 6: Il cono di luce di un osservatore, le limitazioni alle relazioni di causalità, e la distinzione tra passato e futuro. Cosa cambia quando tutto questo diventa quantistico? (da Wikipedia)

be nulla di più piccolo della lunghezza di Planck, ad esempio, o di più energetico della energia di Planck. Cosa rimane della nostra intuizione dello spaziotempo come un continuum di eventi, in questo caso? Soltanto la natura continua dei campi che abbiamo quantizzato, che rimarrebbero le entità fisiche fondamentali. Ma questa non si tradurrebbe più in proprietà osservabili anch'esse necessariamente continue, e la loro comprensione andrebbe rivista in profondità.

Al di là di come gli approcci specifici implementano questi aspetti in dettaglio, siamo in presenza di una rivoluzione dei nostri concetti di spazio e tempo e, di conseguenza, della nostra immagine del mondo fin dalle sue fondamenta.

Lo spaziotempo emergente

Per quanto la prospettiva descritta finora (basata sulla quantizzazione diretta del campo gravitazionale) sia radicale per implicazioni concettuali e fisiche, la prospettiva moderna sul problema della gravità quantistica lo è ancora di più.

Vediamo cosa porta i fisici verso questa nuova prospettiva. Le *singolarità gravitazionali*, cioè le situazioni in cui, secondo la Relatività Generale, la curvatura dello spaziotempo cresce senza limiti, come all'interno dei buchi neri o al big bang, sono situazioni in cui la Relatività Generale smette di essere applicabile. Questo fatto indica di sicuro che modifiche quantistiche sono necessarie. Ma molti fisici lo interpretano come un segnale di *inapplicabilità più generale del continuum spaziotemporale* e dell'idea di campi di interazione (incluso il campo gravitazionale, quantizzato o meno) anch'essi continui che vivono su di esso. Sarebbe cioè l'idea stessa di spaziotempo e di campi a venir meno a livello più fondamentale.

Vari argomenti basati sulla fisica semi-classica, che cercano di stimare gli effetti gravitazionali del comportamento dei campi quantistici, sug-

geriscono invece che vi sia un limite a quanto precisamente possiamo localizzare gli eventi nel tempo e nello spazio. Questi stessi argomenti portano ad ipotizzare l'esistenza di una *lunghezza minima*, cioè di una discretizzazione fondamentale dello spaziotempo. Il risultato è di nuovo una dissoluzione del continuum spaziotemporale su cui si basa la teoria dei campi classica e quantistica. Questo avrebbe quindi natura soltanto approssimata, emergente, basandosi proprio sulla nozione di località delle interazioni fisiche.

Una natura fondamentalmente discreta del mondo è anche ciò che indicano con forza i risultati sulla *termodinamica dei buchi neri*, in particolare il loro possedere una entropia finita (sostanzialmente anche dalla radiazione di Hawking, che essi emettono secondo la fisica semi-classica). Se interpretata alla Boltzmann, infatti, questa entropia misura il numero di gradi di libertà (o 'costituenti elementari') discreti che li costituiscono. Ma i buchi neri non sono altro che particolari regioni di spazio (benché con caratteristiche molto peculiari), quindi stiamo parlando di *costituenti elementari discreti dello spazio(tempo) in sé!*

Le proprietà termodinamiche dei buchi neri hanno anche ispirato una quantità di altre ricerche che hanno mostrato come le equazioni della Relatività Generale ammettano una interpretazione termodinamica esse stesse. Possono essere ottenute come equazioni di stato macroscopiche che legano energia ed entropia di gradi di libertà microscopici sconosciuti, ma collettivamente caratterizzabili in termini di geometria (campo gravitazionale) e campi di materia.

Insomma, qual è l'idea generale suggerita da questi risultati? Che esistono delle *entità microscopiche fondamentali*, e discrete, che *costituiscono ciò che chiamiamo spaziotempo* e di cui la geometria e i campi con cui lo descriviamo sono soltanto manifestazioni (approssimate) collettive.

Aggiungiamo un altro elemento a supporto di questa idea generale.

Evidenze dell'esistenza di queste entità fondamentali, e suggerimenti concreti sulla loro natura, arrivano direttamente da vari approcci moderni alla gravità quantistica.

In gravità quantistica a loop e nelle teorie di campo su gruppi, le entità fondamentali sono descritte in termini di *spin networks*, cioè grafi (o reti, strutture puramente combinatorie fatte

di nodi e link (connessioni) tra questi) decorati con ulteriori variabili dinamiche corrispondenti a rappresentazioni di gruppi di simmetria (eg il gruppo di Lorentz) (Figura 7). Quindi strutture puramente combinatorie-algebriche, che al massimo possono essere messe in corrispondenza con reticoli dotati di qualche forma di geometria discreta, rimpiazzano totalmente varietà differenziali, geometria e campi continui.

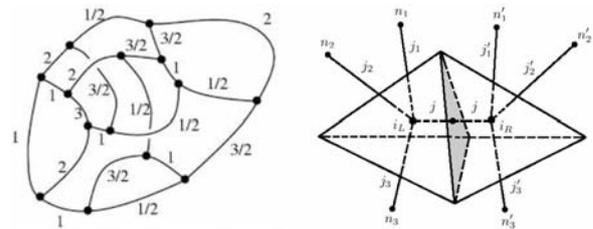


Figura 7: Una spin network: un grafo decorato con semi-interi (rappresentazioni di $SU(2)$ - spins); e la corrispondenza intuitiva con poliedri (qui tetraedri) incollati a formare reticoli estesi.

Strutture analoghe, corrispondenti a reticoli discreti, sono alla base di tutti gli approcci di gravità quantistica simpliciale (calcolo di Regge, triangolazioni dinamiche) (Figura 8).

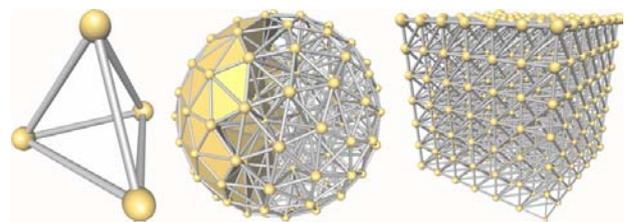


Figura 8: Reticoli simpliciali ottenuti dalla composizione di semplici 3d (tetraedri).

La teoria dei *causal sets* è similmente basata su entità discrete (reti di relazioni causali elementari) e lontane da quelle alla base delle nozioni usuali di spaziotempo.

Tutti questi approcci, quindi, suggeriscono che lo spaziotempo emerge da strutture più fondamentali e non spaziotemporali in sé.

In questa prospettiva più moderna, quindi, uno spaziotempo emergente, non soltanto quantistico, è l'oggetto della gravità quantistica. Il problema della gravità quantistica prende una nuova forma, e si carica di compiti ulteriori, ponendosi obiettivi ancora più radicali.

Descriviamo meglio questi nuovi compiti.

Il problema della gravità quantistica diventa duplice: a) individuare e descrivere

matematicamente le entità quantistiche, non-spaziotemporali e discrete che costituiscono l'universo al livello più fondamentale, e la loro dinamica; b) mostrare come lo spaziotempo come lo conosciamo e la sua dinamica effettiva in termini di Relatività Generale e teoria quantistica dei campi emergono in una approssimazione e nelle circostanze appropriate, preceduti, magari, da un regime in cui lo spaziotempo e la geometria sono già 'emersi' e manifestano proprietà quantistiche (il regime corrispondente al problema della gravità quantistica tradizionale). Questo, a livello formale. A livello fisico, c'è anche il compito ulteriore di ottenere, da questa nuova descrizione, predizioni qualitativamente chiare e quantitativamente precise su nuovi fenomeni o possibili osservazioni che permettano di testarla.

Si cerca uno spaziotempo emergente a partire da entità non spaziotemporali più fondamentali.

Ma *cosa* emerge, esattamente, di ciò che usiamo per definire lo spaziotempo? Di certo, il campo gravitazionale (la metrica, cioè la geometria continua) e la varietà differenziale che lo supporta (l'insieme continuo dei 'punti dello spaziotempo'). Forse anche la materia, che viene definita e classificata in base alle sue proprietà spaziotemporali (come regisce quando spostata e ruotata, localizzata nel tempo e nello spazio, ecc.). In ultima analisi, forse, *tutto*. Tutte le nozioni che usiamo per fare fisica vanno ripensate, in quanto basate sulle nozioni base di spazio e tempo, e forse sono anch'esse solo approssimate, non fondamentali, emergenti: la località delle interazioni, la simmetria di Lorentz, il principio di relatività, il principio di equivalenza, ecc. .

Da cosa dovrebbero emergere? Beh, questo dipende necessariamente da quale approccio specifico alla gravità quantistica consideriamo. Formalismi diversi presentano candidati diversi per le entità fondamentali. Qualche accenno è stato già dato. Un esempio specifico verrà discusso un pò più in dettaglio nel seguito.

E *come*, esattamente, dovrebbero emergere lo spaziotempo e tutte queste nozioni che su esso si basano? Anche qui, molto dipende dal contesto specifico. Approcci diversi troveranno conveniente usare tecniche e idee diverse.

Il punto cruciale è però generale. Qualunque siano le entità fondamentali, lo spaziotempo continuo e la sua descrizione in termini di campi di

materia e interazione può emergere solo alla fine di un'approssimazione continua che coinvolga un gran numero di queste entità fondamentali e che sia resa possibile dal risultato della loro dinamica collettiva. A livello più tecnico, questa intuizione a sua volta suggerisce che un ruolo fondamentale debba essere svolto dal gruppo di rinormalizzazione, che è esattamente lo strumento che ci permette di ottenere la dinamica effettiva (e approssimata) macroscopica di sistemi quantistici formati da molti corpi microscopici. Andiamo oltre. Se si deve analizzare la dinamica collettiva di un numero grande di entità quantistiche interagenti, ci si deve anche aspettare che il risultato di questa dinamica collettiva non sia unico. Un sistema di questo tipo si può organizzare, generalmente, in una molteplicità di *fasi* distinte, alle quali corrisponde una fisica molto diversa. Pensate all'acqua allo stato liquido, che è solo una delle fasi in cui le molecole (quantistiche, interagenti) che la costituiscono può organizzarsi, le altre essendo il ghiaccio (fase solida) e il vapore (fase gassosa). Pensate a tutti gli esempi, compresi quelli molto esotici, che ci presenta la fisica dei sistemi di materia condensata classica e quantistica: fasi macroscopiche con proprietà osservabili molto diverse, a partire dagli stessi costituenti elementari (tutta o quasi la fisica della materia condensata si basa su elettroni che interagiscono tramite campo elettromagnetico). Nel caso di quel sistema peculiare che è lo spaziotempo, assumendo sia anch'esso costituito da 'molti corpi quantistici (non spaziotemporali)' ci dobbiamo quindi aspettare che questi possano organizzarsi in fasi diverse. Una di queste deve necessariamente essere caratterizzabile in termini spaziotemporali (la nostra, quella in cui ci troviamo), ma dobbiamo aspettarci anche fasi dove le usuali nozioni di spaziotempo e geometria non emergono sotto *nessuna* approssimazione, fasi interamente non spaziotemporali.

Per finire, chiediamoci di nuovo: dove può essere la fisica, in tutto ciò? che conseguenze osservative dobbiamo aspettarci?

A questo punto, dovrebbe essere chiaro quello che affermavamo già in precedenza: aspettiamoci sorprese, in ogni direzione! *Tutte* le strutture e i concetti su cui si basa *tutta* la fisica moderna vengono messi in discussione. Potremmo ben scoprire che gli effetti di gravità quantistica sono

L'analogia tra spaziotempo e fluidi (quantistici)

FLUIDO/CONDENSATO

- Entità fondamentali: atomi di materia.
- Dinamica quantistica fondamentale: processi di interazioni tra particelle e atomi (ad esempio scattering, creazione/distruzione).
- Fasi continue prodotte dalla dinamica collettiva di molte entità fondamentali: gassosa, liquida, solida, ecc.
- Approssimazione utile a livello macroscopico nella fase liquida (e, in parte, gassosa): idrodinamica (o campo medio, ecc.).

SPAZIOTEMPO

- Entità fondamentali: atomi di spazio
- dinamica quantistica fondamentale: interazioni tra atomi di spazio, codificate in strutture discrete (ad esempio reticoli).
- Fasi continue prodotte dalla dinamica collettiva di molte entità fondamentali: geometrica/spaziotemporale, altre?
- Approssimazione utile nella fase spaziotemporale/geometrica: in termini di spaziotempo continuo, campi relativistici (classici e quantistici), cosmologia.

ovunque attorno a noi, che magari li avevamo già sotto gli occhi, ma non li avevamo riconosciuti in quanto tali. Potremmo scoprire che osservazioni e dati sperimentali già nelle nostre mani, ma che non mettevamo in relazione con la gravità quantistica in quanto si riferivano a fenomeni 'macroscopici', hanno invece la loro spiegazione nella gravità quantistica, proprio perchè lo spaziotempo in sè, compresi i suoi aspetti macroscopici, ha natura emergente. Due esempi che sono stati infatti studiati da questo nuovo punto di vista sono la materia oscura e l'energia oscura, fenomeni tuttora in attesa di spiegazione appropriata, e normalmente approcciati da un punto di vista puramente cosmologico, non direttamente collegato a questioni di gravità quantistica.

In alcuni approcci alla gravità quantistica, l'idea di uno spaziotempo come risultato collettivo della dinamica di un sistema a molti corpi è preso talmente sul serio da modellizzare letteralmente l'universo come un fluido o un condensato. L'emergere dello spaziotempo continuo viene trattato alla stregua dell'emergere della descrizione idrodinamica del fluido stesso, a partire dalla sua descrizione atomica/molecolare. E la transizione di fase che porta all'esistenza di tale fluido acquista una possibile interpretazione fisica in termini cosmologici, come ciò che rende possibile l'esistenza di questo spaziotempo continuo, e identificata con la nascita dell'universo

primordiale: il Big Bang.

Teorie di campo su gruppi: il contesto giusto?

Per illustrare le idee appena discusse, ecco un esempio di formalismo di gravità quantistica basato su entità discrete e non spaziotemporali, in cui lo spaziotempo emerge a livello di dinamica collettiva, e la Relatività Generale ne diventa la descrizione appropriata in un regime idrodinamico. Questo formalismo è chiamato *teoria di campo su gruppi* (Group Field Theory, GFT).

Cosa sono queste nuove teorie di campo, intanto? Sono una descrizione 'atomica' e quantistica *dello spaziotempo stesso*, una teoria di campo in cui i 'quanti' fondamentali sono i costituenti elementari dello spaziotempo stesso, i suoi 'atomi' costitutivi. Per definizione quindi non sono definite su nessuno spaziotempo fisico, ma su spazi in qualche modo ausiliari e più astratti, corrispondenti a possibili gruppi di simmetria dello spaziotempo che essi dovrebbero generare. E, hanno l'onere di spiegare in che modo lo spaziotempo emerge a partire dai loro quanti fondamentali e dalla loro dinamica quantistica, come in tutti i formalismi di gravità quantistica basati sull'idea di spaziotempo emergente.

I 'pezzettini di spazio' descritti dalle GFT sono visualizzabili come poliedri 3d astratti, normalmente tetraedri, ad ognuno dei quali può essere attribuito un volume, una lunghezza dei lati, una 'forma' (schiacciata, equilatera, ecc.) (Figura 9). Uno stato quantistico generico di GFT sarà quindi dato da un numero arbitrario di tetraedri ognuno con forma arbitraria; o meglio, essendo una teoria quantistica, sarà dato da una sovrapposizione di stati siffatti. Stiamo dicendo davvero che il mondo è fatto, lì giù alla scala di Planck, da piccoli tetraedri che si muovono? Sì e no. Sì, nel senso che stiamo ipotizzando, qui, che una teoria di GFT sia la descrizione corretta del mondo. No, perché la visualizzazione dei gradi di libertà fondamentali in termini di tetraedri è una guida alla scelta degli ingredienti matematici da includere nei modelli di GFT, per poter estrarre da questi, alla fine di un processo complesso, una geometria continua e uno spaziotempo realistico, ed è un aiuto alla visualizzazione di questi modelli e di questo processo. Ma così come un elettrone non è una sferetta puntiforme che gira, anche se ci è utile visualizzarlo così, i quanti di GFT non sono piccole piramidine che si muovono. La ragione più profonda per cui questa visualizzazione non va presa alla lettera è che essa fa uso inevitabilmente di uno spazio ambiente: i tetraedri, appunto, si trovano e si muovono, nella nostra immagine mentale, in un qualche spazio. I quanti GFT, invece, *sono* lo spazio, o quantomeno lo formano in un qualche regime della loro dinamica collettiva.

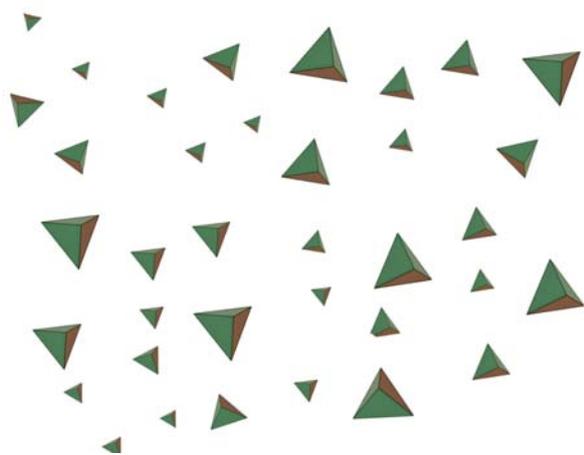


Figura 9: I quanti di GFT: costituenti elementari dello spazio stesso?

Oltretutto, se possiamo assegnare una geo-

metria discreta, ancorché quantistica, ai singoli quanti di GFT in quanto tetraedri (e parlare delle aree delle loro facce o del loro volume), uno stato generico di GFT, fatto da molti di questi tetraedri, non ha nessuna geometria chiara neanche a livello discreto. I tetraedri che lo compongono non saranno in genere incollati l'uno all'altro a formare alcuna struttura estesa, e, se lo sono, non necessariamente sarà possibile visualizzarli come un reticolo geometricamente ben formato.

Insomma, anche prendendo seriamente l'immagine proto-geometrica dei quanti di GFT come tetraedri, siamo ancora ben lontani da uno spaziotempo e una geometria continui come quelli alla base della fisica macroscopica.

Tutto quello che vale per i quanti di GFT, vale anche per i loro processi di interazione, la loro dinamica nel regime in cui un numero limitato di essi viene fatto interagire. I loro processi di interazione, infatti, possono essere messi in corrispondenza anch'essi soltanto, e non sempre, con reticoli, interpretabili come 'spazitempi' discreti (con le stesse limitazioni appena menzionate).

Non molto di più può essere ottenuto a questo livello di descrizione. Per andare oltre, alla ricerca di una approssimazione continua soddisfacente, bisogna lavorare con numeri sempre più grandi di quanti fondamentali, così come per ottenere una fisica effettiva continua a partire dalla fisica atomica o molecolare bisogna considerare numeri grandi di atomi o molecole interagenti (Figura 10). In questo formalismo, lo spaziotempo continuo e la sua fisica emergono a partire da queste entità elementari discrete, e la dinamica relativistica del mondo rimane una approssimazione macroscopica del pullulare sottostante dei loro processi quantistici di interazione.

Prima di presentare risultati recenti in questa direzione, chiariamo come questo formalismo sia strettamente collegato ad altri approcci di gravità quantistica già menzionati. Le strutture alla base della gravità quantistica a loop, le spin networks, sono comuni alle GFT, dato che rappresentano una riscrittura equivalente degli insiemi di tetraedri incollati di cui dicevamo. I reticoli alla base degli approcci di gravità quantistica simpliciale sono gli stessi che vengono generati come processi di interazione elementari tra i quanti di GFT. Molte altre tecniche e strutture in comune possono essere evidenziate, così come inevitabili

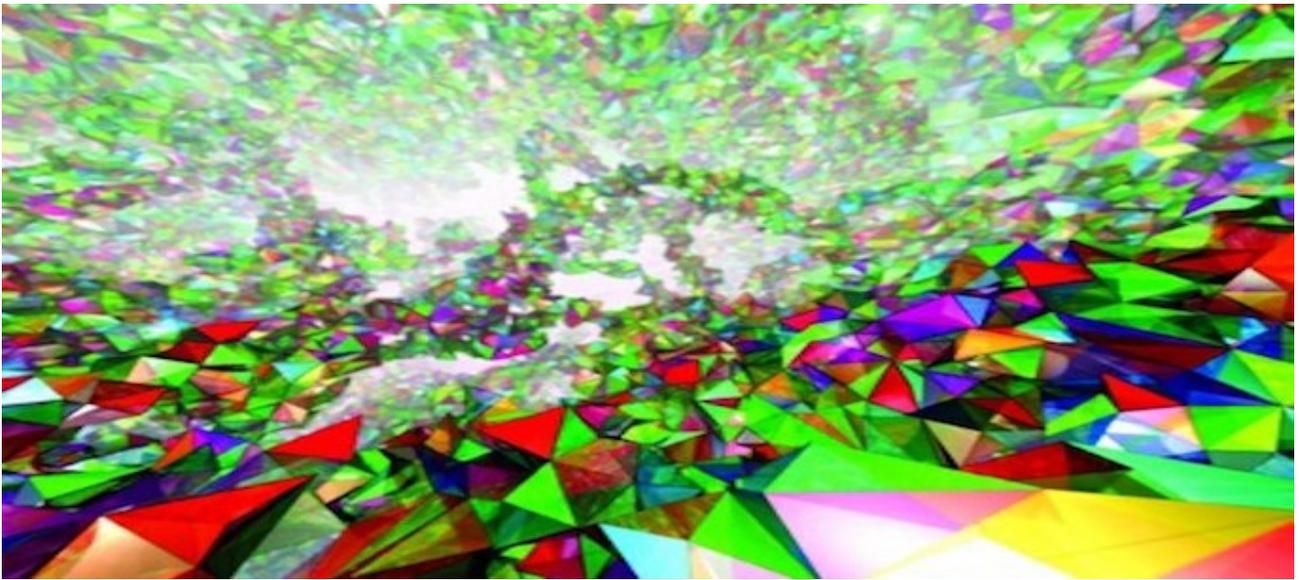


Figura 10: Come emerge lo spazio(tempo) dalla dinamica collettiva di (molti) quanti di GFT?

differenze di prospettive e di procedure.

Rispetto a questi altri formalismi, le GFT hanno un vantaggio chiave. La riformulazione delle stesse strutture matematiche, che descrivono pressoché le stesse entità fisiche discrete (e non spaziotemporali), nel linguaggio della teoria quantistica dei campi permette di trattarle in maniera potenzialmente molto più efficiente. Infatti, la riformulazione in termini di teorie quantistiche dei campi è esattamente ciò che permette di trattare in maniera efficiente i sistemi quantistici a molti corpi, nell'ambito dei sistemi di materia condensata, e di estrarre la loro dinamica effettiva macroscopica (in particolare, nel caso dei fluidi e condensati quantistici, la loro descrizione idrodinamica). In GFT, ci si propone di fare lo stesso, ma per gli atomi di spazio!

L'emergere dello spaziotempo in GFT: risultati recenti

Mostrare l'emergere dello spaziotempo in una teoria di gravità quantistica basata su entità non direttamente spaziotemporali o geometriche richiede due cose. Primo, l'esistenza di una fase continua che possa essere descritta in termini di geometria e campi di materia/interazione. Secondo, una riscrittura della dinamica effettiva delle entità fondamentali, in questa fase, che corrisponda alla Relatività Generale (o ad una sua

modifica compatibile con le osservazioni), in una approssimazione classica.

A che punto siamo, nelle teorie di campo su gruppi, rispetto a questi punti? Il progresso è stato rapido e sostanziale, negli ultimi 10 anni circa, facilitato dal fatto che, come abbiamo anticipato, questi modelli permettono l'applicazione diretta di idee e tecniche standard per i sistemi quantistici a molti corpi (quelle definiti cioè *nello* spaziotempo). Riassumiamo alcuni risultati.

Per identificare una fase continua geometrica di un sistema quantistico a molti corpi o di una teoria di campo, bisogna tanto per cominciare avere una mappa chiara delle sue fasi continue. La maniera principe per mappare lo spazio delle fasi di tali sistemi è studiarne il cosiddetto flusso di rinormalizzazione. In sintesi estrema, questo vuol dire controllare come cambia la dinamica effettiva del sistema quando si prendono in considerazione interazioni tra numeri sempre maggiori dei suoi costituenti. Quando questi sono stati tutti considerati, e sono in numero infinito, si parla di limite continuo. Le possibili fasi continue sono identificate dai valori che in esse prendono i parametri che caratterizzano le possibili interazioni dei costituenti del sistema. In fasi diverse, la dinamica effettiva può essere *radicalmente* diversa, e il sistema stesso prendere aspetti così radicalmente diversi da sembrare un sistema fisico differente. Di nuovo, pensate all'acqua in forma liquida, solida o gassosa, ma le differenze fisiche tra fasi diverse possono essere

ancora maggiori, come per esempio in sistemi che sono ottimi conduttori elettrici in una fase, e ottimi isolanti in un'altra.

Lo studio del flusso di rinormalizzazione delle GFT è diventato un ambito di ricerca molto attivo, con molti risultati interessanti. Potete immaginare le difficoltà tecniche, però! La maggior parte dei risultati più solidi, infatti, sono stati ottenuti per modelli semplificati, che non posseggono cioè tutte quelle caratteristiche che vorremmo in modelli realistici di gravità quantistica. Questo è ovviamente un male. La nota positiva, d'altro canto, è che i risultati ottenuti finora danno indicazioni che sembrano avere validità piuttosto generale. Per cominciare, i modelli di GFT sembrano consistenti e ben definiti sia quando si considerano interazioni tra pochi costituenti sia quando se ne prendono in considerazione un numero arbitrariamente alto. Questa è cosa affatto scontata. Inoltre, sembrano possedere almeno due fasi continue distinte: una apparentemente degenerare dal punto di vista della geometria continua, che non sembra avere chances di corrispondere al nostro mondo, e un'altra più promettente. Questa corrisponde, in primissima approssimazione, ad una fase 'condensata', in cui cioè i quanti di GFT si organizzano in modo da avere tutti o quasi lo stesso stato quantistico. L'universo diventa un condensato, un fluido quantistico di quanti di GFT.

È questa la fase geometrica e pienamente spaziotemporale che corrisponde all'universo che osserviamo? Questi primi risultati sono incoraggianti ma certo non conclusivi. Serve una analisi più dettagliata sulla possibilità di estrarre da essa la fisica gravitazionale che conosciamo.

Anche su questo secondo aspetto cruciale, i risultati negli ultimi anni sono stati molti e promettenti. L'attenzione, anche per via delle indicazioni date dal flusso di rinormalizzazione, si è concentrata sui condensati di GFT, e sull'estrazione di una dinamica cosmologica. Ma anche in questo caso le indicazioni ottenute sembrano avere validità più generale.

Il quadro concettuale di riferimento si basa sull'ipotesi che la dinamica effettiva gravitazionale, e in particolare la cosmologia, vadano cercate al livello di approssimazione *idrodinamica* dei modelli di GFT. La giustificazione intuitiva è che, in questa approssimazione, ci si concentra sul-

la dinamica collettiva delle entità fondamentali, trascurando le loro fluttuazioni e interazioni microscopiche, cioè quello che ci aspettiamo da una teoria macroscopica continua, e sulle loro osservabili globali, che è quello che ci aspettiamo corrisponda ad una dinamica cosmologica.

Gli stati condensati di GFT, poi, con tutti gli atomi di spazio nello stesso stato quantistico, sembrano perfettamente adattati a questa interpretazione cosmologica. Intuitivamente, corrispondono al tipo di geometrie continue utilizzate per descrivere l'universo su scale cosmologiche, cioè quelle omogenee, con tutti i punti dello spazio caratterizzati dalla stessa geometria locale. A livello matematico, questa corrispondenza può essere codificata più precisamente. La forma matematica degli stati di condensato ha un'altra conseguenza importante: essi sono interamente caratterizzati (di nuovo, nell'approssimazione più semplice) da un'unica funzione (la 'funzione d'onda del condensato'), pur essendo composti da un numero infinito di gradi di libertà. Inoltre, i dati da cui questa funzione dipende sono traducibili direttamente nelle variabili che descrivono spazitempi cosmologici. È quindi lo stesso tipo di funzione che viene usata in cosmologia quantistica e interpretata come 'funzione d'onda dell'universo'. Tutto torna, fin qui.

Il vantaggio di considerare stati condensati è anche un altro. L'estrazione della loro dinamica effettiva, in approssimazione idrodinamica, a partire dalla dinamica microscopica, è immediata, almeno nei casi più semplici. Anche nel caso dei condensati di GFT, infatti, è possibile estrarre l'idrodinamica di condensato per ogni dato modello di partenza. E data la natura e interpretazione della funzione d'onda di condensato, le equazioni dell'idrodinamica assumono la forma di una estensione non-lineare delle equazioni della cosmologia quantistica! Queste possono poi essere usate, come in quel contesto, per derivare predizioni cosmologiche, ma qui esse sono direttamente ricavate dalla teoria fondamentale.

Va bene, ma insomma: cosa dice tutto questo riguardo l'evoluzione del cosmo, assumendo che questa idea di spaziotempo emergente e di universo come condensato siano sensate, e che le GFT siano il contesto giusto per realizzarle?

Per una classe abbastanza generale di modelli di GFT realistici, e sotto l'assunzione che l'uni-

verso sia non solo omogeneo, ma anche isotropo (cioè con tutte le direzioni spaziali equivalenti, un caso ancora più semplice, ma alla base di molta cosmologia), la dinamica effettiva del volume dell'universo può essere dedotta esplicitamente dalle equazioni idrodinamiche del condensato.

Le evoluzioni possibili sono diverse, ma sono caratterizzate da alcuni punti in comune, tutti piuttosto eccitanti. Tanto per cominciare, l'universo-condensato si espande nel tempo, e fin qui tutto coincide con quello che osserviamo nell'universo reale. Inoltre, quando l'universo cresce abbastanza, le equazioni dinamiche che lo governano sono ben approssimate da quelle della Relatività Generale, che è l'altra condizione necessaria per continuare a fidarsi delle equazioni medesime. Continuando ad seguire l'evoluzione dell'universo-condensato e la sua espansione, i modelli di GFT in cui le interazioni tra i costituenti fondamentali sono forti predicono che l'espansione si fermerà e comincerà invece una fase di contrazione cosmica, con l'universo che assume volumi sempre più piccoli. Gli stessi volumi piccoli che aveva all'inizio della sua espansione, vicino al big bang. E prima? e dopo? Cosa succede al big bang? L'universo-condensato, questo dicono le equazioni idrodinamiche, attraversa un 'big bounce', rimbalza, passando da contrazione ad espansione. Il big bang, con la sua singolarità gravitazionale è sostituito da una regione puramente quantistica a volume minimo. Questo può avvenire infinite volte, in infiniti cicli di espansione-contrazione.

La gravità quantistica ha fatto quindi la sua scelta, tra tutti i modelli di universo primordiale che abbiamo elencato in apertura, scegliendo uno scenario di Big Bounce? Non così in fretta! Non solo perchè la scienza non è scienza senza innumerabili 'ma', 'però' e 'a meno che', cioè per la cautela intellettuale e lo scetticismo che ci definiscono (dovrebbero definirci) in quanto scienziati. Ma per ragioni più tecniche. Intanto, perchè quando le interazioni tra quanti di GFT sono abbastanza forti, l'espansione in 'uscita' dal Big Bounce sembra essere di tipo accelerato, come negli scenari inflazionari (ma con un'accelerazione generata invece da puri effetti di gravità quantistica, senza bisogno di campi inflatonici aggiuntivi). Quindi, in questi casi siamo in presenza di uno scenario misto Big Bounce-inflazione che va

studiato in maggior dettaglio. Più importante ancora, tutto ciò che abbiamo detto finora si applica non solo all'interno dell'approssimazione idrodinamica, e quando si guarda soltanto alla dinamica del volume cosmico, senza calcolare cosa succede alle fluttuazioni quantistiche dello stesso, nè introdurre altri campi di materia, nè studiare altre osservabili geometriche, nè considerare cosa succede alle piccole perturbazioni della geometria (che introducono le inhomogeneità alla base della radiazione di CMB). Non sappiamo, al momento, come queste complicazioni aggiuntive, sicuramente necessarie, alterano lo scenario appena descritto. Una possibilità in particolare va menzionata. La dinamica delle fluttuazioni e delle perturbazioni attorno alle configurazioni di condensato semplice che sono state considerate finora potrebbero alterare drammaticamente la dinamica vicino al big bounce, e in maniera tale da rendere l'approssimazione idrodinamica totalmente inadeguata. Questo in particolare è quello che ci dovremmo aspettare se la nascita dell'universo, la fase subito a ridosso del Big Bang classico, fosse in realtà il risultato di una transizione di fase del sistema di quanti di GFT, da una fase non geometrica e non spaziotemporale ad una fase geometrica, in cui i concetti di spazio e tempo possono essere applicati. Questa transizione sarebbe il processo di *condensazione* degli atomi di spazio che dà origine alla fase condensata in cui tutti i risultati appena menzionati sono stati ottenuti. In questo caso, lo scenario cosmologico sarebbe quello di 'universo emergente' menzionato in precedenza.

Manca ancora molto lavoro, prima di poter decidere cosa è successo all'inizio dell'evoluzione cosmica (Figura 11). La speranza è che questa sia il sentiero concettuale e il contesto formale giusto per rispondere a questa domanda, e per realizzare l'idea di spaziotempo emergente in gravità quantistica. La speranza ulteriore è che quanto stiamo imparando in questo specifico approccio al problema abbia in realtà validità più generale.

Nel frattempo, altri risultati sono stati ottenuti, nell'ambito della cosmologia di GFT. Riguardano la dinamica delle anisotropie, altri aspetti di questa idrodinamica cosmica e, soprattutto, la teoria delle perturbazioni cosmologiche, la base necessaria per mettere in contatto la gravità quantistica con la cosmologia osservativa.

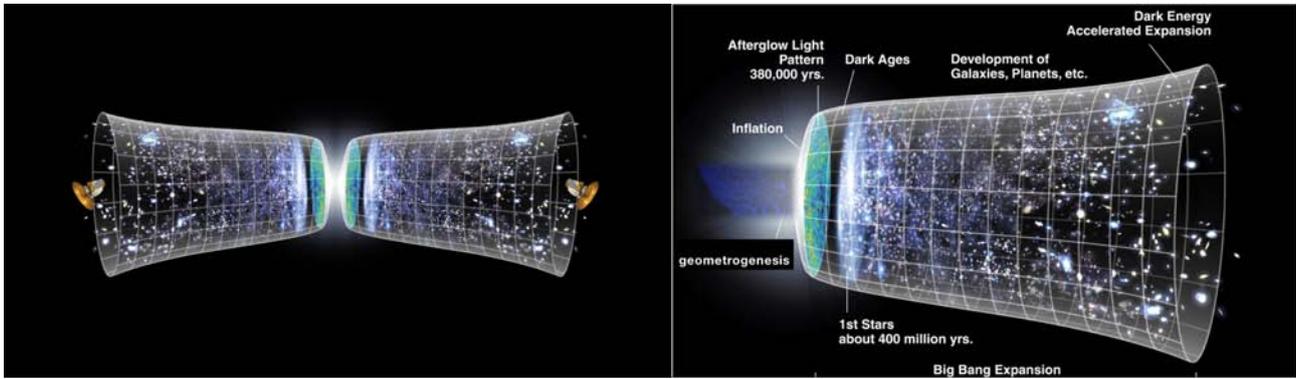


Figura 11: *Big Bounce (con un universo classico prima e dopo)? oppure una condensazione cosmica (geometrogenesi) a formare lo spaziotempo, partendo da una fase senza spazio e senza tempo?*

Per concludere. Le domande della gravità quantistica riguardano le fondamenta stesse della nostra comprensione del mondo fisico. La rivoluzione dei concetti di spazio, tempo e materia che ci si aspetta dalla sua costruzione è radicale, e tanto di più nella prospettiva moderna che vede lo spaziotempo stesso come emergente. Privati della base concettuale su cui poggia il nostro abituale sguardo sul mondo, cerchiamo nuove fondamenta. Cerchiamo un nuovo pensiero, degli occhi nuovi per ammirare l'universo.



- [1] CHRIS J. ISHAM: "Structural issues in quantum gravity", *Proceedings of 14th International Conference on General Relativity and Gravitation, Florence, Italy, August 6-12, 1995* Singapore: **World Scientific** (1997) .arXiv:gr-qc/9510063
- [2] CARLO ROVELLI: "Halfway Through the Woods: Contemporary Research on Space and Time", in *The Cosmos of Science*, J Earman and J D Norton eds **University of Pittsburgh Press** (1997) .arXiv:gr-qc/9510063
- [3] STEVEN CARLIP: "Quantum Gravity: A Brief History of Ideas and Some Prospects", *Int.J.Mod.Phys. D24* **11** (2015) 1530028.arXiv:1507.08194 [gr-qc]
- [4] DANIELE ORITI (ED.): *Approaches to Quantum Gravity*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2009).
- [5] DANIELE ORITI: "Spacetime as a quantum many-body system", in *Many-body approaches at different scales*, G. G. N. Angilella and C. Amovilli, eds **New York, Springer** (2018) arXiv:1710.02807 [gr-qc].
- [6] DANIELE ORITI: "Levels of spacetime emergence in quantum gravity", in N. Huggett, B. Le Bihan, C. Whutrich (eds), *Philosophy beyond spacetime* **Oxford University Press** (2019) arXiv:1807.04875 [physics.hist-ph].
- [7] SYLVAIN CARROZZA: "Flowing in Group Field Theory Space: a Review", *SIGMA* **12** (2016) 070.arXiv:1603.01902 [gr-qc]

- [8] DANIELE ORITI: "The universe as a quantum gravity condensate", *Comptes Rendus Physique* **18** (2017) 235-245.arXiv:1612.09521 [gr-qc]
- [9] STEFFEN GIELEN AND LORENZO SINDONI: "Quantum Cosmology from Group Field Theory Condensates: a Review", *SIGMA* **12** (2016) 082.arXiv:1602.08104 [gr-qc]

Daniele Oriti: dirige un gruppo di ricerca in gravità quantistica al Max Planck Institute for Gravitational Physics di Potsdam, in Germania, dal 2009. Prima, ha fatto ricerca all'Università di Cambridge, UK, all'Università di Utrecht, Olanda, e al Perimeter Institute for Theoretical Physics in Canada. Nel 2008 ha ricevuto il Sofia Kovalevskaja Prize dalla A. von Humboldt Foundation. Lavora con diversi formalismi, concentrandosi sulle teorie di campo su gruppi. Si occupa sia degli aspetti matematici che di quelli fisici della gravità quantistica, con particolare attenzione alla cosmologia, ma anche delle sue implicazioni filosofiche. È attualmente membro dell'Arnold Sommerfeld Center for Theoretical Physics della Ludwig-Maximilians Universität di Monaco, e assegnatario di un Heisenberg Grant della Deutsche Forschung Gesellschaft.

Stringhe, Brane e (Super)Gravità

Augusto Sagnotti

Scuola Normale Superiore e INFN, Piazza dei Cavalieri 7, 56126 Pisa

Gli anni '50 e '60 furono caratterizzati da un'imponente proliferazione di risonanze adroniche, particelle molto instabili che oggi associamo a composti di "quarks", e fu presto evidente che esse interagiscono fortemente, come i protoni e i neutroni dei nuclei atomici. La Teoria Quantistica dei Campi, nata negli anni '30 dall'esigenza di combinare Relatività Speciale e Meccanica Quantistica, aveva collezionato importanti successi dalla fine degli anni '40, riuscendo a spiegare sottili effetti dell'Elettromagnetismo nella Fisica Atomica. Questi successi avevano richiesto nuovi importanti sviluppi della Fisica Teorica, ma sarebbero stati impossibili se le Interazioni Elettromagnetiche tra elettroni, positroni e fotoni non fossero relativamente poco intense. Una parte della comunità scientifica si dedicò quindi negli anni '60 a costruire modelli che, al netto di alcuni stringenti criteri di consistenza, fossero in grado di descrivere *a priori* la distribuzione angolare delle particelle prodotte in urti tra risonanze adroniche. Nel 1968 Gabriele Veneziano propose una peculiare ampiezza di questo tipo, associata ad un urto elastico tra due

particelle, basata sulla funzione Γ di Eulero,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_V &= \frac{\Gamma(-1 - \alpha' s)\Gamma(-1 - \alpha' t)}{\Gamma(-2 - \alpha'(s+t))} \\ &= \int_0^1 dx x^{-2-\alpha's}(1-x)^{-2-\alpha't}. \quad (1) \end{aligned}$$

Questa espressione gode di alcune proprietà notevoli su cui torneremo, ma possiede anzitutto un'inusuale simmetria sotto lo scambio delle due "variabili di Mandelstam" s e t , che pure hanno ruoli ben diversi. Esse caratterizzano infatti, nel riferimento del centro di massa, l'energia totale e l'angolo di diffusione, ovvero l'angolo tra la direzione comune di impatto delle due particelle coinvolte nell'urto e quella lungo la quale esse emergono dall'interazione. Questa ampiezza fu presto collegata ad una classe di oggetti estesi (stringhe aperte) la cui struttura anticipava i tubi di flusso oggi associati al confinamento dei quarks, ma sottili effetti quantistici richiedono anche la presenza di particelle e interazioni riconducibili all'Elettromagnetismo e alla Relatività Generale. La "Teoria delle Stringhe" che genera eq. (1) è quindi una profonda generalizzazione della teoria di Einstein, nata sorprendentemente in un altro contesto. La sua consistenza richiede che l'Universo in-

cluda alcune dimensioni microscopiche, apparentemente inaccessibili ai nostri strumenti più sofisticati, in un quadro di straordinaria unità strutturale che trascende lo stesso concetto di spazio-tempo. Questo emerge chiaramente in presenza della supersimmetria, una peculiare simmetria tra bosoni e fermioni che introduce profonde semplificazioni nella dinamica, estendendo anche la Relatività Generale alla Supergravità. Appare oggi imperativo esplorare più a fondo i principi alla base di questi scenari.

Introduzione

Se chiedeste ad un esperto di illustrarvi le idee alla base dell'Elettromagnetismo, la sua risposta coinvolgerebbe cariche elettriche, linee di flusso, potenziali e onde. Si tratta di concetti sottili, ma per buona parte intuitivi, che possono trasmettere un'idea di questi fenomeni complessi anche ad un pubblico relativamente vasto. La risposta ad una domanda simile sulla Relatività Generale porterebbe il vostro interlocutore ad illustrarvi il principio di equivalenza, la caduta dei gravi e suggestive deformazioni della geometria dello spazio tempo che guidano i corpi celesti nelle loro orbite. Di contro, per la Teoria delle Stringhe questa richiesta può solo produrre alcuni esempi in grado di evidenziare straordinarie proprietà che emergono in casi speciali relativamente semplici, perché le sue basi restano elusive. Nel seguito cercherò di dare un'idea di queste difficoltà e del quadro affascinante che emerge comunque da queste considerazioni.

Campi, Quanti e Particelle

La nostra attuale comprensione delle Interazioni Fondamentali è fortemente ancorata al concetto di particella. Si tratta di un'associazione che risale almeno agli albori della Fisica, permea il concetto di punto materiale della Meccanica Newtoniana e, indirettamente, i modelli di corde, membrane, corpi rigidi e fluidi. Lo stesso concetto permea, seppure in modo più sottile, l'Elettromagnetismo classico, le cui equazioni ondulatorie possono essere associate, formalmente, a limiti continui di oscillatori accoppiati.

Il concetto si è però evoluto in modo profondo quando la Relatività Speciale è stata combinata con la Meccanica Quantistica, negli anni '30 del secolo scorso, in quella che oggi viene detta Teoria Quantistica dei Campi. In questa nuova veste, le diverse specie di onde-particelle riemergono come "quanti" di oscillatori corrispondenti ai campi, e combinano due attributi familiari, la massa e la quantità di moto, con lo spin, una sorta di "momento angolare intrinseco" che ne caratterizza le "polarizzazioni". A questi attributi si aggiungono una o più cariche q_i , che generalizzano la carica elettrica e determinano le loro interazioni, come avviene per la "costante di struttura fine"¹

$$\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}, \quad (2)$$

che coinvolge la carica e dell'elettrone e ha un ruolo centrale nell'Elettrodinamica Quantistica.

Le simmetrie *continue globali* della Teoria dei Campi, operazioni identiche in tutti i punti dello spazio-tempo, si traducono nella conservazione di cariche corrispondenti. Ad esempio, la conservazione dell'energia emerge in sistemi invarianti sotto traslazioni nel tempo. Simmetrie *locali o di gauge* operano in modo diverso in punti diversi, e determinano le interazioni di particelle cariche attraverso accoppiamenti minimali

$$\partial_\mu \rightarrow \nabla_\mu \equiv \partial_\mu + \frac{iq}{\hbar c} A_\mu \quad (3)$$

i cui potenziali generalizzano quelli dell'Elettromagnetismo. Anche il comportamento sotto operazioni discrete come la parità P o l'inversione temporale T è essenziale per dar conto delle Interazioni Fondamentali.

Una sintesi di questo corpo di conoscenze, nota come "Modello Standard delle Interazioni Elettrodeboli e Forti", è emersa tra gli anni '60 e la metà degli anni '70 del secolo scorso. Si tratta appunto di una sintesi dei dati sperimentali basata sul concetto di simmetria locale o di gauge, e sulla presenza di "vuoti", stati di minima energia che la rispettano solo in parte. Questo fenomeno, noto come "rottura spontanea" e ispirato da profon-

¹ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, dove h è la costante di Planck. Nella Fisica delle Interazioni Fondamentali è conveniente ricordare che $\hbar c \simeq \frac{1}{5} GeV \times fm$, dove $1 GeV$ è l'energia di riposo di un protone e $1 fm = 10^{-13} cm$ è la sua dimensione.

di risultati alla base del Ferromagnetismo, è stato portato all'attenzione del grande pubblico dalla scoperta del bosone di Higgs al CERN nel 2012. La simmetria di gauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ del Modello Standard² genera complesse interazioni tra i fotoni delle Interazioni Elettromagnetiche, i bosoni intermedi W_{\pm} e Z_0 delle Interazioni Deboli e i gluoni delle Interazioni Forti, e ruota tra loro quark e leptoni, le particelle di materia che oggi riteniamo elementari, e le corrispondenti anti-particelle, ma non fornisce alcuna indicazione sulle loro masse. Inoltre, le Interazioni Deboli violano le simmetrie discrete P e T .

Anche la Gravità, l'unica interazione a cui tutta la materia risponde, può essere associata ad una simmetria di gauge, legata in questo caso a trasformazioni di Lorentz indipendenti nei vari punti dello spazio-tempo. È però estremamente debole alle energie esplorate, pari al più ad alcune migliaia di GeV, e quindi è stata spesso ignorata in questi sviluppi. Tuttavia, se si tenta di combinare Meccanica Quantistica e Relatività Generale, il comportamento che ne risulta è altamente singolare. Nel seguito cercherò dare un'idea di questo "problema ultravioletto" della Gravità. In genere, gli effetti combinati della Gravità e della Meccanica Quantistica non possono essere ignorati in presenza di buchi neri o nell'Universo Primordiale.

È bene sottolineare la profonda distinzione tra le particelle di spin intero o *bosoni* (come i fotoni) e quelle di spin semi-intero o *fermioni* (come i quarks e i leptoni, ovvero gli elettroni e i neutrini). Quelle nella seconda classe sono soggette al principio di Pauli, che impedisce a due o più di loro di trovarsi nello stesso stato, e manifestano inevitabilmente una natura granulare. Osserviamo infatti campi elettromagnetici classici senza renderci conto che sono flussi di fotoni, ma non osserviamo manifestazioni simili per gli elettro-

²Questo gruppo di gauge è legato a concetti relativamente familiari. $SU(N)$ è il gruppo delle matrici unitarie $N \times N$ con determinante uguale ad uno, e nel caso speciale $N = 2$ è anche il ricoprimento doppio del gruppo $SO(3)$ delle rotazioni in tre dimensioni. Questa corrispondenza spiega perché gli spinori acquistano un segno dopo una rotazione di 2π intorno ad un asse, che non è appunto completa in $SU(2)$. In tutti questi casi "non abeliani" il risultato di due operazioni dipende in generale dall'ordine. Infine, $U(1)$ è il gruppo "abeliano" delle rotazioni intorno ad un asse, in cui l'effetto di due rotazioni non dipende dal loro ordine.

ni, e la struttura degli atomi riflette fedelmente i dettami del principio di Pauli. Lo spin è quindi una caratteristica molto importante delle particelle, e si parla in generale di particelle di spin 0, o scalari, come appunto il bosone di Higgs, di spin 1/2 o spinoriali, come i quarks e i leptoni, e di spin 1 o vettoriali come i fotoni, i bosoni intermedi e i gluoni. Allo stesso modo, la Meccanica Quantistica associa alla Gravità particelle di spin 2 o tensoriali, che ci aspettiamo siano alla base delle onde gravitazionali scoperte recentemente. È inoltre possibile, e in un certo senso naturale, concepire un ruolo per particelle elementari di spin maggiore di due, che sarebbero controparti elementari dei composti comuni tra le risonanze adroniche.

La presenza di uno o più tipi di carica può conferire a particelle di uguale massa e spin ruoli ben diversi nelle interazioni (fig. 1). La descrizione risultante è particolarmente efficace quando le loro cariche, o le corrispondenti "costanti di struttura fine", sono piccole, mentre nel limite opposto i quanti possono non manifestarsi direttamente. È il caso dei "quarks", che appaiono liberi all'interno dei protoni ma si manifestano solo indirettamente nei loro composti neutri rispetto alla "carica di colore" (detti anche mesoni se bosonici e barioni se fermionici). Questa carica risente infatti di sottili effetti quantistici, e di conseguenza le interazioni tra "quarks" sono molto flebili a distanze inferiori alla dimensione tipica di un protone, pari a circa 10^{-13} cm, ma diventano rapidamente molto intense a distanze maggiori.

Veniamo ora al problema ultravioletto. Secondo la Relatività Generale la "funzione di struttura fine"

$$\alpha_G(E) = \frac{G E^2}{\hbar c^5}, \quad (4)$$

suggerita da eq. (2) e dal confronto tra legge di Coulomb e legge di Newton, caratterizza qualitativamente l'intensità delle interazioni gravitazionali tra "quanti". Queste sono molto flebili alle energie attualmente esplorate, ma sarebbero molto intense ad energie prossime alla *scala di Planck*, definita dalla relazione

$$\frac{G E_{Pl}^2}{\hbar c^5} = 1. \quad (5)$$

In queste relazioni G denota la costante di gravi-

tazione universale, il cui valore implica che E_{Pl} corrisponde a circa 10^{19} GeV, una scala di energia incredibilmente elevata. Questa indicazione è foriera di difficoltà tecniche, perché la “somma sui cammini” della Meccanica Quantistica coinvolge energie arbitrariamente elevate, e solleva inoltre profondi interrogativi sulla natura dello spazio-tempo a piccolissime distanze. Ad esempio la lunghezza di Compton per una particella di massa m ,

$$\lambda_C = \frac{\hbar}{m c}, \quad (6)$$

caratterizza l'indeterminazione tipica del suo moto, ma se m è confrontabile con $M_{Pl} = \frac{E_{Pl}}{c^2}$ diventa anche dell'ordine di

$$r_S = \frac{2 G m}{c^2}, \quad (7)$$

il raggio di Schwarzschild per un corrispondente buco nero.

Abbiamo già sottolineato come i “quanti” siano i veri protagonisti della dinamica solo in presenza di piccoli valori delle corrispondenti costanti di struttura fine. In alcuni casi, dualità elettro-magnetiche generalizzate possono però fornire informazioni quantitative su interazioni di gauge in regime di forte accoppiamento. Questi sviluppi sono stati ispirati dalla relazione di quantizzazione di Dirac

$$q_m = \frac{n \hbar c}{2 q_e} \quad (8)$$

dove n è un intero, che collega cariche q_e della descrizione originale a cariche q_m della descrizione duale, e implica direttamente il legame

$$\alpha_m = \frac{n^2}{4} \frac{1}{\alpha_e} \quad (9)$$

tra le corrispondenti “costanti di struttura fine”. Se uno dei regimi “duali” è fortemente interagente, l'altro può essere studiato in modo più agevole, in termini di diversi gradi di libertà, un po' come abbiamo visto per quarks e barioni, ma la regione intermedia in cui i valori di α_e e α_m sono confrontabili resta inaccessibile con queste tecniche. Vedremo in seguito il ruolo centrale di alcune dualità generalizzate nella nostra attuale comprensione della Teoria delle Stringhe.

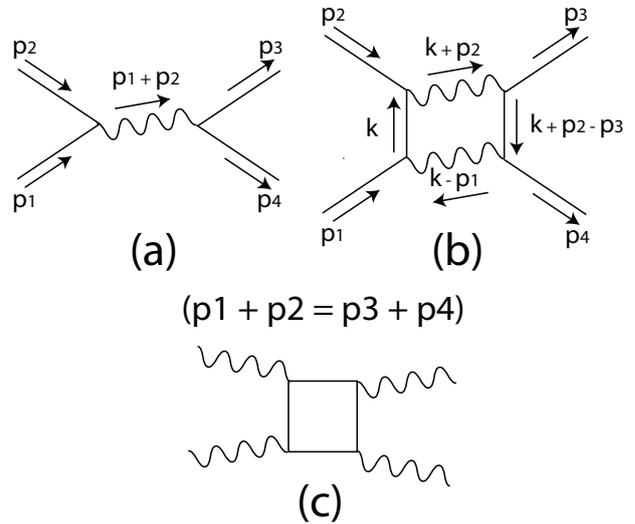


Figura 1: In Elettrodinamica Quantistica le distribuzioni angolari in processi d'urto sono determinate da serie di potenze in α_e associate a “diagrammi di Feynman” con numeri crescenti di vertici. Ogni vertice contribuisce un fattore $\sqrt{\alpha_e}$, e i p_i che vi confluiscono si sommano come le correnti in un circuito.

(a): primo contributo ad un processo d'urto tra due elettroni (linee continue), con due vertici e scambio di un fotone (linea ondulata);

(b): correzione di ordine superiore allo stesso processo, con quattro vertici e scambio di due fotoni, che contiene un'integrale sui k nel circuito chiuso (“loop”);

(c): anche i fotoni, seppure scarichi, interagiscono, perché coppie elettrone-positrone possono formarsi intorno ad essi.

I contributi dei “loop” riflettono fluttuazioni introdotte dalla Meccanica Quantistica, che nel Modello Standard inducono ridefinizioni di cariche e masse (“rinormalizzazioni”). In Relatività Generale i contributi in eq. (11) diventano troppo intensi ad altissime energie perché questo sia possibile.

Stringhe e Particelle

La formula di Veneziano in eq. (1) descrive il contributo “ad albero”, corrispondente quindi a diagrammi di Feynman con un solo stato intermedio, all'ampiezza di diffusione elastica per due particelle scalari identiche. Nel loro centro di massa queste emergono dalla regione di interazione con la stessa energia iniziale ma in direzioni genericamente diverse, e le singolarità delle funzioni Γ di Eulero riflettono la presenza nella teoria di infinite particelle con masse e spin crescenti. Tutte queste particelle corrispondono agli infiniti modi di vibrazione di una corda re-

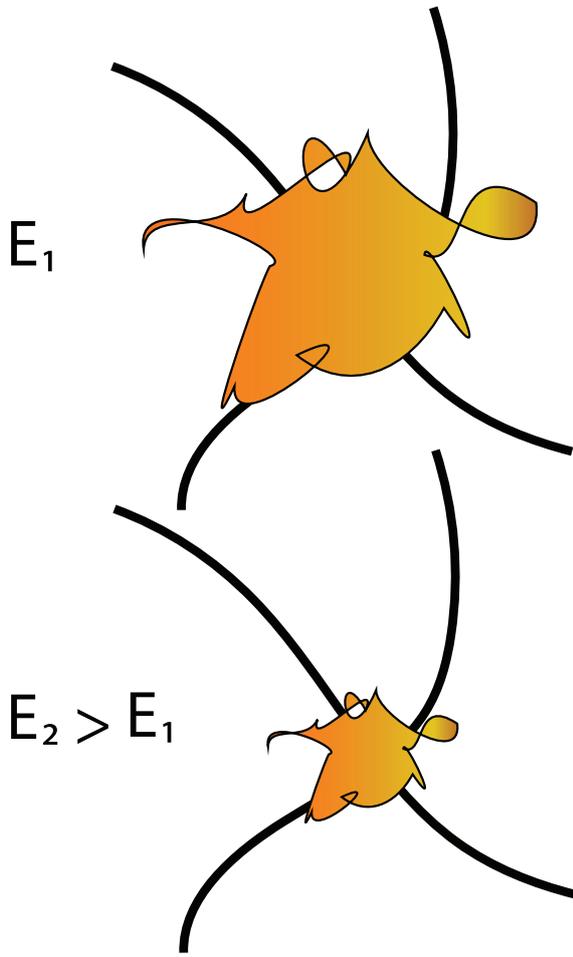


Figura 2: . Le interazioni tra stringhe coinvolgono i punti di contatto, che il principio di indeterminazione estende, in questa rappresentazione pittorica, alle figure dai contorni irregolari. Le loro dimensioni caratteristiche $\Delta x \sim \frac{\hbar c}{E}$ decrescono con l'energia in gioco. Solo una piccola frazione $\left(\frac{\Delta x}{\ell_s}\right)^2$ della coppia di stringhe interviene quindi in modo effettivo in urti ad altissime energie.

lativistica, sulla cui lunghezza caratteristica ℓ_s sono distribuite le loro funzioni d'onda. Questo ha un effetto drammatico: il semplice argomento ispirato dal principio di indeterminazione in fig. 2 suggerisce già che, ad altissime energie, le interazioni gravitazionali risultanti siano non meno soffici di quelle elettromagnetiche!

È bene meditare su questo fenomeno, confrontandolo con quanto avviene nelle Interazioni Deboli, dove a basse energie, per $|p|^2 \ll m^2$, lo scambio di un bosone intermedio W_{\pm} o Z_0 di massa m si riduce alla costante G_F proposta

inizialmente da Fermi:

$$A \sim \frac{g^2}{p^2 + (mc)^2} \rightarrow \left(\frac{g}{mc}\right)^2 \equiv G_F. \quad (10)$$

Una controparte del contributo precedente in Relatività Generale sarebbe qualitativamente della forma

$$A \sim \left(\frac{pc}{E_{Pl}}\right)^2 \frac{1}{p^2} \sim \left(\frac{E}{E_{Pl}}\right)^2 \frac{1}{p^2}, \quad (11)$$

perché il gravitone ha massa nulla e l'intensità delle interazioni gravitazionali che accompagnano la sua propagazione cresce quadraticamente con l'energia. Ad altissime energie, l'argomento di fig. 2 indica che gli effetti dell'estensione delle stringhe e del principio di indeterminazione di Heisenberg modificano però il fattore in eq. (11), e

$$\left(\frac{E}{E_{Pl}}\right)^2 \times \left(\frac{\Delta x}{\ell_s}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\hbar c}{E_{Pl} \ell_s}\right)^2, \quad (12)$$

producendo una costante g^2 effettiva, e quindi un comportamento che ricorda quello dell'esempio precedente.

In queste espressioni

$$\ell_s \sim \hbar c \sqrt{\alpha'} \quad (13)$$

è la scala di lunghezza caratteristica della stringa, mentre il parametro α' , che era già comparso in eq. (1), è detto "pendenza di Regge". Questo parametro è legato alle masse delle infinite particelle della teoria,

$$m_N^2 = \frac{N-1}{\alpha' c^4}, \quad N = 0, 1, \dots \quad (14)$$

che sono deducibili da eq. (1) e riflettono le frequenze caratteristiche della stringa, e trae origine da una relazione che coinvolge i loro spin S . Eq. (1) implica infatti che masse e spin si organizzano in un'infinità di "traiettorie di Regge" parallele, in cui

$$\alpha' m^2 c^4 = S + costante. \quad (15)$$

Negli anni '60 le risonanze adroniche che iniziavano a comparire, e che oggi associamo a composti di quarks altamente instabili, mostravano già una distribuzione di questo tipo e avevano fornito una motivazione chiave per eq. (1).

Queste importanti caratteristiche della Teoria delle Stringhe riflettono alcune proprietà ben note della funzione Γ di Eulero, sulle quali vorrei ora indugiare brevemente. $\Gamma(z)$ è definita per $Re(z) > 0$ dall'integrale

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty dt e^{-t} t^{z-1}, \quad (16)$$

e soddisfa sull'intero piano complesso la relazione ricorsiva

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z). \quad (17)$$

I risultati precedenti associano alla funzione $\Gamma(z)$ infiniti "poli" per valori interi negativi o nulli dell'argomento. In dettaglio, se $z \rightarrow -N$

$$\Gamma(z) \sim \frac{(-1)^N}{N!} \frac{1}{z+N}, \quad (18)$$

e l'ampiezza \mathcal{A}_V ha quindi infiniti poli in s , nell'intorno dei quali

$$\mathcal{A}_V \sim \frac{P_N(\alpha' t)}{s - \frac{N-1}{\alpha'}}. \quad (19)$$

Eq. (17) implica inoltre che il residuo del polo corrispondente ad N è un polinomio di grado N in t^3 .

Il minimo valore $N = 0$ dell'intero in eq. (14) corrisponde ad un *tachione*, una particella di massa immaginaria la cui diffusione è descritta da eq. (1): la sua presenza segnala un'instabilità del vuoto di questa "stringa bosonica". Il valore successivo corrisponde a particelle di massa nulla, in grado quindi di propagare effetti a grande distanza (che in questo caso si comportano come fotoni, o più precisamente come campi di gauge non abeliani, quelli alla base delle interazioni Elettrodeboli e Forti), mentre i valori successivi si traducono in un'infinità di particelle massive, anche di spin arbitrariamente elevato.

Eqs. (1) e (15) hanno una conseguenza molto importante, nello spirito di fig. 2: i contributi di queste infinite particelle producono per le ampiezze di diffusione ad angolo fissato, che esplorano distanze sempre più piccole al crescere dell'energia, un decremento addirittura esponenziale, proporzionale a $e^{-\alpha' s}$. Le stringhe rendono

³Le stesse considerazioni valgono, naturalmente, se si scambiano s e t , a causa della simmetria di \mathcal{A}_V .

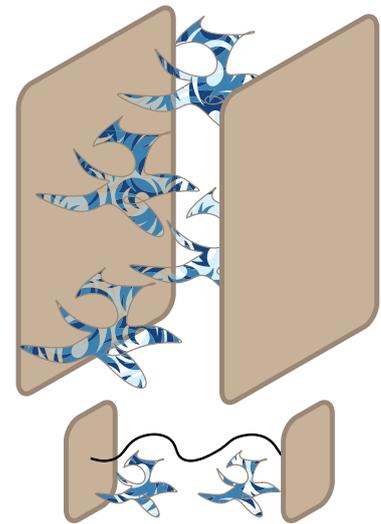


Figura 3: Le fluttuazioni quantistiche riducono la densità di energia nella regione tra due lastre parallele di materiale conduttore, provocando una lieve attrazione tra loro. Fluttuazioni simili nello spazio occupato dalle stringhe introducono in $D = 26$ (o in $D = 10$ per le stringhe fermioniche) tachioni e particelle con effetti a lungo raggio nello spazio-tempo.

quindi le interazioni molto soffici ad altissime energie, ben più di quanto è suggerito da fig. 1! Nel limite opposto di basse energie, il comportamento resta invece quello dettato dalla Teoria dei Campi, e in particolare, per la Gravità, dalla Relatività Generale. Vedremo a breve qualche indicazione su come, in realtà, il problema ultravioletto della Gravità venga eliminato in modo ancora più netto. Questo è un risultato straordinario, ma il prezzo da pagare è molto alto: la teoria contiene infinite particelle massive di spin arbitrariamente elevato, la cui dinamica resta a tutt'oggi avvolta nel mistero.

Una corda vibrante classica è un sistema relativamente semplice, e dovrebbe sorprendere che lo spettro di eq. (14), che è determinato dalle sue frequenze caratteristiche, parta da valori negativi. Questo è un effetto della Meccanica Quantistica, la cui origine è collegata ad un fenomeno sorprendente e ben studiato in altri contesti, l'effetto Casimir (fig. 3). In Elettromagnetismo le fluttuazioni del vuoto generano una forza di attrazione tra due lastre metalliche parallele, riducendo la densità di energia presente nella regione intermedia, e qui lo stesso effetto riduce l'energia del vuoto nella regione interna alla stringa generando tachioni e particelle di massa

nulla. L'esistenza di queste ultime, necessaria per la consistenza della teoria, richiede una regolazione precisa dell'effetto Casimir, che si traduce in una scelta ben definita della dimensione totale dello spazio tempo. Fu molto sorprendente quando, all'inizio degli anni '70, si capì che il modello di Veneziano cercava di descrivere risonanze adroniche in *26 dimensioni!*

Prima di proseguire vorrei mettere nuovamente l'accento sulla riduzione di intensità delle interazioni gravitazionali. La ricetta fornita dalla Teoria delle Stringhe risolve l'annoso "problema ultravioletto" della Relatività Generale, ma è bene tener presente che non è l'unica opzione. Un'alternativa sarebbe lasciare il contributo delle interazioni come in eq. (11), associando al gravitone il propagatore modificato

$$\frac{1}{p^2 \left[1 + \left(\frac{p}{mc} \right)^2 \right]} = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2 + (mc)^2}. \quad (20)$$

Questa scelta apparentemente bizzarra, proposta inizialmente da Kellogg Stelle, si riduce al propagatore in eq. (11) per $|p|^2 \ll m^2$ ma compensa ad altissime energie il fattore p^2 presente nelle interazioni, producendo nuovamente per la Gravità un comportamento più soffice, come in eq. (10). Eq. (20) richiama alla mente il vecchio metodo di "Pauli-Villars" usato a volte per regolarizzare l'ultravioletto in Teoria dei Campi, ed è alla base delle estensioni alto-derivative della Gravità.

Il prezzo, in un certo senso ancora più elevato di quello richiesto dalla Teoria delle Stringhe, è la presenza di un "ghost" massivo, una particella con termine cinetico di segno sbagliato, evidenziata dall'ultima espressione in eq. (20). Più energia viene associata ad un oggetto putativo di questo genere e più si riduce l'energia del sistema!

Limitando l'attenzione ad energie inferiori alla scala mc^2 alla quale il "ghost" può essere prodotto questo problema non si presenta, ed è anche possibile considerare una successione di espressioni del tipo

$$\frac{1}{p^2 \left[1 + \left(\frac{p}{mck} \right)^2 \right]^{k^2}} \rightarrow \frac{1}{p^2} e^{-\frac{p^2}{M^2}}, \quad (21)$$

dove k è un intero, che non alterano i primi due

contributi, quelli che dominano nella regione di interesse, in cui $\frac{|p^2|}{m^2} \ll 1$, ma introducono ghost di massa sempre più elevata. Peraltro, nel limite $k \rightarrow \infty$ emerge una gaussiana accanto al propagatore $\frac{1}{p^2}$ originale, in linea con alcune indicazioni della Teoria delle Stringhe che abbiamo menzionato. Alcune ricerche in corso potranno chiarire meglio la rilevanza di questo tipo di tentativi.

Stringhe Aperte e Chiuse

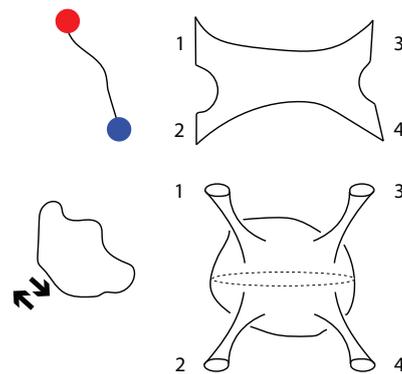


Figura 4: Stringhe aperte (con due cariche indicate simbolicamente alle estremità) e stringhe chiuse (con due frecce che ricordano la presenza di onde progressive e regressive indipendenti), e i diagrammi che corrispondono ad eqs. (1) e (22). Nel primo caso l'integrazione sull'intervallo $[0, 1]$ include le due regioni limite $1 \rightarrow 2$ e $1 \rightarrow 3$, mentre nel secondo caso l'integrazione sul piano complesso include le tre regioni limite, $1 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 3$ e $1 \rightarrow 4$.

Poco dopo l'introduzione della formula di Veneziano, Joel Shapiro e Miguel-Angel Virasoro proposero una funzione simile ma più complicata,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{SV} &= \frac{\Gamma\left(-1 - \frac{\alpha' s}{4}\right) \Gamma\left(-1 - \frac{\alpha' t}{4}\right) \Gamma\left(-1 - \frac{\alpha' u}{4}\right)}{\Gamma\left(2 + \frac{\alpha' s}{4}\right) \Gamma\left(2 + \frac{\alpha' t}{4}\right) \Gamma\left(2 + \frac{\alpha' u}{4}\right)} \\ &= \frac{1}{\pi} \int d^2 z |z|^{-4 - \frac{\alpha' s}{2}} |1 - z|^{-4 - \frac{\alpha' t}{2}}, \quad (22) \end{aligned}$$

nella quale l'integrazione è sull'intero piano complesso e le tre variabili di Mandelstam, s , t e u , legate dalla relazione

$$s + t + u = -\frac{16}{\alpha'} \quad (23)$$

entrano in modo simmetrico. Questa simmetria totale venne presto collegata a stringhe chiuse, e *poiché una stringa aperta può chiudersi, la presenza delle prime implica, nella teoria, l'esistenza delle seconde*. I "diagrammi di Feynman" in fig. 4 possono giustificare la simmetria in (s, t) dell'ampiezza di Veneziano e la simmetria totale in (s, t, u) dell'ampiezza di Shapiro e Virasoro: gli scambi identificano configurazioni limite di una stessa regione nella somma sui "cammini", e queste proprietà riflettono le integrazioni presenti in eqs. (1) e (22).

In eq. (1) la variabile x è integrata su un segmento dell'asse reale, e questo mantiene l'ordinamento delle quattro linee esterne in fig. 2. Le due regioni limite $x \rightarrow 0$ e $x \rightarrow 1$ esibiscono i propagatori $1 - 2$ e $1 - 3$, con poli in s e t , che in Teoria dei Campi avrebbero origine da diagrammi distinti. Come abbiamo visto, le proprietà della funzione Γ di Eulero implicano che, se $s \simeq \frac{N-1}{\alpha'}$, l'ampiezza di eq. (1) è ben approssimata da eq. (19), un'espressione con due caratteristiche sulle quali vale la pena di soffermarsi nuovamente.

La prima di queste caratteristiche è che il denominatore, il polo di cui dicevo e in cui s caratterizza l'energia, ricorda quello che compare in eq. (10). Questo identifica lo scambio di una particella con la massa che compare in eq. (14). La seconda caratteristica è legata al numeratore di eq. (19), un polinomio di grado N nella variabile t , che come abbiamo detto caratterizza l'angolo di diffusione. Questa seconda proprietà riflette lo spin delle particelle scambiate, e indica che il suo massimo valore è N per il polo corrispondente a m_N . In conclusione, l'ampiezza di Veneziano coinvolge infinite particelle di spin arbitrariamente elevato, le cui masse sono definite in eq. (14).

La variabile z che entra nella definizione dell'ampiezza di eq. (22) è invece integrata sull'intero piano complesso, e le regioni limite intorno ai punti 0 e 1 e quella intorno a punto all'infinito esibiscono i propagatori $1 - 2$, $1 - 3$ e $1 - 4$, con poli in s , t e u , che qui emergono da una singola espressione. Le infinite singolarità delle funzioni Γ segnalano nuovamente la presenza di infinite particelle di masse crescenti, identificate nuovamente da un'intero N , con spin arbitrariamente elevati, che questa volta raggiungono il valore

massimo $2N$.

La differenza tra stringhe aperte e chiuse ha un effetto ben noto dal caso elementare di una corda vibrante classica, la presenza nelle prime di un'infinità di onde *stazionarie* e, nelle seconde, di una *doppia* infinità di modi *indipendenti*, associati ad onde *progressive* e *regressive*. Nella Teoria delle Stringhe, la scelta arbitraria di un'origine sulla stringa chiusa richiede inoltre che le due famiglie di modi siano eccitate in modo corrispondente per dare luogo a particelle.

Queste considerazioni hanno una conseguenza che ho già menzionato, e sulla quale vorrei soffermarmi: le eccitazioni a lungo raggio delle stringhe aperte sono associate a vettori, come le coordinate X^μ della stringa, e descrivono potenziali di gauge per vari tipi di carica. Di conseguenza, le eccitazioni a lungo raggio delle stringhe chiuse sono associate ad una coppia di coordinate $X^\mu X^\nu$, e uno dei contributi corrisponde ad una matrice simmetrica, proprio come la metrica $g_{\mu\nu}$ della Relatività Generale. Queste considerazioni qualitative possono dare un'idea di uno dei risultati più straordinari della teoria: *la Gravità è inevitabile in Teoria delle Stringhe, ed è richiesta per consistenza dall'Elettromagnetismo e delle interazioni di gauge*.

Stringhe Fermioniche

Nella sezione precedente abbiamo indicato come tachioni ed eccitazioni a lungo raggio in Teoria delle Stringhe siano riconducibili all'effetto Casimir, e quindi alle fluttuazioni di vuoto quantistiche all'interno dei suoi costituenti, le stringhe aperte e chiuse. Il segno dei contributi all'energia del vuoto è opposto per bosoni e fermioni, e quindi la presenza di modi di stringa fermionici può avere effetti rilevanti. ?? questa la novità introdotta nel 1970 da André Neveu e John Schwarz, e da Pierre Ramond, nel cosiddetto modello NSR. Una perfetta cancellazione produrrebbe uno spettro privo di tachioni, ma in stringhe aperte questo avviene solo con un'opportuna scelta di condizioni al contorno, nel cosiddetto "settore di Ramond" (R). Le particelle risultanti sono fermioni nello spazio tempo, sempre con funzioni d'onda distribuite sulla stringa. Esiste però una scelta alternativa, in cui queste condizioni sono diverse, il cosiddetto "settore di Neveu-Schwarz"

(NS). In questo caso la simmetria tra le due classi di modi viene rotta parzialmente, e le particelle risultanti sono invece bosoni. Considerazioni simili valgono per i modi sinistri e destri di stringhe chiuse, che hanno quindi quattro classi di settori, ovvero NS-NS, NS-R, R-NS e R-R. Questi modelli vivono in *10 dimensioni* e sembrano potenzialmente in grado di dar conto delle particelle presenti in Natura, ma nel settore NS permane un modo tachionico, e quindi il vuoto resta instabile. Come vedremo a breve, questa costruzione è incompleta, e va corredata con un cruciale contributo di Ferdinando Gliozzi, Joel Scherk e David Olive, noto in letteratura come *proiezione GSO*.

Supersimmetria e Supergravità

La proprietà emersa nel modello NSR, ovvero la possibilità di una corrispondenza diretta tra modi bosonici e fermionici, venne trasferita in modo concreto alla Teoria dei Campi da Julius Wess e Bruno Zumino nel 1973. Il risultato è la supersimmetria, che è una controparte, per la Teoria dei Campi, di quello che l'Analisi Complessa rappresenta per la Matematica, alla quale ha già contribuito idee profonde e molto importanti. Si tratta di una simmetria continua, presente in una sottoclasse di modelli, che consente di *ruotare gli uni negli altri campi bosonici e fermionici*. Inoltre, combinando due operazioni di questo tipo si genera una traslazione, una simmetria profondamente legata alla Relatività Generale.

Esistono quindi due classi di modelli con supersimmetria. La prima comprende teorie con campi di spin 0, 1/2 e 1, con tipi corrispondenti di particelle bosoniche e fermioniche, le cui interazioni sono ristrette in modo opportuno. In questo caso la supersimmetria è una simmetria *globale*, che si riflette nella conservazione di uno o più tipi di carica. Esiste anche una seconda opzione più profonda, nella quale la supersimmetria *locale* determina la natura delle interazioni, in parte o del tutto. In questi casi si parla di Supergravità, e in particolare, quando le determina del tutto perché tutti i campi possono essere "ruotati" nella metrica $g_{\mu\nu}$, si parla di Supergravità "pure".

Il termine Supergravità identifica una classe di estensioni della Relatività Generale che esistono

al più in undici dimensioni e coinvolgono uno o più campi di spin 3/2, detti "gravitini". Il primo esempio fu introdotto da Sergio Ferrara, Daniel Freedman e Peter van Nieuwenhuizen nel 1976, combinando in modo opportuno, in quattro dimensioni, la Relatività Generale con un campo di spin 3/2. Questa teoria garantisce, sorprendentemente, interazioni consistenti tra la Gravità e un "gravitino", un peculiare spinor-vettore studiato da Bill Rarita e Julian Schwinger nel 1941. Le possibili supersimmetrie locali sono al più otto in quattro dimensioni, e l'unica teoria massimale $N = 8$, costruita da Eugene Cremmer e Bernard Julia nel 1978, è un modello di complessità senza precedenti che combina la Relatività Generale con 8 gravitini, 28 vettori, 56 fermioni e 70 scalari.

In dieci dimensioni (in cui ogni spinore ha sedici componenti, quattro volte quelle di uno spinore in quattro dimensioni), esistono tre tipi di teorie, dette I, IIA e IIB, con una o due supersimmetrie locali, e infine esiste una sola Supergravità in undici dimensioni, costruita da Cremmer, Julia e Scherk nel 1978. Esistono anche combinazioni delle Supergravità in quattro dimensioni con i modelli globali di cui sopra: le varietà complesse che determinano la dinamica dei loro campi scalari hanno stimolato interazioni sorprendenti con la Matematica degli ultimi decenni. I limiti superiori sulle dimensioni o sul numero di supersimmetrie riflettono sottigliezze sui campi di spin elevato, sulle quali torneremo a breve.

I modelli di Supergravità "puri", nei quali le supersimmetrie collegano la metrica $g_{\mu\nu}$ a tutti gli altri campi, hanno mostrato dagli inizi un comportamento ultravioletto meno singolare della Relatività Generale. Esplorare a fondo questi fenomeni presenta enormi difficoltà tecniche, e ha anche stimolato lo sviluppo, da parte di Zvi Bern, Lance Dixon e altri, di nuovi metodi che vengono utilizzati con profitto nella Fisica ai grandi acceleratori.

Il caso della Supergravità massimale potrebbe riservare ancora delle sorprese, a causa di sottigliezze introdotte da dualità elettromagnetiche generalizzate, e alcuni ritengono che la teoria $N = 8$ potrebbe essere del tutto priva di divergenze ultraviolette. Questo risultato verrebbe considerato un miracolo senza precedenti, ma il contenuto di campi e le interazioni della teoria $N = 8$ non appaiono collegabili in modo natu-

rale alle Interazioni Fondamentali, a dispetto di alcuni ingegnosi tentativi. È invece noto che nei casi (non “puri”), in cui le supersimmetrie non collegano la metrica a tutti gli altri campi, la Supergravità ha un problema ultravioletto come la Relatività Generale. Questa classe più ricca di teorie, come vedremo a breve, è comunque importante perché fornisce accurate descrizioni a basse energie della Teoria delle Stringhe, e ne ha rivelato aspetti reconditi e sorprendenti.

La Supergravità ammette inoltre l'introduzione di una o più “costanti di struttura fine”. Queste rendono auto-interagenti i suoi vettori, come avviene del Modello Standard, ma queste teorie, dette “gauged” in letteratura, hanno la caratteristica sorprendente di includere costanti cosmologiche negative, o più in generale potenziali per i loro campi scalari che ammettono vuoti di anti de Sitter o *AdS*. Il primo esempio complicato di questo tipo è la Supergravità $N = 8$ costruita da Bernard de Wit e Hermann Nicolai nel 1982. Gli spazi *AdS* sono superfici con curvatura negativa, ben diverse dallo spazio di Minkowski, e per molti anni i modelli “gauged” sono stati privi di collegamenti con la Teoria delle Stringhe. Come vedremo, la situazione è cambiata nettamente negli ultimi venti anni, con lo sviluppo della corrispondenza *AdS/CFT*.

Stringhe e Supersimmetria

Il sistema che risulta dalla stringa NSR vive in dieci dimensioni, ma è in generale incompleto e inconsistente senza la *proiezione GSO*. Questa nacque dall'esigenza di garantire agli stati, che emergono in parte da coordinate fermioniche, un comportamento nello spazio-tempo consistente con il principio di Pauli, e in modelli contenenti solo stringhe chiuse si traduce oggi nella richiesta di “invarianza modulare”. Per illustrare questo concetto mi limiterò a considerare l'ampiezza di vuoto a “un loop”, nella quale una stringa chiusa descrive nel suo moto (o, più precisamente, nella sua continuazione Euclidea) un *toro*, ovvero la superficie di una ciambella. Ebbene, la natura di questo diagramma indica chiaramente che non esiste una definizione univoca della direzione di percorrenza! Ne esistono in realtà infinite, e richiedere che gli spettri siano compatibili con questa condizione è un vincolo molto stringente,

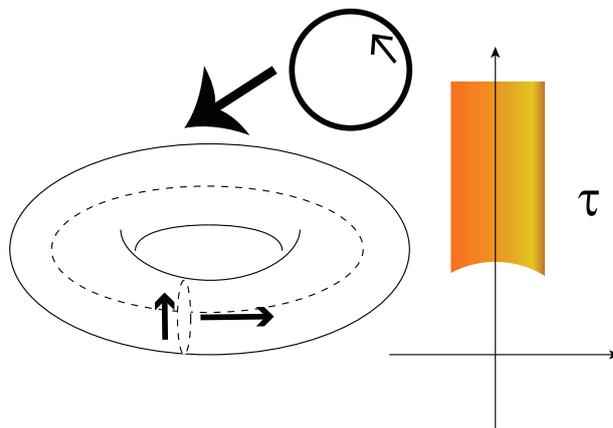


Figura 5: Passando dalla Teoria dei Campi alla Teoria delle Stringhe i diagrammi ad un “loop”, ovvero quelli contenenti un solo circuito chiuso, diventano superfici bidimensionali. Con solo stringhe chiuse esiste solo un diagramma di questo tipo, che corrisponde ad un “toro”, ovvero una ciambella in due dimensioni. L’invarianza modulare riflette l’ambiguità nella definizione del “tempo di percorrenza” sul toro. Due delle infinite scelte possibili sono evidenziate dai profili tratteggiati nell’immagine a sinistra. Nella “somma sui cammini” questa ambiguità elimina del tutto la regione ultravioletta, ovvero i punti sull’asse orizzontale nell’immagine di destra. Allo stesso tempo, il vincolo che lega modi sinistri e destri estende i punti sull’asse verticale dei tempi alla striscia in figura. Come in Teoria dei Campi, questi diagrammi calcolano anche la prima correzione all’energia del vuoto introdotta dalla Meccanica Quantistica.

noto come “invarianza modulare”, che lascia un numero limitato di possibilità per le “Superstringhe”, ovvero le stringhe con supersimmetria in dieci dimensioni. Allo stesso tempo la regione di integrazione, che a priori conterrebbe cammini caratterizzati da tutti i possibili valori del tempo di percorrenza, misurato sull’asse immaginario, viene ristretta come nel diagramma in fig. 5. Questo elimina manifestamente il problema ultravioletto della Relatività Generale, rimuovendo dai possibili cammini quelli che coinvolgono tempi di percorrenza inferiori a quello determinato dalla scala di stringa, $\hbar \sqrt{\alpha'}$!

Le costruzioni di “orientifold” includono anche stringhe aperte, e l’ampiezza di vuoto coinvolge, allo stesso ordine, altri tre diagrammi oltre all’ampiezza associata al toro che abbiamo discusso. I nuovi contributi corrispondono a tre superfici ben diverse, la *bottiglia di Klein*, l’*anello*

e la *striscia di Möbius*. In tutti i casi, una particolare scelta del “tempo di percorrenza” evidenzia la propagazione di stringhe chiuse. Questo introduce vincoli stringenti, dai quali è possibile dedurre, con un’analisi attenta dei diagrammi, le proprietà principali di questa classe di modelli della Teoria delle Stringhe. Allo stesso tempo, i valori numerici delle varie ampiezze di figs. 5 o 6 determinano la densità di energia introdotta nel vuoto dalle eccitazioni delle stringhe. Questo risultato è la controparte di quanto avviene in Teoria dei Campi per diagrammi corrispondenti, come quello mostrato in fig. 5.

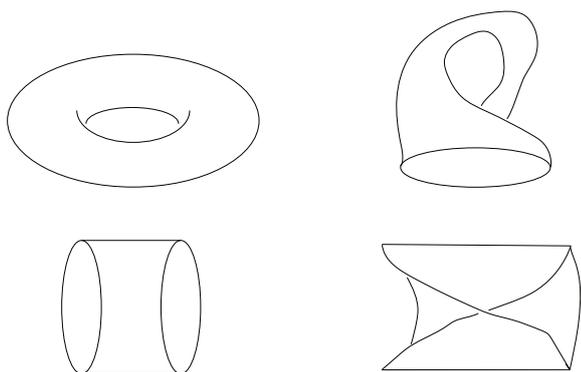


Figura 6: Nella costruzione di orientifold, le ampiezze di vuoto ad un loop includono, oltre al toro, tre altre superfici di diversa natura, la bottiglia di Klein (in alto a destra), l’anello (in basso a sinistra) e la striscia di Möbius (in basso a destra). In questi casi le scelte della direzione “tempo” non sono equivalenti, ma ne esiste una che esibisce, in tutti gli ultimi tre contributi, la propagazione “ad albero” di stringhe chiuse.

Un sottoinsieme delle possibili proiezioni GSO identifica le Superstringhe di tipo IIA e IIB in dieci dimensioni, due teorie che si riducono a basse energie alle Supergravità IIA e IIB, e i cui spettri supersimmetrici apparvero già all’inizio degli anni ‘80 consistenti, in quanto privi di “anomalie”, violazioni delle simmetrie classiche che possono essere introdotte dalla Meccanica Quantistica. Queste teorie sembravano tuttavia poco interessanti, perché tra le loro interazioni a lungo raggio era impossibile identificare vettori simili a quelli delle Interazioni Fondamentali che osserviamo alle energie attualmente accessibili.

Nel 1984 Michael Green e Schwarz mostrarono, con grande sorpresa della comunità scientifica, che un’altra teoria, detta di tipo I e collegata a basse energie alla corrispondente Supergravità, contenente stringhe aperte e chiuse, era an-

ch’essa priva di inconsistenze. In questo caso il gruppo $SO(32)$, che ha origine da cariche alle estremità delle prime, è associato a vettori simili a quelli delle Interazioni Elettrodeboli e Forti. Era quindi possibile, per la prima volta, collegare in modo significativo alcune indicazioni della Teoria delle Stringhe alla Fisica delle Particelle Elementari. Una restrizione sul gruppo di simmetria delle interazioni, evidenziata nel 1982 da Neil Marcus e chi scrive, stimolò rapidamente la costruzione, da parte di David Gross, Jeff Harvey, Emil Martinec e Ryan Rohm, di un’altra coppia di modelli, detti “eterotici” HE e HO, con gruppi di gauge $E_8 \times E_8$ e $SO(32)$, in cui cariche simili a quelle delle Interazioni Elettrodeboli e Forti sono distribuite lungo stringhe chiuse. Questo introduce, per così dire, multipoli di ordine superiore, e pone minori restrizioni sulla natura dei gruppi di gauge. La teoria HO appare indistinguibile, a basse energie, dalla teoria di tipo I, mentre la HE ?? diversa e sembrò inizialmente collegata in modo più naturale alle Interazioni Fondamentali.

In queste teorie supersimmetriche il contributo dell’ampiezza di toro che abbiamo illustrato in fig. 5 (e, per la tipo I, anche la somma di quelle in fig. 6) all’energia del vuoto è nullo, e quindi le loro eccitazioni non perturbano i vuoti supersimmetrici in dieci dimensioni che entrano nella loro definizione.

Supergravità, Stringhe e Dualità

Negli anni ‘80 la ricerca si concentrò rapidamente su tentativi di connettere la Teoria delle Stringhe al nostro Universo, che apparentemente ha solo quattro dimensioni spazio-temporali. L’idea alla base di questi tentativi era una variante moderna di una proposta formulata inizialmente da Theodor Kaluza intorno al 1920, e perfezionata in modo indipendente da Oskar Klein, che posso cercare di illustrare brevemente come segue. Se l’Universo contenesse un’ulteriore direzione spaziale, il tensore metrico conterrebbe, oltre alle usuali componenti in quattro dimensioni $g_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$), anche $g_{\mu 4}$ e g_{44} , un vettore e uno scalare dal punto di vista delle quattro dimensioni, come illustrato in fig. 8. Einstein fu affascinato per anni da questa corrispondenza, perché essa può unificare, in linea di principio, la Gravità con l’Elettromagnetismo. Ebbene, le

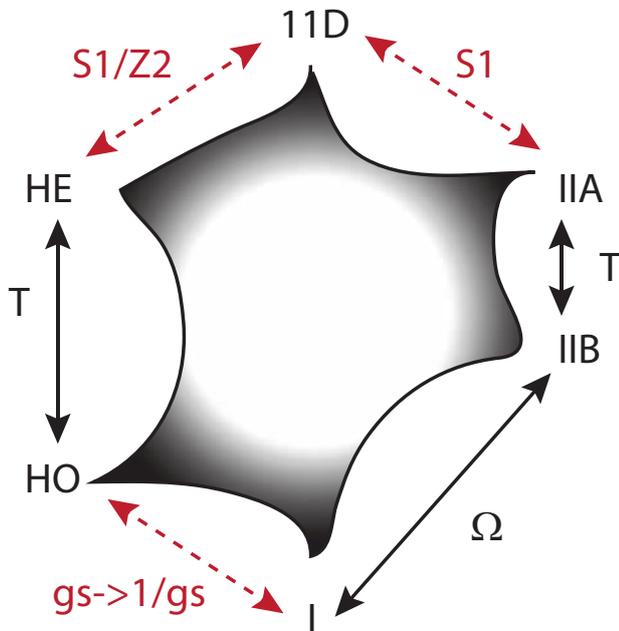


Figura 7: Dualità in $D = 10, 11$. Il simbolo T indica relazioni di T -dualità, Ω la costruzione di orientifold, $g_s \rightarrow \frac{1}{g_s}$ la relazione tra stringhe HO e I discussa nel testo, e infine S^1 e S^1/Z_2 indicano i due legami alla Kaluza–Klein con la Supergravità in undici dimensioni, che coinvolgono una circonferenza e un intervallo. Le doppie frecce nere riflettono relazioni dimostrate pienamente in Teoria delle Stringhe, mentre le altre riflettono relazioni non perturbative ispirate dalla Supergravità. Tutto questo coinvolge le regioni lungo il bordo, e in modo particolare quelle nei pressi dei vertici, dove le costanti g sono piccole per le stringhe corrispondenti, o le energie sono basse per il vertice $11D$. La regione interna resta avvolta nel mistero.

simmetrie continue dello spazio interno, piccolo e per costruzione a noi inaccessibile, si traducono per magia nella presenza di interazioni di gauge a lungo raggio in quattro dimensioni, ma le Teorie HE , HO e I hanno già molti, troppi contributi di questo tipo rispetto al Modello Standard. Ha quasi dell'incredibile che le loro soluzioni alla Kaluza–Klein corrispondano a spazi di Calabi–Yau, varietà interne generalmente prive di simmetrie continue, che preservano al più una frazione dei campi vettoriali presenti in dieci dimensioni! Inoltre, anche se il meccanismo di Kaluza–Klein elimina genericamente violazioni di P o T , la cancellazione delle anomalie alla Green–Schwarz può recuperarle, consentendo di descrivere in quattro dimensioni le Interazioni Elettrodeboli. Tutto questo è affascinante, ma lascia un profondo in-

$$A_M = \begin{bmatrix} A_\mu \\ A_4 \end{bmatrix}$$

$$g_{MN} = \begin{bmatrix} g_{\mu\nu} & g_{\mu 4} \\ g_{4\nu} & g_{44} \end{bmatrix}$$

Figura 8: Il meccanismo di Kaluza–Klein può unificare dei campi con altri di spin inferiore. Ad esempio vettori e scalari, perché la componente interna A_4 di un vettore A_M si comporta come uno scalare nelle dimensioni macroscopiche. O la metrica con vettori e scalari, perché le componenti $g_{\mu 4}$ ($= g_{4\mu}$) e g_{44} della matrice simmetrica g_{MN} si comportano come un vettore e uno scalare.

terrogativo: chi chiede alla teoria di scegliere un Universo come il nostro, e in particolare perché? quattro dimensioni? Queste domande non hanno oggi risposta, essenzialmente perché in Relatività Generale non esiste un criterio in grado di favorire una scelta particolare. Forse il nostro Universo è un accidente, come le orbite dei corpi celesti, ma si tratta di una questione aperta che merita chiaramente di essere studiata a fondo.

Negli anni '80 esistevano quindi diverse opzioni di partenza, ovvero le teorie IIA , IIB , I , HO e HE (o le ultime tre, se limitiamo l'attenzione a casi in cui sia possibile intravedere le Interazioni Elettrodeboli e Forti), troppe per poter ritenere di aver identificato uno scenario fondamentale. Il passo successivo è stato compiuto tra la fine degli anni '80 e la metà degli anni '90, e ha evidenziato la sostanziale equivalenza delle cinque teorie I , IIA , IIB , HE e HO , a dispetto delle evidenti differenze tra i tipi di stringhe sulle quali si basano. Come abbiamo visto, queste sono chiuse e aperte, e con cariche agli estremi, nella tipo I , solo chiuse nelle IIA e IIB , e infine chiuse con cariche distribuite nelle HE e HO . Eppure, oggi abbiamo ragione di ritenere questi modelli sottilmente equivalenti. Si

tratta di un risultato straordinario, che avrebbe chiuso il cerchio se non avesse portato la ricerca ben oltre, suggerendo nuovi e più profondi interrogativi.

La prima proprietà sorprendente che ha un ruolo centrale in queste considerazioni era emersa già alla fine degli anni '70. Si tratta della T -dualità, ed è possibile dare un'idea relativamente concreta del suo significato considerando l'estensione al caso di stringhe chiuse di un fenomeno relativamente ben noto. In Meccanica Quantistica una particella libera di massa m che si muove con impulso assegnato in una direzione ha una funzione d'onda

$$\psi(x, t) = C e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}, \quad (24)$$

con

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \quad (25)$$

dove p un arbitrario numero reale. Se invece la particella si muove su una circonferenza di raggio R , la richiesta naturale che la funzione d'onda sia periodica di periodo $2\pi R$ porta ad una condizione di quantizzazione per p ,

$$p = \frac{\hbar k}{R}, \quad (26)$$

dove k è un numero intero.

Questo semplice risultato introduce un minimo valore per l'energia di particelle in moto lungo la circonferenza, che si traduce in lunghezze d'onda di de Broglie inferiori al raggio R e spiega l'invisibilità di ulteriori dimensioni sufficientemente piccole: generare particelle di questo tipo potrebbe ben richiedere energie molto superiori a quelle che riusciamo a produrre, a tal fine, nei più grandi acceleratori!

Per una stringa chiusa c'è un'aggiunta importante, perché entra in gioco un altro fenomeno, e la coordinata lungo la circonferenza include il contributo

$$X = 2\ell_s^2 \frac{k}{R} \tau + 2l R \sigma, \quad (27)$$

dove $0 \leq \sigma \leq \pi$ identifica i punti della stringa e k e l sono due numeri interi. Il secondo di questi interi, l , distingue configurazioni topologicamente inequivalenti in cui la stringa chiusa si avvolge un numero arbitrario di volte intorno alla circonferenza.

È anche possibile separare i modi sinistri e destri, riscrivendo questa espressione nella forma

$$X = \ell_s^2 \left(\frac{k}{R} + \frac{lR}{\ell_s^2} \right) (\tau + \sigma) + \ell_s^2 \left(\frac{k}{R} - \frac{lR}{\ell_s^2} \right) (\tau - \sigma). \quad (28)$$

La ridefinizione

$$R \rightarrow \frac{\ell_s^2}{R} \quad (29)$$

e lo scambio dei due interi k e l identificano lo stato originale (k, l) della stringa chiusa su una circonferenza di raggio R con un diverso stato (l, k) di una stringa chiusa su una circonferenza di raggio "duale"

$$R_T = \frac{\ell_s^2}{R}, \quad (30)$$

le cui manifestazioni sono però equivalenti. Il contributo di eq. (27) resta infatti invariato se le operazioni vengono combinate con un'ulteriore trasformazione di parità sulle sole onde progressive, che inverte il segno dei contributi dipendenti dalla combinazione $\tau - \sigma$.

Questo risultato ha una valenza notevole, perché indica che circonferenze piccole o grandi rispetto alla scala tipica ℓ_s sono in qualche modo indistinguibili, al netto di qualche diversa identificazione. Più precisamente, è possibile dimostrare che la parità sui modi destri scambia tra loro i modelli IIA e IIB e i modelli HE e HO. In questo modo resterebbero tre teorie supersimmetriche indipendenti, ma i modelli IIB e I sono collegati da un'operazione più complessa, detta oggi costruzione di "orientifold" e proposta inizialmente da chi scrive. Al netto di queste sottigliezze, a questo punto i modelli indipendenti sono in realtà solo due.

Come abbiamo visto, esistono solo tre forme della Supergravità in dieci dimensioni, la tipo IIA e la tipo IIB, associate alle stringhe corrispondenti, e la tipo I, che è associata sia alla stringa di tipo I che alle stringhe HE e HO. Edward Witten ha corredato gli argomenti precedenti con questo fatto, giungendo a proporre la sostanziale equivalenza delle teorie I e HO. Si tratta di un'equivalenza molto sottile, invisibile negli spettri delle stringhe

ghe, perché richiede una sorta di dualità elettromagnetica nello spirito di eq. (8) e la conseguente inversione della costante di accoppiamento, in modo tale che

$$g_I \equiv e^{\langle \phi_I \rangle} = \frac{1}{g_{HO}} \equiv e^{-\langle \phi_{HO} \rangle}. \quad (31)$$

Se ad esempio g_I è piccola, è semplice riconoscere le stringhe aperte e chiuse della tipo I, mentre quelle chiuse e cariche della HO emergono come agglomerati di energia, complesse configurazioni solitoniche, e viceversa. Torneremo a breve su questo aspetto molto importante.

Nel descrivere questo risultato abbiamo aggiunto un nuovo dato sul quale vale la pena di soffermarsi. Come abbiamo visto, le fluttuazioni di vuoto che accompagnano la Meccanica Quantistica generano un effetto Casimir sulle stringhe, con conseguenze cruciali sulla natura delle particelle associate. Ma c'è di più: la Meccanica Quantistica opera, per così dire, a due livelli nella Teoria delle Stringhe. Le sue interazioni possono essere infatti ordinate, come in Teoria dei Campi, in una serie di termini pesati da potenze di $e^{\langle \phi \rangle}$: il valore di vuoto $\langle \phi \rangle$ del dilatone, un campo scalare in grado di trasmettere effetti a lungo raggio, regola l'intensità relativa di questi contributi.

Gli effetti a lungo raggio del dilatone accompagnano quelli della Gravità e delle Interazioni Elettrodeboli, e quindi la Teoria delle Stringhe si presenta, più precisamente, come un'estensione della Gravità che li include accanto ad altri ancora di cui parleremo a breve. Se ϕ acquistasse una massa, i suoi effetti diventerebbero a corto raggio e quindi invisibili, e allo stesso tempo la costante g avrebbe un valore definito, contribuendo a determinare varie "costanti di struttura fine". Oggi non siamo in grado di trarre conclusioni su questo punto, ma possiamo esplorare la teoria in serie di potenze di $e^{\langle \phi \rangle}$, corredando questi risultati espliciti con profonde considerazioni ispirate dalla Supergravità. Le cinque Superstringhe rivelano pertanto, in modo più o meno diretto, la loro sostanziale equivalenza, in ossequio al fatto che le Supergravità corrispondenti ai modelli HO e I sono diverse presentazioni di una stessa teoria.

Il programma di unificazione raggiunge in questo modo il suo punto più alto, una teoria unica che è potenzialmente in grado di descrive-

re le Interazioni Fondamentali alle energie oggi accessibili, al netto naturalmente del problema annoso delle ulteriori sei dimensioni. Questo problema limita però fortemente la predittività degli scenari risultanti, perché i valori delle costanti di accoppiamento che osserviamo, tra cui la costante di struttura fine di eq. (2), dipendono anche dalla forma delle ulteriori dimensioni, la quale a sua volta non appare determinata da alcun principio.

Se le cose terminassero qui, potremmo comunque essere soddisfatti, ma c'è dell'altro, e ha dei contorni sconvolgenti. L'osservazione chiave, nuovamente suggerita dalla Supergravità e nuovamente dovuta a Witten, è che nel meccanismo di Kaluza-Klein la dimensione del raggio si riflette nel valore di vuoto $\langle \phi \rangle$ del dilatone, e quindi nella costante di accoppiamento.

Era noto dagli anni '70 che la Supergravità IIA si può ottenere con il meccanismo di Kaluza-Klein dall'unica Supergravità in 11 dimensioni. Era anche noto dagli anni '80 che la Supergravità IIA descrive a basse energie il comportamento della stringa IIA. Il passo mancante era tenere in debito conto la relazione

$$R_{11} \sim e^{\frac{2}{3} \langle \phi \rangle} = (g_{IIA})^{\frac{2}{3}}, \quad (32)$$

che collega grandi valori della costante di accoppiamento della stringa IIA, un regime in cui la sua descrizione in termini di stringhe chiuse diventa poco affidabile, a grandi valori del raggio di un'altra dimensione. In altri termini, esiste un altro legame, in un regime di accoppiamento forte, tra la stringa IIA (e quindi anche tutte le altre) e una teoria in undici dimensioni, della quale conosciamo solo il limite di bassa energia, che è descritto dalla Supergravità di Cremmer, Julia e Scherk. Un altro legame, evidenziato poco dopo, unisce in modo simile la teoria HO con la stessa teoria misteriosa in undici dimensioni, definita in questo caso utilizzando un segmento piuttosto che una circonferenza. In conclusione, tutte le teorie supersimmetriche in dieci dimensioni sono tra loro equivalenti, ma sono anche equivalenti ad una teoria in undici dimensioni, in un quadro incredibilmente ricco che trascende il concetto stesso di spazio tempo.

La teoria in undici dimensioni contiene però un campo che non ha nulla a che fare, a livello

fondamentale, con il concetto di stringa da cui siamo partiti. ?? possibile dare alcune indicazioni su questo fatto, partendo dal caso dell'Elettromagnetismo, che coinvolge un potenziale vettore A_μ e le cui sorgenti sono cariche in moto. Tutte le manifestazioni della Teoria delle Stringhe coinvolgono forze a lungo raggio mediate, come abbiamo visto, da fluttuazioni del tensore metrico e dal dilatone, ma anche da *potenziali antisimmetrici*, o due-forme, $B_{\mu\nu}$. Le sorgenti "elettriche" di questi potenziali sono le stringhe stesse, mentre in undici dimensioni è presente un potenziale antisimmetrico $A_{\mu\nu\rho}$, una tre-forma. Considerazioni simili lo assocerebbero a membrane bidimensionali, se le corrispondenti teorie non fossero singolari a causa di auto-interazioni troppo intense. *A questo quadro straordinario, suggestivo e misteriosamente incompleto viene oggi associato il nome di M-teoria.*

Su queste alte vette, la Teoria delle Stringhe paga in un certo senso il fio del suo certificato di nascita non convenzionale, basato su proprietà sorprendenti di ampiezze piuttosto che su principi primi. In combinazione con la Supergravità, l'idea di stringa ha condotto la ricerca fino a questo punto, rivelando però chiaramente i suoi limiti. Come più volte in passato, la Fisica richiede ulteriori sforzi nel momento in cui sembra di intravedere un traguardo. La situazione richiama alla mente gli anni '60, quando i modelli teorici non tenevano ancora in conto il ruolo dei "quarks", perché qui la M-teoria trascende il concetto di stringa. *Chi sono i "quarks" responsabili di questo scenario? Questo resta forse il più affascinante mistero dei nostri giorni.*

Altri misteri della Teoria delle Stringhe, probabilmente non disgiunti dal precedente, sono legati al ruolo prominente ed elusivo, nel determinarne le straordinarie proprietà, dei campi di spin elevato che costituiscono la grande maggioranza delle sue eccitazioni massive. Dagli anni '60 si è raccolta un'evidenza crescente sul fatto che interazioni a lungo raggio possono solo essere trasmesse da campi scalari, da sistemi simili all'Elettromagnetismo o dalla Gravità. Questi tre casi di complessità crescente coinvolgono uno scalare ϕ , il potenziale vettore A_μ e il tensore metrico $g_{\mu\nu}$. Perché quindi non considerare anche un tensore *simmetrico* $C_{\mu\nu\rho}$, una generalizzazione a tre indici del tensore metrico? Ebbene, la ragione è che for-

ze a lungo raggio trasmesse da particelle di questo tipo con massa nulla generano inconsistenze nello spazio di Minkowski. Un argomento molto suggestivo in questo senso fu proposto da Steven Weinberg già nei primi anni '60. D'altra parte, la Teoria delle Stringhe è piena di eccitazioni massive di questo tipo, che trasmettono, evidentemente in modo consistente, forze a corto raggio e hanno un ruolo cruciale nel rendere soffice la Gravità ad altissime energie, diluendone gli effetti come abbiamo visto in fig. 2.

In Teoria dei Campi siamo abituati ormai a pensare alle masse in termini di simmetrie nascoste da vuoti non simmetrici, come nel Modello Standard. Queste simmetrie "rotte" si recuperano inevitabilmente quando, ad energie molto elevate, le masse hanno effetti trascurabili, e di nuovo la Teoria delle Stringhe funziona come meglio non potrebbe. In questo limite, che Daniele Amati, Marcello Ciafaloni e Veneziano esplorarono per primi negli anni '80, le interazioni di spin elevato sono indistinguibili da forze a lungo raggio, ma l'estensione delle stringhe diventa rilevante e le possibili inconsistenze svaniscono per magia. Insomma, la Teoria delle Stringhe utilizza una zuppa con tutti i possibili ingredienti, evitando in modo molto sapiente e accurato ogni possibile incompatibilità tra loro. Non capiamo a fondo i suoi principi primi, ma ogni volta che proviamo a metterla in difficoltà si dimostra migliore delle nostre più floride aspettative!

Stringhe, Brane e Supergravità

Come è possibile che si sia giunti a credere nell'equivalenza di modelli di stringhe in dieci dimensioni tanto diversi tra loro? Abbiamo già menzionato un dato centrale, l'equivalenza di alcune descrizioni di bassa energia che riflette l'esistenza in $D = 10$ di solo tre forme della Supergravità. Lo studio di questi legami ha manifestato però altri aspetti, legati al precedente, sui quali possiamo soffermarci brevemente. Questi coinvolgono un'idea emersa da tempo in Teoria dei Campi, in cui le particelle, come abbiamo visto, sono comunemente associate a quanti di oscillatori armonici. Ad esempio, i fotoni sono quanti del campo elettromagnetico e gli elettroni sono quanti del campo di Dirac. In alcuni casi esistono però configurazioni classiche di campi

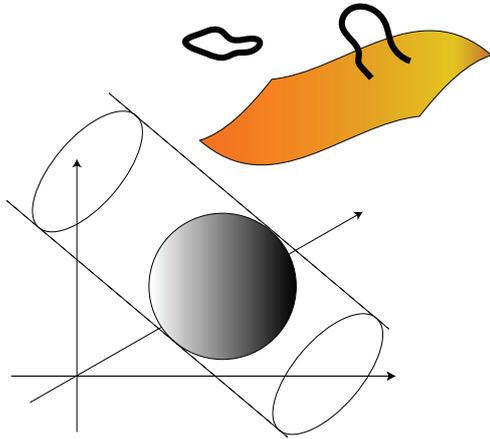


Figura 9: Un solitone è una configurazione la cui energia è localizzata nell'intorno di un punto, e ricalca quindi l'idea classica di una particella. Anche in presenza di ulteriori dimensioni, un solitone resta una soluzione esatta indipendente dalle loro coordinate. Con una dimensione ulteriore descrive un tubo di lunghezza infinita, che ricalca l'immagine classica di una stringa, con due dimensioni ulteriori una superficie (2-brana), e così via. Andando avanti si ottengono p -brane, e su una loro sottoclasse, le D_p -brane, terminano gli estremi delle stringhe aperte. Esiste quindi un'alternativa alla teoria di Kaluza-Klein: il nostro Universo potrebbe essere una collezione di D_3 -brane sulle quali sono confinate le linee di forza del Modello Standard. La gravità sarebbe naturalmente debole in questi scenari, perché le sue linee di forza si disperderebbero fuori dalle D_3 -brane.

bosonici, concentrazioni di energia in regioni di estensione spaziale $\mathcal{O}\left(\frac{\hbar c}{\Lambda}\right)$, dove Λ indica una scala di energia tipica della teoria, la cui energia di riposo $E \sim \frac{\Lambda}{g^2}$ è inversamente proporzionale ad una costante di accoppiamento.

La caratteristica cruciale di questi "solitoni" è che si tratta di conglomerati di energia stabili per ragioni topologiche. I modelli in cui esistono solitoni contengono settori ben distinti tra loro, come avveniva per le stringhe avvolte diversi numeri di volte intorno ad una circonferenza che abbiamo discusso in connessione con la T-dualità. Distruggere un solitone, disperdendo la sua energia, avrebbe un costo enorme o addirittura infinito, e questi oggetti, quando esistono, descrivono ulteriori particelle in modi che richiamano alla mente immagini della Fisica elementare. Appare difficile confrontarli con i quanti di cui sopra nei casi convenzionali in cui $g \ll 1$, ma nel limite opposto di accoppiamento forte le cose sono mol-

to diverse: i solitoni diventano leggeri e la loro lunghezza di Compton $\mathcal{O}\left(\frac{\hbar c}{E}\right)$ cresce ben oltre la scala determinata da Λ . In questo modo essi divengono molto simili ai quanti!

Tra la fine degli anni '80 e la metà degli anni '90 anche nella Teoria delle Stringhe sono state identificate alcune famiglie di solitoni, da Michael Duff, Paul Townsend e altri. Si tratta di oggetti estesi con p dimensioni spaziali, carichi "elettricamente" rispetto a potenziali antisimmetrici $A_{\mu_1 \dots \mu_{p+1}}$, che vengono chiamati genericamente p -brane. In questo modo le stringhe sono solo l'ingrediente più semplice, e dominano la dinamica quando per un certo tipo di stringa $g_s \simeq 0$. Nel limite opposto di accoppiamento forte le cose cambiano radicalmente, e alcuni solitoni diventano manifestazioni delle stringhe di un'altra teoria.

Joe Polchinski ha identificato le D_p -brane, un'importante sottoclasse di questi oggetti presenti nella Teoria delle Stringhe sui quali terminano gli estremi di stringhe aperte. Questo ha anche aggiunto una base geometrica alle costruzioni di orientifold che erano state sviluppate con Massimo Bianchi, Gianfranco Pradisi e Yassen Stanev, e in parte con Davide Fioravanti e Carlo Angelantonj. I modelli di orientifold includono, nel loro vuoto, alcuni tipi di D_p -brane e altri oggetti simili ma non dinamici, gli O_p -piani, che compensano la loro carica rispetto a corrispondenti potenziali $A_{\mu_1 \dots \mu_{p+1}}$. Le D_p -brane hanno un ruolo centrale in suggestivi scenari in cui l'Universo visibile è confinato all'interno di una di esse (fig. 9). La relativa debolezza della Gravità riflette, in questo ambito, la dispersione delle sue linee di forza nelle regioni circostanti.

La corrispondenza *AdS/CFT*

Lo stesso lavoro di Gliozzi, Scherk e Olive che aveva evidenziato la proiezione GSO, e un lavoro immediatamente successivo di Lars Brink, Scherk e Schwarz, portarono negli anni '70 alla scoperta di una generalizzazione della teoria di Maxwell nota come $N = 4$ super Yang-Mills, la cui invarianza conforme resiste alle sottigliezze della quantizzazione. L'invarianza conforme è un'estensione (finita per ogni $D > 2$, ma infinita in due dimensioni) della simmetria di Poincaré. Essa emerge in teorie che non coinvolgono pa-

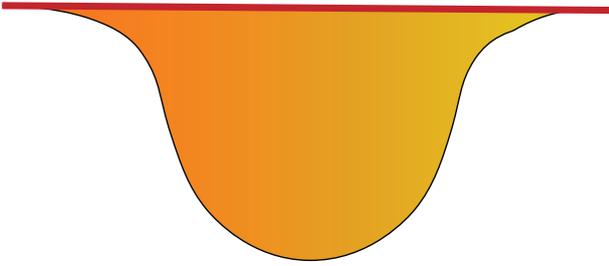


Figura 10: *Un'immagine intuitiva che coglie alcuni aspetti dello spazio AdS: una tazza profonda che si allarga indefinitamente nei pressi del bordo, che approssima una regione piana. Una teoria invariante conforme confinata sul bordo si comporta come nello spazio di Minkowski ordinario, in quanto è insensibile al fattore di amplificazione.*

rametri dimensionali come le masse, e contiene trasformazioni che riscaldano coordinate e volumi. La Meccanica Quantistica introduce però, in generale, un parametro implicito di questo tipo, una scala di energia alla quale i contributi vengono "tagliati" per gestire le sue divergenze ultraviolette mediante la tecnica della "rinormalizzazione". La $N=4$ Yang–Mills è un rarissimo caso in cui questa operazione non è necessaria nella Teoria dei Campi, e resta invariante conforme anche tenendo conto delle fluttuazioni quantistiche.

A questo punto interviene una considerazione curiosa, notata da tempo, ovvero l'equivalenza formale tra il gruppo conforme in quattro dimensioni e il gruppo di isometrie di uno spazio anti de Sitter, o AdS , in cinque dimensioni. Questo spazio omogeneo e di curvatura negativa, di cui fig. 10 tenta di fornire un'immagine intuitiva, ricorda una tazza di profondità infinita, il cui bordo, a sua volta infinitamente grande, è indistinguibile, per una teoria invariante conforme, da un convenzionale spazio di Minkowski.

Qui si inserisce un'osservazione fondamentale dovuta a Juan Maldacena: la teoria $N=4$ Yang–Mills potrebbe ben vivere su un bordo di questo tipo senza averne sentore, piuttosto che sullo spazio di Minkowski, e questa opzione la collegherebbe in modo naturale a quanto vive nella regione interna. La sua controparte, in presenza della supersimmetria, è la stringa IIB definita ?? la Kaluza–Klein sul prodotto diretto di AdS_5 e di una sfera S^5 , e il suggerimento molto sorprendente di Maldacena è stato che queste teorie apparentemente molto diverse fossero in realtà

equivalenti! Si tratta di una congettura, perché la Teoria delle Stringhe non è esattamente risolubile in $AdS_5 \times S^5$, e si tratta inoltre di una relazione tra due teorie in opposti regimi di accoppiamento (debole per una, forte per l'altra, come per eq. (31)), ma questa proposta ha superato indenne verifiche di crescente sofisticazione. Come abbiamo visto, l'equivalenza tra teorie della Gravità in dimensioni diverse aveva già fatto la sua comparsa nella M-teoria, ma la corrispondenza AdS/CFT collega tra loro una teoria di gauge e una stringa, ad essa duale, che vivono in ambienti differenti. La teoria di gauge è confinata sul bordo della superficie AdS_5 , mentre la stringa, che contiene la Gravità, vive nelle sue regioni interne.

L'esplorazione del regime di forte accoppiamento per gruppi di gauge $SU(N)$ con N elevato si traduce di fatto, sorprendentemente, nello studio di piccole oscillazioni intorno a vuoti AdS per teorie di Supergravità "gauged", nelle quali come abbiamo già avuto occasione di dire il vuoto è uno spazio AdS . Questa corrispondenza AdS/CFT associa quindi un'interpretazione fisica molto suggestiva a questi modelli di Supergravità, che erano in qualche modo curiosità matematiche prima del suo avvento ma oggi ne costituiscono l'ossatura tecnica.

La corrispondenza AdS/CFT ha suscitato un enorme interesse, perché consente di esplorare la Teoria dei Campi in regime non perturbativo e, ancor più, perché il legame tra la $N = 4$ super Yang–Mills e la Supergravità è una realizzazione concreta di idee, emerse nella teoria dei buchi neri, che associano alla gravitazione un numero di gradi di libertà inferiore a quelli presenti in altri ambiti. Questo numero cresce ad esempio con l'area delle superficie che racchiude l'orizzonte di un buco nero, piuttosto che come il suo volume, e qualcosa di simile avviene nella corrispondenza AdS/CFT , se i gradi di libertà di una teoria di gauge equivalente alla gravità sono confinati al bordo di uno spazio AdS . Si tratta di un risultato straordinario, ma fare di tutto questo una base quantitativa per descrivere la commistione tra Gravità e Meccanica Quantistica appare a mio parere prematuro. La corrispondenza richiede infatti, in generale, spazi che approssimano asintoticamente AdS , che è lungi dal caso generale di interesse.

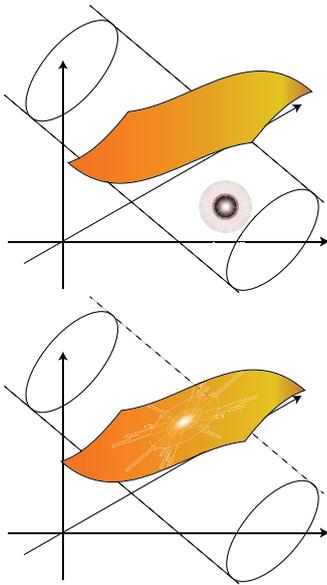


Figura 11: Nella Teoria delle Stringhe lo scenario di Kaluza–Klein è arricchito dalla presenza delle brane. Esistono in tal modo due nuove opzioni per l’origine della rottura della supersimmetria, che può anche essere indotta solo nell’Universo in cui sono immerse le brane o solo sulle brane stesse. Si parla in questi casi, rispettivamente, di “brane supersymmetry” e “brane supersymmetry breaking”.

Rottura della Supersimmetria ?

Abbiamo evidenziato come le indicazioni della Teoria delle Stringhe siano oggi direttamente accessibili solo in contesti particolarmente semplici, legati essenzialmente ad ampiezze di diffusione nello spazio di Minkowski. Al netto di queste limitazioni tecniche, è stato possibile dedurre, in modo indiretto, alcune informazioni sul suo comportamento in circostanze più complesse, legate a spazi di Calabi–Yau o alla corrispondenza *AdS/CFT*, contesti intrisi di aspetti tecnici che sono stati sottoposti a indagini accurate negli anni. Questo ha consentito addirittura di esplorare l’origine microscopica dei risultati di Bekenstein e Hawking che associano un’entropia all’area dell’orizzonte dei buchi neri. Come è stato possibile avere accesso a regimi di questo tipo? Sempre grazie alla supersimmetria, che rende molto rigide alcune proprietà dei sistemi, al punto da consentirne l’analisi, in modo significativo, anche in situazioni idealizzate dove la costante di gravitazione viene ridotta al punto da eliminarne gli effetti. Ad esempio, i conteggi microscopici

di entropia effettuati in questo modo funzionano sorprendentemente, come mostrato da Andrew Strominger e Cumrun Vafa, anche se manca un’identificazione chiara dei corrispondenti gradi di libertà. In generale, la supersimmetria semplifica la dinamica e stabilizza i vuoti, associando un senso ben definito a costruzioni che restano limitate, al momento, allo studio delle piccole oscillazioni intorno ad essi.

È bene sottolineare nuovamente che a questi successi parziali, seppure molto significativi, si accompagna una vera e propria perdita di predittività. Riusciamo a costruire soluzioni della Teoria delle Stringhe che corrispondono a casi limite di soluzioni della Supergravità e ne riflettono gli aspetti essenziali, ma le cui caratteristiche dipendono da un certo numero di parametri continui, a valori in regioni del piano complesso. Variando questi parametri variano le predizioni di bassa energia, e purtroppo la loro arbitrarietà rende impossibile giungere a predizioni quantitative, allo stato attuale delle nostre conoscenze. ?? possibile legare caratteristiche del Modello Standard a proprietà topologiche di spazi di Calabi–Yau, e quindi, selezionandoli opportunamente, riprodurle in buona parte. Forse dobbiamo convivere con questa molteplicità di opzioni per una teoria che abbiamo ragione di ritenere unica, come dobbiamo convivere con le varietà delle orbite Kepleriane dei pianeti. Ma quali sono le regolarità che prendono il posto, in questi scenari, delle leggi di Keplero? Prima di giungere a conclusioni definite, appare comunque inevitabile aggiungere l’ingrediente mancante, la rottura della supersimmetria.

La rottura della supersimmetria ha in generale un drammatico effetto di destabilizzazione, e introduce tipicamente eccitazioni tachioniche simili a quelle presenti nel modello bosonico originale. Ashoke Sen ha mostrato, ad esempio, che la D_{25} -brana della stringa bosonica, che ospita il tachione della stringa aperta, decade nel vuoto con le sue eccitazioni. Il tachione della stringa chiusa ha una dinamica più complicata, con effetti ancora più drammatici, e in generale la rottura di supersimmetria comporta profonde difficoltà. Il motivo è intuibile da quanto abbiamo visto: la supersimmetria garantisce che i contributi opposti all’energia di vuoto sulle stringhe di bosoni e fermioni si cancellino esattamente.

Quando viene violata, anche nei casi in cui è possibile eliminare i modi tachionici che ne risultano, emerge un potenziale che deforma il vuoto, e con esso instabilità più sottili, come vedremo a breve. D'altra parte il confronto con le Interazioni Fondamentali non può prescindere da questi fenomeni, perché ad esempio non esistono coppie di particelle Bose–Fermi fondamentali con uguali attributi. Anzi, solo nel 2012 gli esperimenti al CERN hanno aggiunto il bosone di Higgs ad una materia esclusivamente fermionica di leptoni e quarks.

Esiste un metodo per costruire soluzioni della Teoria delle Stringhe con rottura di supersimmetria che possono essere prive di tachioni, sfruttando un'osservazione di Scherk e Schwarz che può essere illustrata partendo dal meccanismo di Kaluza–Klein e dalla circonferenza che abbiamo già considerato. Abbiamo detto infatti che le funzioni d'onda delle particelle devono essere naturalmente periodiche, ma questa condizione è in realtà troppo restrittiva. Il motivo è che i campi fermionici compaiono sempre in coppie nei principi di azione, e quindi i loro contributi restano periodici anche associando funzioni d'onda anti-periodiche alle singole particelle di questo tipo. In questo modo, partendo da uno spettro supersimmetrico in $D + 1$ dimensioni, gli impulsi interni

$$p_{Bose} = \frac{\hbar k}{R}, \quad p_{Fermi} = \frac{\hbar (k + \frac{1}{2})}{R}, \quad (33)$$

dove k è un numero intero, generano differenze tra le masse in D dimensioni dell'ordine di $\frac{1}{R}$, rompendo la supersimmetria. Un'operazione di questo tipo può essere effettuata consistentemente, e in modo relativamente agevole, su interi spettri di eccitazioni della Teoria delle Stringhe.

In presenza di D-brane si può fare anche meglio, come illustrato in fig. 11: se l'impulso in questione è ortogonale ad una brana, le sue eccitazioni restano supersimmetriche, e la rottura viene solo indotta radiativamente, in modo più soffuso, dall'Universo circostante ("brane supersymmetry"), in modi che richiamano alla mente il meccanismo "see-saw" per le masse dei neutrini del Modello Standard. Inoltre, con metodi diversi e più sottili è anche possibile invertire i ruoli, confinando inizialmente la rottura ad una brana ("brane supersymmetry breaking").

Emilian Dudas e Jihad Mourad hanno collegato queste costruzioni al modello di Volkov–Akulov, un'elegante manifestazione della rottura della supersimmetria che era emersa ancora prima del lavoro di Wess e Zumino.

Abbiamo quindi una soluzione del problema? Non proprio, perché in ogni caso gli effetti della rottura si riverberano sul vuoto, che viene curvato in modo più o meno violento dalla separazione tra bosoni e fermioni, e la nostra comprensione attuale della Teoria delle Stringhe non ci consente di seguirne direttamente l'evoluzione. La Supergravità coglie pienamente gli effetti di bassa energia e apre anche scenari molto interessanti, non direttamente accessibili nella Teoria delle Stringhe, in cui il vuoto non viene curvato anche in presenza di supersimmetria rotta ("no-scale models"). Nei vuoti che la teoria raggiunge possono però comparire, in modo sorprendente, instabilità tachioniche, e anche quando questo non si verifica effetti non perturbativi che ricordano la formazione di bolle di vapore in un liquido possono distruggere l'intero spazio-tempo risultante.

Sorge quindi un primo problema: in assenza di supersimmetrie esatte, cosa possiamo concludere sulla stabilità di questi scenari? Inoltre, come possiamo capire se in questo modo preserviamo comunque il comportamento ultravioletto garantito dalla Teoria delle Stringhe, o in altri termini se la Teoria delle Stringhe ammette effettivamente queste deformazioni dei vuoti? In generale, come trasferire alla Teoria delle Stringhe, in modo controllabile, l'intuizione costruita a basse energie con la Supergravità sulla rottura della supersimmetria? Al momento vuoti AdS ottenuti combinando con precisione contributi contrastanti, dove flussi elettromagnetici o costanti cosmologiche compensano l'attrazione gravitazionale, sembrano generalmente instabili in assenza di supersimmetria. Vuoti meno simmetrici, o modelli cosmologici, hanno una genesi più naturale e si comportano meglio. Si incontrano quindi molte difficoltà, ma ci sono buone ragioni per mantenere più di una punta di ottimismo. Peraltro, le instabilità richiamano alla mente un problema ben noto della teoria Newtoniana o dell'Elettrostatica, dove configurazioni statiche stabili di masse o cariche sono impossibili. Il nostro Universo gestisce egregiamente

questa difficoltà, formando a livello macroscopico sistemi planetari che sono dinamicamente stabili nel caso della Gravità e, a livello microscopico, strutture neutre (atomi e molecole) che sono anch'esse dinamicamente stabili, in modo più sottile, grazie alla Meccanica Quantistica. Peraltro, è difficile non pensare che queste profonde difficoltà riflettano, almeno in parte, la nostra limitata comprensione dei principi primi della Teoria delle Stringhe.

La rottura della supersimmetria genera nella Teoria delle Stringhe un potenziale esponenziale per il dilatone, o π ? in generale per una combinazione di campi scalari. Ebbene, proprio l'elevata pendenza di questo potenziale costringe questo campo, sorprendentemente, ad emergere dalla singolarità iniziale dell'Universo risalendone la china. Lo scalare accumula in questo modo l'energia potenziale da spendere nella discesa successiva, in dinamiche che suggeriscono uno scenario per la genesi dell'inflazione. Questa è una brevissima fase accelerata che viene associata ai primi istanti dell'Universo, perché spiega naturalmente la sua piattezza e l'origine dei suoi agglomerati di materia. La decelerazione può anche tradursi nell'apparente riduzione di potenza, a grandi scale angolari, del Fondo Cosmico a Microonde (CMB) che permea l'Universo.

Filoni molto interessanti della ricerca cercano di chiarire questi aspetti, e iniziano a comparire congetture molto interessanti su condizioni di consistenza che la Gravità, che pure diventa intensa, come abbiamo visto, solo ad energie incredibilmente elevate prossime alla scala di Planck, introdurrebbe già in regioni attualmente esplorate. Altri argomenti, di origine simile, favoriscono dinamiche cosmologiche di campi scalari, come quelle che abbiamo descritto, piuttosto che l'emergenza di vuoti con costante cosmologica positiva. Ci auguriamo che i prossimi anni possano dirci qualcosa di più chiaro e concreto su tutto questo.

Conclusioni

La natura di questa discussione, come il lettore non avrà mancato di notare, riflette fedelmente quanto era stato anticipato nell'Introduzione. Abbiamo descritto una serie di esempi, alcuni dei quali molto suggestivi, e indicazioni su com-

portamenti a piccole distanze che collimano con l'assenza delle usuali singolarità ultraviolette nella Teoria delle Stringhe. Abbiamo anche visto che, in combinazione con la Supergravità, i nostri strumenti di indagine diventano ben più sofisticati e ci conducono ben oltre. Si giunge in questo modo, in un quadro che ha dell'incredibile, a percepire la totale equivalenza di modelli apparentemente molto diversi definiti in dieci e undici dimensioni, mentre con la corrispondenza *AdS/CFT* emergono strumenti tecnici nuovi e inattesi. Come alla fine del XIX Secolo, la Fisica sembra aver colto i principi primi della Natura, e oggi ad un livello di sofisticazione che lascia attoniti. Ma la cautela è d'obbligo, come abbiamo evidenziato a proposito di fig. 7.

Ci troviamo di fronte ad una teoria che appare unica, ma in dimensioni dello spazio tempo, dieci o undici, che non corrispondono alla nostra esperienza. Lo stesso numero di dimensioni del nostro Universo sembra un accidente, e la teoria, che pure può dar conto delle quattro dimensioni macroscopiche in scenari ?? la Kaluza–Klein, è relativamente sotto controllo solo in presenza della supersimmetria, che sembra invece del tutto aliena dalle Interazioni Fondamentali note. Inoltre, in presenza della supersimmetria il sistema non appare predittivo. Come il raggio R della circonferenza in cinque dimensioni utilizzata per illustrare la T -dualità appare del tutto arbitrario, così avviene per alcune proprietà degli spazi di Calabi–Yau che determinano le varie "costanti di struttura fine nelle restanti quattro dimensioni macroscopiche.

Un'altra manifestazione imbarazzante delle nostre limitazioni è legata alla simmetria di gauge che sembra alla base della Teoria delle Stringhe. Chiedersi quale essa sia è una domanda ben lecita, perché questi sistemi contengono la Gravità, per la quale le trasformazioni di Lorentz locali o i diffeomorfismi hanno un ruolo limpidissimo e centrale. Nella Teoria delle Stringhe la simmetria di gauge che sembra emergere è l'invarianza conforme in due dimensioni. Si tratta di una simmetria infinita, legata a trasformazioni analitiche $z \rightarrow f(z)$, ed è chiaramente una proprietà del principio di azione di una stringa. Ogni ridefinizione analitica della coordinata z sul piano complesso, quella che entra in eq. (22) (o, ristretta sull'asse reale, in eq. (1)) preserva

localmente gli angoli, e la continuazione analitica di queste operazioni dall'Euclideo si traduce in infinite trasformazioni localmente conformi, che sono simmetrie di teorie di campo in due dimensioni prive al loro interno di masse o altre costanti dimensionali. La dinamica di una stringa è di questo tipo, ma questa simmetria implica le equazioni del moto delle sue eccitazioni, che come abbiamo visto sono alla base della descrizione della Gravità. Questo fatto contrasta in modo netto con quanto avviene in sistemi di cui capiamo più a fondo i principi, come appunto le teorie di gauge e la Relatività Generale. In altri termini, abbiamo un'ulteriore evidenza del fatto che non conosciamo i veri gradi di libertà in gioco, ma solo diverse loro manifestazioni locali. La situazione richiama alla mente un potenziale Newtoniano del quale riusciamo a registrare estremi e corrispondenti frequenze delle piccole oscillazioni, ma la cui natura globale ci sfugge del tutto.

Abbiamo collezionato molte evidenze circostanziali su proprietà sorprendenti e inusuali della Teoria delle Stringhe. Il quadro risultante, suggestivo e incompleto, fa pensare, in un certo senso, ad una controparte assai sofisticata della teoria di Bohr–Sommerfeld. Comprendere meglio i principi primi all'origine della costruzione, e anche altre questioni legate ai buchi neri e all'Universo primordiale, potrebbe anche richiedere dei salti logici importanti. Ci auguriamo di vederne presto qualche segno concreto.

Nella breve lista di referenze, diverse delle quali sono relativamente accessibili, il lettore può approfondire lo studio degli argomenti descritti in questo articolo.

Vorrei ringraziare anzitutto P. Ciafaloni per avermi invitato a scrivere un articolo sulla Teoria delle Stringhe per Ithaca. Sono anche molto grato a C. Angelantonj, A. de Bonaffos, A. Candido, A. Ferrara, S. Ferrara, M. Gerbino, P. Pelliconi, G. Pradisi e S. Raucci. Con i loro commenti, le loro critiche e i loro consigli mi hanno aiutato a rendere la presentazione più coerente e, spero, in grado di trasmettere almeno un'idea di questi sviluppi ad un pubblico relativamente eterogeneo.



- [1] M.B. GREEN, J.H. SCHWARZ E E. WITTEN: *Superstring Theory*, 2 vols. Cambridge University Press, Cambridge (1987).
- [2] S. WEINBERG: *The Quantum Theory of Fields*, 3 vols.. University Press, Cambridge (1995, 1996, 2000).
- [3] J. POLCHINSKI: *String Theory*, 2 vols. Cambridge University Press, Cambridge (1998).
- [4] V. MUKHANOV: *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press, Cambridge (2005).
- [5] B. ZWIEBACH: *A first course in string theory*. Cambridge University Press, Cambridge (2009).
- [6] N. VITTORIO: *Cosmology*. CRC Press, London (2018).
- [7] M. J. DUFF: "M Theory (The Theory formerly known as strings)", *Int. J. Mod. Phys. A***11** (1996) 5623.
- [8] O. AHARONY, S. S. GUBSER, J. M. MALDACENA, H. OOGURI E Y. OZ: "Large N field theories, string theory and gravity", *Phys. Rept.* **323** (2000) 183.
- [9] C. ANGELANTONJ AND A. SAGNOTTI: "Open Strings", *Phys. Rept.* **371** (2002) 1.
- [10] A. SAGNOTTI: *Teoria delle Stringhe*. Enciclopedia della Scienza e della Tecnica Treccani, 643 (2004).
- [11] G. 'T HOOFT, ED: "A Theory of Everything?", *Nature* **433** (2005) 257.
- [12] J. MALDACENA: "The Gauge/Gravity Duality", *arXiv* **1106:6073** (2011) .
- [13] Z. BERN, L. DIXON E D. A. KOSOWER: "Loops, Trees and the Search for New Physics", *Scientific American* **306N5** (2012) 20.
- [14] S. FERRARA E A. SAGNOTTI: "The Many Lives of Supergravity", *CERN Courier* **57** (2017) 1.
- [15] S. FERRARA E A. SAGNOTTI: "Supergravity at 40: Reflections and Perspectives", *Riv. Nuovo Cimento* **40** (2017) 279.
- [16] K.S STELLE: "Abdus Salam and Quadratic Curvature Gravity: Classical Solutions", *Int. J. Mod. Phys. A***32** (2017) 1741012.
- [17] M. GABERDIEL E M. VASILIEV, EDs.: "Higher-Spin theory and Holography", *J. Phys.* **A46 (special issue)** (2013) 214001.
- [18] N. BOULANGER E A. CAMPOLEONI, EDs.: "Higher-Spin Gauge Theories", *Universe (special issue)* (2018) .

Augusto Sagnotti: svolge ricerche sulla (Super)gravità e la Teoria delle Stringhe, con enfasi sulle loro indicazioni per la Cosmologia e le Interazioni Fondamentali. Ha ottenuto il Ph.D. in Fisica Teorica al Caltech nel 1983, ed è stato quindi Research Fellow al Caltech e Miller Research Fellow a U.C. Berkeley, Ricercatore, Professore Associato e Professore Ordinario all'Università di Roma "Tor Vergata". Dal 2005 è Professore

Ordinario alla Scuola Normale Superiore. È stato Andrejewski Lecturer alla Humboldt Universität di Berlino nel 1999 e ha ricevuto il Premio SIGRAV nel 1994, il Premio Margherita Hack nel 2014 e il Premio von Humboldt nel 2018.

Loop Quantum Gravity ed i buchi neri esplosivi

So if you feel you are in a black hole, don't give up - there's a way out.

Stephen Hawking

Simone Speziale

Perimeter Institute for Theoretical Physics, CPT Marseille

I buchi neri sono tra gli oggetti più affascinanti che popolano l'universo. Secondo la teoria della relatività generale classica, questi oggetti sono eterni e possono solamente crescere nel tempo. Hawking è stato il primo a mostrare come, prendendo in considerazione effetti quantistici, tale scenario possa cambiare verso un buco nero che lentamente evapora via, a causa delle radiazioni termiche quantistiche. Questo fenomeno teorico, ancora da osservarsi, pone domande concettuali e tecniche cruciali -tra queste anche il famoso *paradosso dell'informazione del buco nero*- alle quali una teoria della gravità quantistica deve rispondere. In questo articolo presenterò due diverse ipotesi per rispondere a queste domande: una più conservativa, basata su equazioni di Einstein modificate e buchi neri *non singolari*, ed una più speculativa, basata sulla Loop Quantum Gravity e buchi neri esplosivi, la quale parimenti può implicare interessanti conseguenze osservabili.

Introduzione

Giusto in tempo per il centenario della teoria della relatività generale di Einstein, le onde gravitazionali sono state osservate dai due interferometri laser americani coordinati dal consorzio LIGO/Virgo. Questo risultato straordinario ha perfettamente confermato, ancora una volta, le predizioni di Einstein. La difficoltà dell'osservazione, la ragione per cui c'è voluto così tanto tempo, risiede nell'estrema debolezza della gravità se comparata alle altre forze: in questo momento, anche se tutta la Terra sta attirando verso il terreno il gesso che tengo in mano, mi basta un minuscolo sforzo per resistere questa attrazione usando l'energia chimica dei miei muscoli, in ultima analisi, di origine elettromagnetica. Per la stessa debolezza, un'altra straordinaria predizione della relatività generale, cioè il rallentamento del tempo con l'aumento del campo gravitazionale, ha dovuto aspettare fino agli anni settanta per la conferma sperimentale, con la costruzione dei primi satelliti GPS. Nello stesso periodo arrivò anche la prima osservazione indiretta delle onde gravitazionali: una coppia orbitale di stelle di neutroni, con un forte campo magnetico, fu os-

servata perdere energia e rallentare esattamente al ritmo previsto dalla relatività generale qualora quell'energia fosse stata portata via sotto forma di onde gravitazionali. L'osservazione diretta di quelle onde non era possibile al momento, poichè non avevamo una strumentazione abbastanza sensibile. Ora la abbiamo, grazie a LIGO e Virgo, e l'era dell'ascolto dell'universo attraverso le onde gravitazionali è appena iniziata, con l'imminente costruzione di ulteriori interferometri laser in tutto il mondo.

Anche i buchi neri sono stati predetti usando la teoria di Einstein molto prima della loro osservazione. Già tre mesi dopo la pubblicazione delle equazioni della relatività generale, Schwarzschild ne trovò la più semplice soluzione, statica e a simmetria sferica. Questa soluzione descrive la deformazione dello spazio-tempo attorno ad una stella o ad un pianeta, ed introduce correzioni piccole ma cruciali alla descrizione di Newton della gravità. In particolare, porta ad una correzione alla precessione del perielio di Mercurio e alla deviazione della luce, le due conferme immediate della relatività generale, ed include il rallentamento del tempo, un effetto chiamato *red-shift* (spostamento verso il rosso) gravitazionale. È importante notare che il red-shift gravitazionale ed il rallentamento del tempo ad esso associato possono diventare via via sempre più marcati, più il campo gravitazionale è intenso. Se una stella di massa M collassa in una regione (sferica per semplicità) di raggio inferiore al valore critico $r_s = 2GM/c^2$, l'effetto del campo diventa infinito, cioè il tempo rallenta all'infinito! Questo red-shift infinito implica a sua volta un red-shift infinito di qualsiasi onda di propagazione, in modo che nulla, nemmeno la luce, può emergere dalla regione all'interno della superficie di raggio r_s , ragionevolmente chiamata *orizzonte degli eventi*: un osservatore esterno non ha accesso agli eventi che accadono all'interno di questa superficie.

Inizialmente considerata solo un'astrazione teorica, la nozione di tali *buchi neri* diventò evidenza sperimentale con l'osservazione di sorgenti di fortissimi campi gravitazionali completamente invisibili, e deducibili solo attraverso gli effetti che inducono sulla materia circostante.

La prima di tali osservazioni risale al 1964 ed

è stata la sorgente di raggi-X Cygnus X1, la cui produzione ora sappiamo essere causata dalla materia che cade in un buco nero e proveniente da una stella gigante che orbita attorno ad esso [1]. Da allora abbiamo scoperto un gran numero di buchi neri, in intervalli di massa che vanno da poche masse solari a mostri dell'equivalente di cento milioni di Soli. Abbiamo anche delle loro foto! Si veda ad esempio questa famosa immagine del telescopio KECK, che mostra il centro della nostra galassia: le orbite fortemente ellittiche di poche stelle sono state ricostruite su un periodo di 15 anni, tutte ruotando intorno a un oggetto oscuro la cui massa si aggira sull'ordine di un milione di Soli. La conferma osservativa dell'esistenza

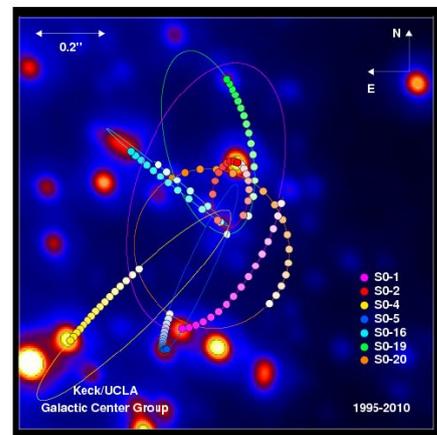


Figura 1: Sequenza di foto prese al centro della nostra galassia, che permette di ricostruire le orbite di alcune stelle su un periodo di circa 15 anni. Dalle orbite si ricostruisce il baricentro comune, la cui massa è stimata nell'ordine del milione di soli.

dei buchi neri, anche se limitata alla regione al di fuori dell'orizzonte degli eventi, stimola domande e pensieri teorici su cosa ci sia oltre: cosa succede veramente all'orizzonte degli eventi? Cosa succede dentro? Dal punto di vista matematico, queste domande possono essere risolte usando la relatività generale. La teoria ci dice ad esempio che un astronave che cade in un buco nero, attraverserà l'orizzonte degli eventi in un tempo finito e senza essere distrutta o subire condizioni gravitazionali estreme. Guardando indietro però, verso la direzione

di provenienza, vedrebbe l'evoluzione del suo universo visibile accelerare esponenzialmente, come in un movimento accelerato su un video, e occupare una parte sempre più ristretta del suo campo di visione. Passato l'orizzonte degli eventi, la forza di attrazione gravitazionale continua ad aumentare senza limiti, finché gli effetti delle maree diventano così intensi da distruggere l'astronave dell'osservatore e lo stesso osservatore: nella teoria di Einstein, la forza gravitazionale diventa infinita al centro del buco nero, punto finale di tutte le traiettorie possibili per un buco nero sferico. Ma è questo davvero quello che succede all'interno di un buco nero? Torneremo su questa domanda in seguito.

In ogni caso, questa strana regione interna con la sua singolarità che si annida nel buio non influenza l'applicazione fisica della relatività generale ai fenomeni astrofisici, poiché la singolarità è nascosta dall'orizzonte degli eventi e quindi causalmente disconnessa dal nostro universo. In effetti, scienziati come Hawking, Penrose e molti altri che hanno contribuito allo sviluppo della teoria classica dei buchi neri e della relatività generale, hanno congetturato che *tutte* queste singolarità siano nascoste dai loro orizzonti degli eventi. Questa è nota come la *congettura cosmica di censura*, supportata dalla prova matematica che i collassi gravitazionali formano i propri orizzonti degli eventi attorno alle loro rispettive singolarità. Inoltre, Hawking ha dimostrato che un orizzonte degli eventi non può mai diminuire di dimensioni, ma solo aumentare, via via che nuova materia cade nel buco nero, dimostrando così che i buchi neri sono *eterni*, nella teoria della relatività generale classica.

Poco dopo aver provato questo teorema, Hawking si rese conto che effetti quanto-meccanici avrebbero potuto violare una delle sue ipotesi, in particolare, la positività dell'energia. Si pensi per esempio alle anti-particelle o all'effetto tunnel quantistico: effetti quanto-meccanici potrebbero portare alla perdita di massa per un buco nero e quindi al suo restringimento. Ora, l'inclusione di effetti quanto-meccanici nella teoria della relatività generale è una questione molto delicata: il fondamento stesso

della meccanica quantistica e della teoria quantistica dei campi (la sua estensione ai sistemi con infiniti gradi di libertà) richiede uno spazio-tempo di Minkowski fisso e piatto, con le sue associate isometrie, come nella relatività speciale. Al contrario, lo spazio-tempo della relatività generale è dinamico, non fisso e non ha le isometrie di Minkowski.

Torneremo su questo punto di seguito, ma, come passo intermedio, è possibile considerare la teoria quantistica dei campi su un punto fisso ma con spazio-tempo curvo, purché stazionario. Questo scenario è fortemente approssimato perché ignora effetti non-lineari della dinamica delle equazioni di Einstein, ma può fornire un ambiente più semplice per testare idee ed effetti fisici quando l'energia relativista della materia è poca. In questa configurazione approssimativa, Hawking è stato in grado di trarre una conclusione stupenda: gli effetti quantici porterebbero ad un buco nero dal quale fuoriesce energia; la perdita assume la forma di una radiazione termica di particelle quantistiche ad una temperatura T_H data da

$$T_H = \frac{\hbar}{8\pi GM},$$

dove M è la massa del buco nero.

Intuitivamente, questo effetto può essere inteso come una versione gravitazionale della polarizzazione del vuoto di Schwinger: il vuoto di un campo quantistico è brulicante di coppie virtuali particella-antiparticella e se noi applichiamo un campo elettrico abbastanza forte, per esempio mediante un condensatore, le coppie possono trasformarsi in particelle reali, separate le une dalle altre in quanto attratte dalle due piastre opposte del condensatore (l'energia per eccitare le particelle reali dal vuoto viene fornita dal condensatore stesso).

Nell'effetto Hawking, è la forza del red-shift gravitazionale vicino all'orizzonte degli eventi a polarizzare il vuoto e l'energia ad essa associata -che serve a creare particelle reali- viene sottratta al buco nero stesso. Ciò che è sorprendente nel risultato di Hawking è la natura perfettamente termica della radiazione quantistica: un buco nero si comporta esattamente come un corpo nero in termodinamica.

Il fatto che il risultato di Hawking trascuri

aspetti non-lineari della dinamica vuol dire che la sua teoria non ci dice come cambia il buco nero quando viene emesso un quanto di questa radiazione. In mancanza di risultati dinamici, possiamo basarci il comportamento termodinamico del buco nero -supportato inoltre da molte altre proprietà scoperte grossomodo nello stesso periodo (come la famosa entropia di superficie)- e usare la legge di Stefan-Boltzmann per stimarne il tasso di perdita di massa associata con l'emissione di radiazione di Hawking. Questa dà

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{\hbar c^6}{G^2 M^2}. \quad (1)$$

Se non ci sono importanti correzioni di ordine superiore o di tipo non-perturbativo, possiamo immaginare che questa equazione sia valida attraverso tutta l'evoluzione del buco nero. In questo caso otteniamo che il buco nero evapora completamente in un tempo finito dato dalla formula

$$\tau_H \sim \frac{G^2 M^3}{\hbar c^6}.$$

Ne segue che tenendo in considerazione effetti quantistici, neanche i buchi neri sono eterni!

Bisogna sottolineare che questa predizione non è assolutamente in contraddizione con l'osservata esistenza di buchi neri: per buchi neri macroscopici questo tempo è di molto maggiore dell'età dell'universo stesso.

Ad esempio, la vita di Hawking di un buco nero di massa pari a quella del sole è di 10^{67} anni! Solo per i buchi neri microscopici questo tempo di vita finito è sufficientemente corto da poter essere testato; tuttavia, sebbene la loro esistenza sia stata suggerita da alcuni teorici, buchi neri microscopici non sono mai stati osservati. Inoltre, la stessa radiazione di Hawking non è osservabile astrofisicamente: per un buco nero di massa solare $T_H 10^{-8} K$, questa è più piccola della radiazione del fondo cosmico (che è nelle microonde, intorno a $2.7 K^1$).

Anche senza prove dirette, la radiazione di Hawking è stata ottenuta in un'abbondanza di modi diversi negli anni passati, e pochissimi dubbi risiedono sulla solidità di questo risultato teorico. Da un punto di vista teorico, la radiazione di Hawking pone una serie di sfide straordinarie, che

vanno di pari passo con la questione della singolarità centrale. Infatti, se classicamente possiamo invocare la Congettura della Censura Cosmica e supporre che tutte le singolarità siano nascoste ad osservatori fuori dai buchi neri, per i quali quindi la relatività generale si applica senza il problema delle singolarità di curvatura, il risultato di Hawking sull'evaporazione dell'orizzonte degli eventi riporta nuovamente la singolarità al centro della discussione. Per affrontare questo problema, potrebbe quindi essere necessario andare oltre la relatività generale ed oltre le approssimazioni usate da Hawking, e costruire una teoria quantistica della gravità completa.

L'applicazione della meccanica quantistica a sistemi relativistici in generale richiede quindi andare oltre le attuali basi della fisica teorica, ed la gravità quantistica è considerata da molti il *Santo Graal* della fisica teorica. Questa ricerca ha affascinato le menti più brillanti da oltre 80 anni e un gran numero di proposte creative sono state avanzate. Mentre nessuna di queste idee ha portato a previsioni sperimentali coerenti che potrebbero essere verificate, dall'interrogarsi su questa domanda è sbocciato in un intero campo di ricerca che produce regolarmente importanti progressi nella fisica teorica in generale, oltre che nella matematica e nei fondamenti della meccanica quantistica. In questo campo, il più sviluppato ed il più seguito approccio è certamente la teoria delle stringhe. Questo approccio però soffre del fatto che le fondamenta stesse della teoria richiedono l'esistenza della supersimmetria tra bosoni e fermioni, e di dimensioni spaziali nuove rispetto alle 3 osservate, e una quantità sempre maggiore di prove sperimentali sta escludendo queste possibilità.

Un approccio completamente diverso, che non richiede dimensioni extra né supersimmetria, ma si concentra invece sulla natura dinamica dello spaziotempo nella relatività generale, è offerto dalla *Loop Quantum Gravity* (LQG) [3]. Questa strada, percorsa da Abhay Ashtekar, Lee Smolin e Carlo Rovelli sarà discusso più in dettaglio qui sotto.

Riassumendo, i buchi neri e la radiazione di Hawking forniscono un perfetto banco di prova per qualsiasi teoria candidata a spiegare

¹Molti sforzi compiuti per verificare la radiazione di Hawking sono basati sui così detti *sistemi analoghi* [2]

la gravità quantistica. In particolare, possiamo selezionare tre domande chiave che dovrebbero essere affrontate da questa teoria:

- Il problema dinamico: la formula di evaporazione di Hawking è valida sempre, cioè il buco nero evapora completamente?
- Il problema della singolarità: se evapora completamente, cosa succede alla singolarità centrale? rimane 'nuda'? svanisce?
- Il paradosso dell'informazione: poichè la radiazione di Hawking è perfettamente termica, se la singolarità è assente, cosa succede all'informazione della materia caduta nel buco nero? È persa, o è recuperabile in linea di principio?

La situazione con le singolarità della curvatura in relatività generale è reminescente di un analogo problema affrontato dai fisici teorici all'inizio del XX secolo, vale a dire l'instabilità classica degli atomi. Secondo la teoria di Maxwell dell'elettromagnetismo, gli elettroni che ruotano attorno ai nuclei carichi dovrebbero emettere radiazioni, perdendo così momento angolare e collassando inevitabilmente sul nucleo. In altre parole, il potenziale classico ha una singolarità ad $r_C = 0$. La soluzione a questo problema si è trovata includendo gli effetti quantistici: il principio di indeterminazione introduce un'efficace pressione quantistica che impedisce all'elettrone di essere localizzato nel centro con uno slancio nullo.

Anche in assenza di una teoria completa di gravità quantistica, molti ricercatori congetturano che qualcosa di simile accadrà anche nel caso gravitazionale. Gli effetti della gravità quantistica alla scala di Planck cambieranno le equazioni di Einstein, introducendo una sorta di pressione efficace che blocca il collasso gravitazionale. I teoremi di singolarità di Hawking e Penrose potrebbero essere violati mediante una semplice modifica alle equazioni di Einstein.

C'è una vasta letteratura di idee e risultati su queste domande e loro variazioni sul tema. Di seguito, presenterò brevemente due diverse ipotesi su cui ho lavorato: buchi neri non singolari [9, 10] e buchi neri esplosivi [11]. Le due ipotesi condividono lo stesso principio cardine, cioè che la teoria della gravità quantistica risolva la

singolarità centrale, ma differiscono nella realizzazione dettagliata della questione e nelle conseguenze fisiche che ne scaturiscono. In caso di buchi neri non singolari, la pressione quantistica arresta il collasso verso uno stato all'incirca stazionario, ma il buco nero appare ancora un buco nero dall'esterno, sebbene non più singolare nel suo centro. A questo punto la radiazione di Hawking entrerebbe in gioco, facendo evaporare via lentamente il buco nero, e quindi esponendo finalmente il nucleo interno e possibilmente permettendo il recupero dell'informazione nascosta durante il collasso.

Nel caso di buchi neri esplosivi, invece, la pressione quantistica è così forte che porta ad un *rimbalzo* del collasso gravitazionale, trasformando il buco nero in un 'buco bianco', con l'emissione di energia del tutto affine ad una gigantesca esplosione stellare. L'effetto quantico rilevante in questo scenario è un processo di tunneling, e la radiazione di Hawking viene trattata come un effetto secondario e puramente dissipativo. Vediamoli in più dettaglio.

Buchi neri non-singolari

Molte teorie candidate a spiegare la gravità quantistica predicono modifiche alle equazioni di Einstein. Le modifiche possono essere organizzate in una serie di potenze nel parametro L di gravità quantistica (idealmente proporzionale alla lunghezza di Planck $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3}$),

$$R_{\mu,\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{16\pi G}{c^4} [L^0 T_{\mu\nu} + L^1 \dots + L^2 \dots + \dots]. \quad (2)$$

Ad esempio un tipico caso di studio lo si ha quando i termini aggiuntivi contengono prodotti del tensore di Riemann $R_{\mu\nu\rho\sigma}$. Questo tipo di modifiche invalida i teoremi di singolarità, ed è possibile trovare soluzioni di buchi neri non-singolari. Per essere interessanti, tali soluzioni devono soddisfare tre criteri:

- (i) devono sembrare un buco nero al di fuori dell'orizzonte degli eventi, per essere compatibili con la relatività generale nel regime semi-classico e con le osservazioni;

(ii) devono essere regolari ovunque, in particolare non avere una singolarità centrale;

(iii) devono avere tutti gli invarianti di curvatura sub-Planckiani in magnitudine ovunque, cioè

$$R < l_P^{-2}, \quad R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} < l_P^{-4},$$

e così via.

Il terzo criterio è necessario per giustificare l'uso di una metrica classica e regolare per descrivere gli effetti della gravità quantistica. Il punto qui è che nulla garantisce che una descrizione metrica della gravità quantistica sia possibile alla scala di Planck. La teoria delle stringhe e la loop quantum gravity, ad esempio, sostengono che questo non è possibile, e una nozione di spazio-tempo completamente diversa debba emergere oltre quella scala. Pertanto la descrizione in termini di una metrica regolare e non-singolare del buco nero ha senso solo se quelle scale non sono superate. Queste condizioni rendono lo studio di metriche non-singolari di buco nero che soddisfino (i - iii) interessante di per se, indipendentemente dai dettagli della teoria fondamentale sottostante. In particolare, è possibile dimostrare che una metrica non-singolare a simmetria sferica che assomiglia ad un buco nero da lontano, deve avere per forza un secondo orizzonte degli eventi all'interno del primo, rendendo così la posizione centrale una regione di tipo tempo. Il nuovo orizzonte degli eventi interiore ha proprietà opposte a quelle dell'orizzonte degli eventi esteriore: è una superficie di *blue-shift* infinito, ed una regione di accumulazione per le geodetiche, si veda l'immagine sotto. Mentre questa è una proprietà piuttosto generica dei buchi neri non singolari, i suoi dettagli dipendono naturalmente dalla metrica precisa utilizzata. Il caso di studio più sviluppato in letteratura è stato introdotto circa dieci anni fa da Hayward [4] (si veda anche [5]): la sua struttura a cono di luce è mostrata in Figura 2 a destra, in confronto a quella di Schwarzschild mostrata nel pannello di sinistra.

Vediamo la presenza di un secondo orizzonte, che agisce come una superficie di accumulazione per la materia. La regione centrale della metrica non ha singolarità, ma ha un valore finito della

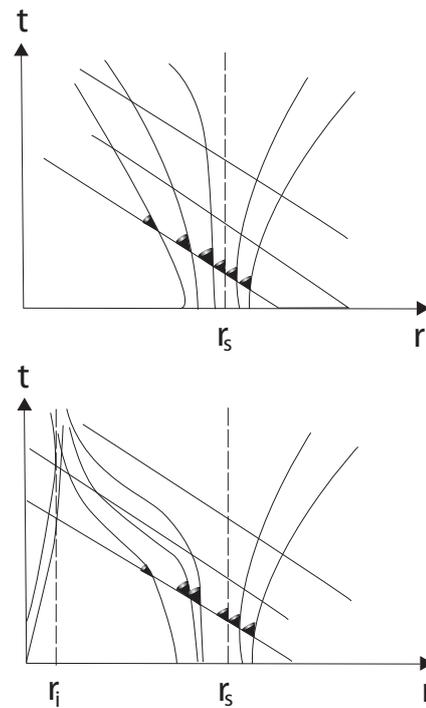


Figura 2: *Struttura causale di un buco nero in relatività generale (a sinistra), e di un buco nero non singolare motivato da teorie modificate della gravità per prendere in considerazione effetti quantistici. Nel caso classico, i coni luce si restringono all'avvicinarsi all'orizzonte degli eventi, e niente può uscirne. Tutte le traiettorie causali terminano nella singolarità centrale. Nel caso non-singolare, la materia non termina il suo percorso al centro, dove la curvatura è adesso finita, ma su un secondo orizzonte che agisce come superficie di accumulazione.*

curvatura inversamente proporzionale a L in (2), in modo tale che se noi disattivassimo le modifiche delle equazioni di Einstein, ovvero prendessimo il limite $L \rightarrow 0$, recupereremmo la singolarità centrale. Con una regione centrale non singolare, la situazione fisica di questo nuovo buco nero è simile a quello che succede al centro di una stella, dove un osservatore potrebbe rimanere statico in caduta libera (assunto che non bruci!).

Che cosa succede se cerchiamo di affrontare gli enigmi dell'evaporazione in questo contesto? Possiamo supporre che la massa del buco nero evapori nel tempo secondo la legge di Hawking 1, ed osservare cosa succede allo spazio-tempo risultante. Poiché l'orizzonte interno agisce come una superficie di accumulazione, tutta la materia che cade all'interno -per formare il buco nero- si

accumula su di esso. L'orizzonte esterno evapora lentamente per la radiazione di Hawking, mentre la materia continua ad accumularsi su quello interno. Supponendo che l'evaporazione Hawking continui imperterrita, ad un certo punto l'orizzonte degli eventi esterno si ricongiungerà all'orizzonte interno: i due si fonderanno insieme e scompariranno lasciando la regione centrale esposta. Poichè non c'è più una singolarità nel centro, questa evoluzione è perfettamente compatibile con la Congettura della Censura Cosmica. Inoltre, risponde al paradosso della perdita di informazione molto semplicemente: l'informazione sull'argomento caduto non è affatto persa, ma nascosta dall'orizzonte degli eventi, e torna disponibile una volta che l'orizzonte degli eventi è scomparso².

Questa immagine qualitativa è convincente, fornisce un modo semplice ed elegante di rispondere sia alla risoluzione della singolarità sia al paradosso dell'informazione, ma per il momento non è mai stata supportata da calcoli convincenti. La difficoltà consiste nel trovare una teoria quantistica della gravità coerente che confermi questo scenario e ne descriva i dettagli. In particolare, la teoria deve contenere gli effetti non-lineari trascurati da Hawking, e poter risolvere le equazioni (2) con la modifica specifica inclusa, e con $T_{\mu\nu}$ sul lato destro calcolato come valore aspettato del campo quantistico sulla metrica di Hayward: questo calcolo è estremamente difficile e non abbiamo ancora una risposta esplicita. Ciò nonostante, calcoli preliminari fanno sorgere il seguente potenziale problema: a causa della superficie di accumulo, tutte le informazioni vengono rilasciate contemporaneamente, quando l'orizzonte degli eventi completa la sua evaporazione. Questa versione sarebbe associata a un'enorme esplosione di energia molto più grande della massa del buco nero stesso, e quindi incompatibile con conservazione energetica canonica. È possibile che una forma speciale dei termini extra in (2) possa essere trovata, in modo tale che lo scenario sopra riportato sia coerente con la conservazione dell'energia, ma questo non lo sappiamo ancora.

²Tecnicamente, quello che succede è che la radiazione termica di Hawking emessa nei primi istanti viene purificata dalla radiazione uscente dopo l'evaporazione completa dell'evento degli orizzonti.

In conclusione, l'ipotesi di buchi neri non singolari è piuttosto allettante per la sua semplice risoluzione del paradosso della perdita di informazione, ma deve essere ancora migliorata prima che possa essere fornita una sostanziale evidenza teorica.

Tunnel quantistici e buchi neri esplosivi

Tra le alternative, un'idea più speculativa è stata recentemente avanzata da Carlo Rovelli ed il suo gruppo di ricerca [6, 7, 8, 11][6-8, 11]. L'idea di base è che quando la densità energetica della materia collassante raggiunge la densità di Planck (i.e. $\rho_P = c^5/\hbar G^2 \sim 10^{96} \text{ kg/m}^3$), la gravità quantistica induce una pressione repulsiva così forte non solo da fermare il collasso, come nel caso del buco nero non singolare, ma tale da far *rimbalzare* la materia che collassa, innescando così un'esplosione e suggellando la fine della fase di buco nero.

Indicazioni per questo scenario piuttosto esotico vengono dalla *Loop Quantum Cosmology* (LQC), un'applicazione della Loop Quantum Gravity a semplici modelli cosmologici. In questo contesto, una vasta costruzione di modelli mostra che l'uso della dinamica della LQC rimpiazza la singolarità iniziale del Big Bang, la quale viene sostituita da un *Big Bounce*: l'universo non proviene da una singolarità iniziale, ma da una antecedente fase di contrazione, rimbalzata in avanti una volta raggiunta la densità critica di Planck [12]. Lo scenario di Rovelli estende questa possibilità dalla cosmologia al collasso gravitazionale. A partire dall'esterno, la fase esplosiva del buco nero innescata dalla gravità quantistica assomiglia ad una metrica di *buco bianco*, la soluzione opposta a un buco nero, in cui tutta la materia è espulsa dall'orizzonte (per questo detto 'bianco'); per questo motivo, questo scenario viene spesso chiamato *transizione buco nero-buco bianco*.

Si noti che questo processo è classicamente impossibile: le due traiettorie della materia (il collasso e la fase esplosiva), o equivalentemente le due metriche (buco nero e buco bianco) non sono collegati da alcuna soluzione classica delle equazioni di Einstein. Lo scenario è basato sul ben noto effetto di tunneling quantistico: due

configurazioni classicamente separate possono essere connesse da effetti quantistici. L'esempio più famoso è il decadimento radioattivo di un isotopo instabile: una particella quantistica confinata al nucleo può avere una probabilità non nulla di sfuggire alla sua barriera di potenziale. La domanda chiave è stimare questa probabilità del tunneling, e quindi, la vita media dell'isotopo.

Come in tutte le impostazioni relativistiche, la nozione di tempo in gravità quantistica dipende dall'osservatore. Per capire quale sia la durata di vita rilevante discussa nel nostro contesto, consideriamo l'immagine del fenomeno di tunneling riportata in Figura 3 dal punto di vista di un osservatore esterno al buco nero. Dal suo punto di vista, questi non può vedere la materia che cade nell'orizzonte degli eventi e raggiungere la densità di energia planckiana. Quindi, quello che vede è la materia precipitare verso l'orizzonte degli eventi, ma rallentando via via sempre più (per il fenomeno del red-shift discusso nell'Introduzione di questo articolo), fino ad un certo punto in cui ipoteticamente il tunneling si verifica, e la materia rimbalza ed esce di nuovo dal buco, ora bianco (la traiettoria completa della materia è riprodotta nella Figura 3): si noti che l'osservatore esterno conclude che gli effetti quantistici non-perturbativi che causano il rimbalzo devono avvenire sulla scala dell'orizzonte, il punto δ in Figure 3, dove t_S ed r_S sono le coordinate radiali e temporali del osservatore esterno e T è la durata di vita osservata del buco nero.

È il valore previsto per questa vita media misurata dall'esterno che è cruciale affinché la pittura dei buchi neri esplosivi abbia un senso. In particolare, dovrebbe essere più breve del tempo (estremamente lungo) necessario per la radiazione di Hawking a far evaporare il buco nero: il tunneling e l'esplosione ad esso associata dovrebbero verificarsi prima della completa evaporazione. In altre parole, si tratterebbe di un fenomeno non-perturbativo che non poteva essere previsto nello schema perturbativo di Hawking. Si noti che in questa immagine la radiazione di Hawking ha un ruolo secondario, simile ad altri effetti dissipativi in fisica, e nonostante influenzi l'evoluzione del buco nero, non è la causa principale del tempo di vita finito del buco nero.

Questo scenario condivide con la teoria dei bu-

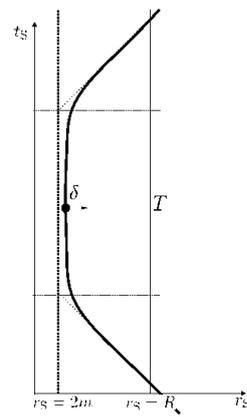


Figura 3: Traiettoria ipotetica di un collasso gravitazionale interrotto da effetto tunnel quantistico, risultante in un'esplosione descritta dalla metrica di buco bianco nel futuro della metrica di buco nero.

chi neri non singolari il punto chiave di un centro regolare, senza una singolarità, ed un meccanismo analogo per la purificazione della radiazione di Hawking una volta scomparso l'orizzonte degli eventi. Tuttavia, mentre nella pittura del buco nero non singolare è la radiazione di Hawking che fa evaporare l'orizzonte completamente, in questa immagine alternativa è il fenomeno non-perturbativo di tunneling quantistico che interviene prima e fa esplodere il buco nero.

L'altra differenza cruciale tra i due scenari è che, nella teoria del buco nero non-singolare, manifestazioni forti della gravità quantistica sono attese solo vicino al centro del buco nero, mentre, nella teoria del buco nero che esplosione, l'osservatore esterno vede forti effetti di gravità quantistica già all'orizzonte degli eventi, una idea più radicale e più controversa.

I calcoli necessari a testare questo tipo di scenario possono essere fatti in linea di principio con qualsiasi approccio alla gravità quantistica che sia sufficientemente sviluppato per affrontare questo problema. La LQG ha raggiunto questo livello, e recentemente abbiamo lavorato in una collaborazione guidata di Rovelli [11] per preparare il terreno per questo calcolo. Per capire come questo rimbalzo possa essere possibile, è necessario conoscere alcuni dettagli semplici inerenti la LQG. In questa descrizione della gravità quantistica, la maglia dello spazio-tempo è fatto

da una collezione di *atomi di spazio*, alla stregua degli atomi con cui è fatta la mia lavagna. Tali atomi di spazio avrebbero le dimensioni vertiginosamente ridotte di 10^{-35} metri, e sarebbe quindi impossibile rilevarli direttamente: il loro comportamento collettivo è indistinguibile dallo spazio-tempo continuo, liscio della relatività generale e teoria dei campi quantistici. Solo quando la densità della materia raggiunge i valori di Planck, è possibile iniziare ad interagire con i singoli atomi di spazio. Il calcolo che abbiamo impostato mostra che, raggiunta la densità di Planck, vi è un trasferimento di energia dalla materia collassante nel buco nero agli atomi dello spazio. Questi ultimi, in precedenza silenti in uno stato coerente che descrive una geometria liscia del buco nero, assorbono abbastanza energia per fare scattare l'effetto tunnel ed riarrangiarsi in una nuova configurazione, uno stato coerente che descrive adesso il buco bianco: l'energia viene riconsegnata alla materia, e l'evoluzione classica sotto la metrica del buco bianco viene ripristinata. Il punto difficile è calcolare l'ampiezza di probabilità quantistica effettiva per questo fenomeno cinematico, per capire se è possibile. Ma a causa della complessità della nostra formula, ancora non sappiamo rispondere a questa domanda. Tuttavia, possiamo già anticipare alcune interpretazioni del risultato.

Supponendo per semplicità la simmetria sferica e la simmetria dell'inversione temporale, la vita del buco nero può dipendere solamente dalla sua massa M e può esserne a priori una qualsiasi funzione. Tuttavia, ci sono limiti rigorosi che possono essere derivati dalla teoria e dagli esperimenti. Tempi di vita proporzionali ad M o $M \log M$, per esempio, sono incompatibili con le osservazioni: buchi neri astrofisici di diverse masse solari subirebbero il fenomeno di tunneling in pochi secondi, al contrario della loro stabilità osservata e comprovata. Se il calcolo della LQG prevede un tempo di vita che è troppo breve, il meccanismo può quindi essere escluso. D'altra parte, una durata di vita proporzionale ad M^3 o più significherebbe che il buco nero evaporerebbe sotto la radiazione di Hawking prima che il fenomeno di tunneling ragionevolmente si verifici, rendendo il fenomeno non interessante, e spostando l'interesse alla teoria dei buchi neri non-singolari. Quindi, gli unici risultati interes-

santi sarebbero tempi di vita dell'ordine di M^2 . Reintroducendo le unità fisiche, questo significa

$$\tau \sim \sqrt{\frac{G^3}{\hbar c^7}} M^2.$$

Si noti che l'effetto dipende dall'inverso della radice quadrata di \hbar , il che indica che questo non può essere un fenomeno perturbativo, come previsto.

L'aspetto più interessante di questa possibilità è che apre una nuova finestra per la fenomenologia della gravità quantistica: se l'ipotesi del fenomeno di tunneling per il buco nero si rivela vera, i buchi neri potrebbero effettivamente esplodere e tali esplosioni potrebbero essere osservabili nei telescopi!

Questa è una vera novità, perchè gli effetti della gravità quantistica sono tipicamente così piccoli da essere virtualmente invisibili. Ad esempio, sappiamo che la legge di Newton viene modificata alle scale piccole con loops di gravitoni, in maniera molto simile a quanto avviene alla legge di Coulomb. Tuttavia, mentre le modifiche alla legge di Coulomb si verificano su scale dell'ordine di 10^{-15} metri, e sono state abbondantemente testate con alta precisione, le modifiche alla legge di Newton si verificano alle scale ridicole di 10^{-35} metri, largamente inaccessibili ai nostri test sperimentali, che raggiungono al massimo i 10^{-18} metri: per fare un paragone, è come se stessi cercando di identificare la posizione di Roma sull'atlante usando un righello delle dimensioni di una galassia! Per questo motivo si dice spesso che la gravità quantistica è fuori del dominio sperimentale, e quindi un argomento di ricerca puramente di fisica teorica e di matematica.

D'altra parte, un tempo di vita proporzionale ad M^2 implica che buchi neri primordiali, di massa all'incirca lunare, potrebbero essere oggetti in esplosione oggi ed emettere segnali rilevabili [8]. Una componente del segnale atteso che risulterebbe da tale esplosione potrebbe essere simile ai *fast radio bursts* recentemente osservati [13], e questa intrigante eventualità è stata presentata anche al grande pubblico [14].

Il fenomeno di tunneling quantistico per i buchi neri potrebbe quindi essere una previsione della gravità quantistica verificabile, e il nostro gruppo di ricerca continua a lavorare al fine di svilupparlo ulteriormente.



- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Cygnus_X-1
- [2] Black-hole analogue works like a laser, Physics World, Oct 15, 2014
[<http://physicsworld.com/cws/article/news/2014/oct/15/black-hole-analogue-works-like-a-laser>]
- [3] C. Rovelli, *Quantum gravity*, Cambridge University Press, (2004).
- [4] S. A. Hayward, *Formation and evaporation of regular black holes*, Phys. Rev. Lett. **96**:31103, (2006).
- [5] V. P. Frolov, *Information loss problem and a 'black hole' model with a closed apparent horizon*, arXiv:1402.5446, (2014).
- [6] H. M. Haggard and C. Rovelli, *Quantum-gravity effects outside the horizon spark black to white hole tunneling*, Phys. Rev. D **92**(10):104020, (2015).
- [7] C. Rovelli and F. Vidotto, *Planck stars*, Int. J. Mod. Phys. D **23** (12):1442026, (2014).
- [8] A. Barrau and C. Rovelli, *Planck star phenomenology*, Phys. Lett. B **739**:405, (2014).
- [9] T. De Lorenzo, C. Pacilio, C. Rovelli and S. Speziale, *On the Effective Metric of a Planck Star*, Gen. Rel. Grav. **47**(4):41, (2015).
- [10] T. De Lorenzo, A. Giusti and S. Speziale, *Non-singular rotating black hole with a time delay in the center*, Gen. Rel. Grav. **48**(3):31, (2016).
- [11] M. Christodoulou, C. Rovelli, S. Speziale and I. Vilenky, *Realistic Observable in Background-Free Quantum Gravity: the Planck-Star Tunnelling-Time*, Phys.Rev. D **94**(8):084035, (2016).
- [12] Big Bang et gravitation quantique, Pour la science, avril-juin 2014 [<http://www.pourlascience.fr/ewb/pages/a/article-big-bang-et-gravitation-quantique-32826.php>]
- [13] Keane E. et al., Nature 530, 453-456 (25 February 2016).
- [14] Les sursauts radio rapides: des explosions d'étoiles de Planck?, Futura sciences 2015, janvier 2015
[<http://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/trou-noir-sursauts-radio-rapides-explosions-etoiles-planck-56875>]



Simone Speziale: è nato a Roma nel 1978, e si è laureato in fisica teorica alla Sapienza nel 2002. Ha conseguito un dottorato in cotutela tra Cambridge e La Sapienza seguito da un postdoc al Perimeter Institute for Theoretical Physics in Canada. Dal 2008 è ricercatore CNRS nel laboratorio di fisica teorica di Marsiglia, Francia. Si occupa principalmente di gravità quantistica, relatività generale classica e fisica matematica.

La Natura è naturale?

Paolo Ciafaloni

INFN sez. di Lecce e

Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi" Università del Salento

Il metodo scientifico discrimina le idee buone da quelle sbagliate, ma non dà alcuna ricetta per stabilire quali siano le idee da vagliare; d'altra parte non è ovviamente possibile sottoporre a verifica sperimentale tutte le idee. In questo articolo descrivo come il concetto di simmetria sia stato il *leitmotiv* che ha guidato la ricerca di una teoria fondamentale nella fisica delle particelle del XX secolo. Inoltre discuto di un criterio molto in voga negli ultimi anni, quello della naturalezza, utile per selezionare le teorie che appaiono più promettenti. Tale criterio fino ad oggi non ha prodotto però risultati utili.

Prologo

La fisica delle alte energie, che si propone l'ambizioso obiettivo di studiare i componenti fondamentali della materia e le interazioni fra questi componenti, vive da qualche anno un momento storico piuttosto critico. Da un lato infatti il quadro teorico (vedi riquadro) è ben consolidato e descrive bene i dati sperimentali. Tale quadro comprende il cosiddetto Modello Standard, che descrive le interazioni elettromagnetiche, deboli e forti col formalismo della Teoria quantistica dei campi, e la teoria della Relatività Generale che descrive le interazioni di gravità. È corretto affermare che *tutte le osservazioni fatte in natura e tutti gli esperimenti di laboratorio effettuati fino ad oggi sono riconducibili al quadro teorico appena descritto*.

La parola "teoria" in fisica

In fisica la parola "teoria" ha un significato un po' diverso da quello che si adotta nel linguaggio comune, ad esempio quando si dice "ha ragione in teoria, ma in pratica no" oppure "è solo una teoria", intendendo una supposizione poco suffragata dai fatti. In fisica una teoria è un insieme di enunciati, solitamente formulati nel linguaggio della matematica, che ambiscono a descrivere una collezione quanto più ampia di fenomeni naturali, sotto forma di osservazioni e/o esperimenti di laboratorio. È tipico di una teoria formulare *predizioni* (vedi riquadro più avanti). Nel confronto fra predizioni teoriche e dati sperimentali....

*to**. D'altra parte però il Quadro Teorico risulta incompleto, e ci sono fondati motivi di ritenere che il Modello Standard sia in realtà un'approssimazione di una teoria più generale, che d'ora in poi chiamerò Teoria Fondamentale, capace di descrivere non solo i fenomeni ad oggi osservati, ma di predire (vedi riquadro) nuovi fenomeni, oltre a spiegare i misteri insoluti di materia oscura ed energia oscura[†]. In questo articolo ipotizzo dunque che una teoria fondamentale esista. Ci possiamo porre la domanda: in mancanza di chiare indicazioni dagli esperimenti di laborato-

*Fa eccezione il "caso Materia Oscura", che riguarda osservazioni di tipo astrofisico, vedi articolo di Marco Cirelli su questo stesso numero di Ithaca.

[†]Vedi il mio articolo "La più grande cantonata di Einstein" sul numero X di Ithaca.

rio, com'è attualmente il caso, come ci possiamo orientare per elaborare teorie promettenti da sottomettere al vaglio sperimentale? Come vedremo, nella fisica del XX secolo si sono fatti strada due criteri: le simmetrie e la naturalezza. Ma solo il primo ad oggi è stato fertile e ha prodotto nuove teorie.

Le simmetrie nella fisica del ventesimo secolo

Quando Albert Einstein nel 1905 elabora la teoria della relatività ristretta, pone al centro il seguente postulato:

"Le leggi della fisica sono le stesse per due osservatori che si muovono con velocità relativa costante"

Tale postulato, aggiungendo il fatto osservazionale che la velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento, definisce in sostanza la teoria della relatività speciale in maniera univoca.

Il postulato della relatività speciale non è una novità in se, tanto che, seppure in forma diversa, era stato osservato da Galileo nel suo "Dialogo sopra i due massimi sistemi" del 1632. La novità qui è *metodologica*: il postulato viene assunto a priori e posto come pilastro fondante della teoria. In altre parole la teoria viene costruita non tanto e non solo in base a fatti osservazionali (che pure sono importanti, quali la menzionata costanza della velocità della luce), ma in base a quella che modernamente viene chiamata una simmetria. Simmetria fa rima con invarianza: ad esempio una circonferenza disegnata su un foglio conserva la stessa forma se si ruota il foglio intorno al centro della circonferenza. In fisica le simmetrie sono un pò più astratte: riguardano l'invarianza in forma delle equazioni che descrivono le leggi fisiche quando si agisce una data trasformazione. Modernamente il postulato della relatività speciale viene chiamato "simmetria spazio-temporale" in quanto entrano in gioco le trasformazioni di coordinate spaziotemporali che connettono il sistema di riferimento dei due laboratori in velocità relativa costante, e che sono dette trasformazioni di Lorentz.

L'approccio metodologico di Einstein ha avuto un grande impatto sulla fisica del ventesimo

Predizioni in fisica

Le predizioni in fisica non riguardano necessariamente il futuro. Piuttosto, esse forniscono un protocollo per esprimere relazioni matematiche fra quantità misurabili. Ad esempio, vicino al suolo terrestre, una predizione potrebbe essere 'Se faccio cadere un corpo esso accelera, in assenza di attriti, con accelerazione pari a 9.8 metri al secondo per secondo.' Con l'avvento della Meccanica Quantistica le predizioni sono diventate probabilistiche: vengono fornite le probabilità per i possibili eventi di un dato esperimento.

secolo, e in particolare sullo studio delle interazioni fondamentali fra particelle elementari. Alle simmetrie spaziotemporali si sono affiancate simmetrie di tipo diverso, con trasformazioni che agiscono sulle proprietà intrinseche delle particelle elementari quali ad esempio la carica elettrica; anche in questo caso per simmetria si intende "invarianza delle equazioni sotto un certo gruppo di trasformazioni". Alcune di queste simmetrie, come ad esempio le "simmetrie di gauge non abeliane" (cita Yang Mills) vennero inizialmente considerate come curiosità matematiche, salvo poi essere inglobate con successo nel Modello Standard. Altri concetti, come quello di simmetria "nascosta", cioè simmetria delle interazioni che non viene però rispettata dagli stati fisici, hanno prodotto l'idea del meccanismo di Higgs, scoperto al CERN nel 2012 e per il quale è stato assegnato un **premio Nobel**. Il Modello Standard stesso è sostanzialmente determinato una volta che si elenchino le sue simmetrie e le proprietà delle particelle su cui le simmetrie agiscono, aggiungendo il requisito di coerenza matematica.

Si può concludere quindi che il cammino del concetto di 'simmetria' come linea guida per formulare nuove teorie fisiche sia stato di enorme successo nel corso del XX secolo.

Naturalezza

A partire dagli anni '60, e cioè in coincidenza con la nascita del Modello Standard, è emerso

un criterio differente dalle simmetrie, anche se non totalmente indipendente, come vedremo: la naturalezza. Per capire cosa significhi questa parola (naturalness in inglese) nel contesto della fisica delle interazioni fondamentali, consideriamo ad esempio l'elettrone e il suo corrispettivo nel mondo dell'antimateria, il positrone. Da un punto di vista sperimentale, elettrone e positrone hanno la stessa massa, a meno dell'incertezza di misura (vedi [Review of Particle Physics](#)):

$$\frac{|m - \bar{m}|}{m} < 8 \times 10^{-9} \quad (1)$$

Le masse di elettrone (m) e positrone (\bar{m}) sono quindi identiche a meno di qualche parte su un miliardo. Ora, se tali masse fossero, nella teoria che li descrive, due parametri fisici totalmente indipendenti, allora dovremmo considerare come una straordinaria coincidenza il fatto che siano così incredibilmente vicini. O, detto con parole diverse, dovremmo considerare tale situazione come "non naturale". Sarebbe da considerarsi invece come "naturale" una situazione in cui, essendo le masse di positrone ed elettrone due numeri dimensionati dello stesso ordine, la differenza relativa fra le masse fosse un numero di ordine 1.

Nel caso ora in esame, c'è una motivazione profonda per la "coincidenza" cui abbiamo accennato. In effetti l'uguaglianza delle masse di ognuna delle particelle di materia con la propria corrispettiva di antimateria è conseguenza di una simmetria detta CPT, che allo stato attuale delle conoscenze è una simmetria esatta della Natura. La simmetria CPT trasforma una data particella nella sua antiparticella, e di conseguenza connette le proprietà di materia e antimateria. Ne segue che le masse di particella e antiparticella sono uguali, mentre le cariche elettriche sono opposte. Possiamo concludere che l'uguaglianza della massa di elettrone e positrone non è né una "coincidenza" né un fatto "non naturale": è invece conseguenza di una simmetria osservata in Natura; si dice in tal caso che "la differenza fra le masse di particella e antiparticella è protetta dalla simmetria CPT". Esiste un'altra coincidenza numerica, questa volta priva di spiegazione nell'ambito del Modello Standard:

$$\frac{|q_p + q_e|}{|q_e|} < 10^{-21} \quad (2)$$

cioè i moduli delle cariche di elettrone (q_e) e protone (q_p) coincidono esattamente. Questa osservazione sperimentale, denominata "quantizzazione della carica", è uno dei motivi che puntano all'esistenza di una Teoria Fondamentale, all'interno della quale esista una simmetria che spieghi tale coincidenza. Ad esempio, nell'ambito delle teorie di grande unificazione, che riuniscono la descrizione delle tre interazioni fondamentali in un'unica interazione, la quantizzazione della carica trova una naturale spiegazione. Va però detto che, in questo come in altri casi di teorie che estendono la validità del Modello Standard e che sembrano promettenti, ad oggi non abbiamo nessun segnale sperimentale che confermi l'ipotesi di grande unificazione.

Come possiamo quantificare il grado di "naturalezza"? Consideriamo di nuovo la quantità definita in (1):

$$r(\bar{m}) \equiv \frac{|m - \bar{m}|}{m} \quad (3)$$

Considero qui r come funzione di \bar{m} in quanto suppongo di conoscere m ma di non aver nessuna informazione su \bar{m} . Una possibilità per definire il grado di fine tuning è quella di quantificare la sensibilità di r al valore di \bar{m} , cioè la variazione percentuale di r che corrisponde a una data variazione percentuale di \bar{m} :

$$FT \equiv \left| \frac{\bar{m}}{r(\bar{m})} \frac{\partial r(\bar{m})}{\partial \bar{m}} \right| = \frac{\bar{m}}{m - \bar{m}} \approx \frac{1}{r} \quad (4)$$

Ad esempio, richiedere $FT < 10$, che corrisponde a $r > 0.1$, ammonta a tollerare cancellazioni fra i valori di \bar{m} e m al più di un ordine di grandezza. Ovviamente il valore di FT "tollerabile" è del tutto soggettivo.

Fine tuning e bosone di Higgs

Nel Modello Standard esiste una scala fondamentale data dalla massa del bosone di Higgs, che dà massa a tutte le altre particelle elementari; tale scala è dell'ordine di 100 GeV (circa 100 volte la massa del protone). Nella teoria fondamentale dovrebbero comparire parametri fisici aggiuntivi

quali le masse di particelle non ancora scoperte perché inaccessibili agli attuali acceleratori. Una teoria fondamentale dovrebbe aver un maggior potere esplicativo del Modello Standard, e in particolare ci si può aspettare che la massa del bosone di Higgs non sia un parametro libero, bensì derivato dai parametri di detta teoria.

Supponiamo quindi ad esempio che tale massa M_h sia combinazione di due parametri, M_1 e M_2 :

$$M_H^2 = M_1^2 - M_2^2 \quad (5)$$

Se le masse M_1 e M_2 sono molto più grandi di M_H , il valore di M_1 deve essere aggiustato per cancellare quasi esattamente quello di M_2 per produrre il valore molto più piccolo M_H . Ad esempio se M_1 vale circa 10^4 GeV, M_2 deve essere identico a M_1 a meno di una piccola differenza di circa 0.5 GeV, cioè i due parametri devono essere uguali a meno di una differenza relativa dello 0.005%! Questa situazione è detta di *fine tuning*, ovvero di 'aggiustamento fine': i parametri della teoria fondamentale devono essere finemente aggiustati per ottenere quelli del MS, e la teoria è detta 'non naturale'. Ovviamente, il confine tra teoria naturale e non naturale è del tutto arbitrario. In passato sono stati formulati criteri quantitativi per determinare il grado di *fine tuning* di una teoria. Ad esempio, ispirandoci a quanto visto per la massa del positrone, possiamo definire il parametro FT :

$$FT \equiv \max \left| \frac{a_i}{M_H^2} \frac{\partial M_H^2}{\partial a_i} \right| \quad (6)$$

dove gli a_i sono i vari parametri della teoria fondamentale. Una teoria con $FT < 10$ necessita di un'aggiustamento dei parametri di non più del 10%, una con $FT < 100$ dell'1% e così via. Nel caso dell'equazione (5) ad esempio, la richiesta di un fine tuning minore di 100 comporta che le scale M_1 e M_2 debbano essere minori di circa 1 TeV. Questo ragionamento è, in sostanza, quello che ha portato i fisici nel settore delle teorie fondamentali a ritenere che la scala di nuova fisica dovesse essere accessibile al Large Hadron Collider (LHC), che opera al CERN ed esplora appunto la scala di energia del TeV. Tale speranza però ad oggi è rimasta delusa, in quanto a LHC si è scoperto il bosone di Higgs ma nessun tipo di nuove particelle corrispondenti alle masse

M_1, M_2 menzionate.

Naturalità e correzioni quantistiche

Anche una volta che la relazione fra i parametri della teoria fondamentale e quelli del MS, esemplificata dalla (5), possa essere considerata 'naturale', problemi possono sorgere a causa delle correzioni quantistiche a tale relazione. Per comprendere questo punto possiamo considerare il caso dell'elettrone. L'energia del campo elettromagnetico generato dalla carica dell'elettrone contribuisce alla sua massa secondo la celebrata formula $m = E/c^2$. Un calcolo di tale contributo fornisce il valore $m_e \approx \frac{e^2}{4\pi a}$ dove a è il raggio dell'elettrone, e la sua carica e m_e la sua massa. Tuttavia inserendo i valori misurati di carica e massa otteniamo $a \approx 10^{-12}$ cm, che è un valore impossibilmente grande, 2 ordini di grandezza più grande del raggio nucleare e 5 ordini di grandezza più grande del limite dato dagli odierni esperimenti $a < 10^{-17}$ cm! In realtà però non abbiamo tenuto conto delle correzioni a questo risultato dato dalla (ignota) fisica a scale molto piccole: la fisica delle distanze x molto piccole $x < a$, regno della meccanica quantistica, produce una correzione al valore della massa dell'elettrone tale che possiamo scrivere:

$$m_e = m_e^0(a) + \frac{e^2}{4\pi a} \quad (7)$$

per cui la massa fisica m_e dell'elettrone è data dal contributo 'classico' dovuto al campo di Coulomb più un contributo 'bare' m_e^0 generato dalla fisica ignota a scale minori di a^\ddagger . Tuttavia a questo punto si pone il problema di 'naturalità': Per produrre il valore misurato di m_e e dato il raggio misurato $a \sim 10^{-17}$ cm, occorre che la dipendenza di m_e^0 da a sia aggiustata finemente per produrre enormi cancellazioni.

Esiste tuttavia una alternativa al fine tuning menzionato; questa alternativa è stata scelta dalla natura in questo caso. Il punto è che la Meccanica Quantistica Relativistica introduce contributi aggiuntivi rispetto a quello del campo coulomb-

[‡]Per via del principio di indeterminazione di Heisenberg, scale minori di a corrispondono ad energie maggiori di $\Lambda \equiv 1/a$.

biano fin qui discusso. Ad esempio, un fotone può formare una coppia elettrone-positrone che poi si annichila di nuovo in un fotone, alterando il campo elettromagnetico. Il risultato è che la dipendenza del contributo del campo elettromagnetico alla massa dell'elettrone non è più lineare nel cutoff $\Lambda = 1/a$ bensì logaritmica, cosicché possiamo scrivere:

$$m_e = m_e^0 + \delta m_e = m_e^0 \left(1 - \frac{3e^2}{8\pi^2} \log(m_e a) \right) \quad (8)$$

Siccome la dipendenza logaritmica è molto più debole di una dipendenza lineare inversa, l'esigenza di *fine tuning* scompare. Ad esempio, anche prendendo un valore estremamente piccolo $a = 10^{-31}$ cm, la correzione δm_e è solamente il 20% circa di m_e^0 .

Nel limite di massa nulla dell'elettrone, la teoria acquisisce un nuovo tipo di simmetria: la simmetria chirale[§]. E' questo il motivo per cui la massa dell'elettrone non ha correzioni proporzionali a $\Lambda = 1/a$: sia il termine 'bare' m_0 che le correzioni quantistiche devono scomparire nel caso di massa 'bare' nulla, perchè in questo limite la massa dell'elettrone è esattamente nulla. E' per questo motivo che l'espressione per m_e assume la forma data dalla (8). Si dice in questo caso che la simmetria chirale 'protegge' la massa dell'elettrone da grosse correzioni quantistiche. 't Hooft [1] eleva questa situazione a un *principio di naturalezza*: una quantità in natura dovrebbe essere piccola solo se la teoria acquisisce una simmetria in più quando questa quantità tende a zero.

Nel Modello Standard delle particelle l'unica massa a non essere protetta da una simmetria nel senso appena menzionato è la massa del bosone di Higgs, che riveste particolare importanza in quanto tale bosone è responsabile delle masse di tutte le altre particelle elementari. Non sappiamo quale possa essere la teoria 'fondamentale' sottostante al MS, però conosciamo di sicuro una scala alla quale effetti di nuova fisica devono essere importanti: la scala di Planck. Alla scala di Planck gli effetti quantistici diventano importanti per l'interazione di gravità, ma non sappiamo quale teoria possa descrivere tali effetti: i due

[§]La simmetria chirale, descritta ad esempio a questo [link](#), distingue fra particelle destrorse e sinistrorse.

pilastri della fisica del ventesimo secolo, cioè la teoria della relatività che descrive la gravità e la meccanica quantistica sono in effetti incompatibili, dando predizioni diverse[¶]. La massa di Planck vale circa 10^{19} GeV, per cui nella teoria fondamentale compare un parametro adimensionale estremamente piccolo: $M_H^2/M_P^2 \approx 10^{-34}$. Tale gerarchia di masse, poichè le intensità delle interazioni sono inversamente proporzionali alle masse al quadrato, può essere parafrasata in una analoga gerarchia fra la costante di Newton G_N , che descrive la forza di gravità, e la costante di Fermi G_F , che descrive le interazioni nucleari deboli:

$$\frac{G_F \hbar^2}{G_N c^2} = 1.74 \times 10^{33} \quad (9)$$

Risulta difficile capire in definitiva, come mai l'interazione di gravità sia così incredibilmente debole rispetto alle altre interazioni^{||}. Inoltre, anche una volta che la gerarchia sia stabilita, resta il problema delle correzioni quantistiche. In mancanza di una simmetria che 'protegga' la massa (quadra) dell'Higgs, quest'ultima riceve correzioni quantistiche che divergono quadraticamente con la massa di cutoff, cioè con la massa di nuova fisica che possiamo supporre per il momento essere la massa di Planck. Tale correzioni si possono calcolare con l'ausilio del diagramma di Feynman di figura 1a, e vale:

$$M_H^2 = (M_H^0)^2 + \delta M_H^2; \quad \delta M_H^2 = \frac{3G_F m_t^2}{\sqrt{2}\pi^2} \Lambda^2 \quad (10)$$

Se interpretiamo la scala di cutoff Λ come la scala di Planck, queste correzioni quantistiche danno luogo ad enormi cancellazioni a causa della grande gerarchia fra la scala di Planck stessa e la massa dell'Higgs.

Naturalmente non è detto che non ci siano altre scale intermedie fra la scala di massa dell'Higgs (scala di Fermi) e la scala di Planck. Ad esempio ad una scala di $M_{GUT} \sim 10^{16}$ GeV le tre co-

[¶]Esistono esempi di soluzione a questa problematica, ad esempio la [teoria di stringa](#). Tale teoria però ad oggi non fornisce nessuna predizione per gli attuali esperimenti.

^{||}L'interazione di gravità ha effetti grandi nel mondo macroscopico perchè è addittiva: un oggetto grande provoca una forte interazione, risultante dalla gravità di tutte le piccole parti di cui è composto. Per contrasto, nel caso delle interazioni elettromagnetiche cariche positive e negative si annichilano dando effetti residui normalmente molto piccoli.

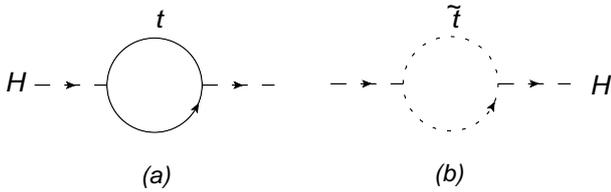


Figura 1:

stanti di accoppiamento nucleare forte, nucleare debole ed elettromagnetica del MS si unificano, cioè assumono lo stesso valore. Questo potrebbe corrispondere ad una teoria fondamentale di Grande Unificazione delle interazioni, con nuova fisica alla scala di M_{GUT} . Tuttavia il problema della gerarchia non verrebbe risolto in quanto rimarrebbe l'enorme distanza fra la scala M_H e la scala di unificazione. Il problema del *fine tuning* può essere affrontato, come visto, introducendo una scala intermedia di 1-10 TeV. La soluzione più promettente emersa negli ultimi anni è quella della supersimmetria. Senza scendere nei dettagli, tale teoria prevede nuovi gradi di libertà ad una scala M_{SUSY} più grande di 100 GeV ma convenientemente non troppo grande per affrontare il problema del fine tuning. Ad esempio al quark top corrisponde una particella detta -super top (o stop per brevità) di massa M_{SUSY} . Top e stop sono particelle diverse dal punto di vista delle proprietà di trasformazione sotto rotazioni spaziali: il top è un fermione mentre lo stop è uno scalare. Corrispondentemente i loro contributi alla massa dell'Higgs (vedi figura 1) hanno segno opposto. I contributi non si cancellano esattamente perché le due particelle hanno masse diverse, ma si cancellerebbero nel caso di masse uguali. Abbiamo quindi un esempio di simmetria che 'protegge' la massa dell'Higgs. Difatti, indicando con \tilde{m}_t la massa dello stop, la correzione alla massa dell'Higgs risulta:

$$\delta M_H^2 = \frac{3G_F m_t^2}{\sqrt{2}\pi^2} \tilde{m}_t^2 \log \frac{\Lambda^2}{\tilde{m}_t^2} \quad (11)$$

e abbiamo quindi una situazione simile a quella della massa dell'elettrone. Naturalmente il problema del *fine tuning* rientra dalla finestra qualora le scale di massa M_{SUSY} , \tilde{m}_t siano molto grandi rispetto a M_H . Infatti nelle teorie supersimmetriche sussiste una relazione del tipo (5) nella quale M_1 e M_2 sono dell'ordine di M_{SUSY} . Inoltre per quanto riguarda le correzioni quanti-

stiche la relazione (11) ripropone il problema del fine tuning qualora $\tilde{m}_t^2 \gg M_H^2$. Quindi l'opzione supersimmetrica risolve il problema del fine tuning, e propone una teoria 'naturale' solo qualora le masse delle particelle supersimmetriche, di ordine M_{SUSY} , non siano molto superiori a un TeV, che è la scala di massa esplorata da LHC. Ad oggi però non è emersa nessuna 'nuova fisica', cioè nessuna nuova particella di nuovo tipo né effetti fisici diversi da quelli previsti dal MS.

Conclusioni

La comunità della fisica delle particelle vive a mio modo di vedere in questo momento una situazione piuttosto imbarazzante. Da un lato infatti i criteri di naturalezza che sembrerebbero indicare per la scala Λ che descrive fisica al di là del Modello Standard un valore vicino ad 1 TeV, con effetti fisici osservabili a LHC, sembrano non aver funzionato. Dall'altro lato se Λ è molto grande (superiore ai 10 TeV), nessun effetto fisico potrà essere osservato né agli attuali esperimenti a LHC né a esperimenti agli acceleratori che si prospettano nelle prossime decine di anni. In tal caso la Natura avrebbe scelto di essere non naturale e l'attesa per nuove scoperte potrebbe protrarsi molto a lungo.

In entrambi i casi pare che in questo momento storico il progresso teorico abbia rallentato nell'attesa di nuovi fenomeni, che potrebbero manifestarsi o negli esperimenti agli acceleratori quali LHC o negli esperimenti di astrofisica/cosmologia basati su esperimenti a terra o nei satelliti in orbita.



[1] Gerard 't Hooft. 'Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking'. NATO Sci.Ser.B, 59:135, 1980.



Paolo Ciafaloni: è ricercatore in fisica teorica presso l'INFN e l'Università del Salento. Laureato a Pisa nel 1991, si occupa di fisica delle particelle e di cosmologia.

La formula di de Moivre – Stirling

Carlo Sempi

Dipartimento di Matematica e Fisica Ennio De Giorgi, Università del Salento, Italy

Nel numero precedente di questa rivista Giampaolo Co' [1] ha utilizzato la formula di Stirling in una versione adeguata all'uso che se ne riprometteva. Poiché ho scoperto che molti di coloro che la usano non ne hanno mai visto una dimostrazione, in questa Lezione mancata ne dò una dimostrazione completa, seguendo quella data da Robbins [2]. In primo luogo un commento sul nome: l'ho chiamata formula di de Moivre–Stirling anche se è comunemente detta formula di Stirling. Tuttavia essa è essenzialmente dovuta a de Moivre; l'importante contributo di Stirling si limita al calcolo della costante $\sqrt{2\pi}$. Si veda in proposito [3].

da questa relazione, sommando per $j = 1, 2, \dots, n$, scende

$$\int_0^n \ln x \, dx < \ln n! < \int_1^{n+1} \ln x \, dx$$

onde, poiché $\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$,

$$n \ln n - n < \ln n! < (n + 1) \ln(n + 1) - n.$$

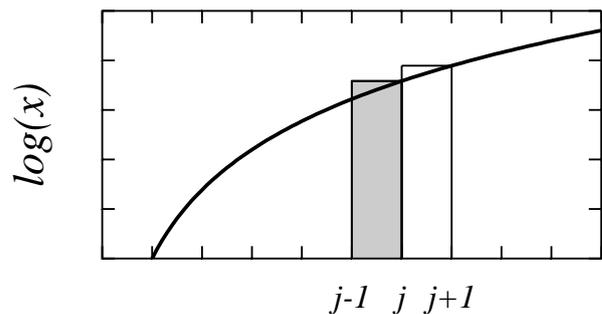


Figura 1

La formula dà una stima asintotica di $n!$, o, ciò che è lo stesso, di $\ln n!$. Ora $\ln n! = \ln \prod_{j=1}^n j = \sum_{j=1}^n \ln j$; d'altro canto, poiché $x \mapsto \ln x$ è una funzione strettamente crescente, come illustrato nella Figura 1, risulta

$$\int_{j-1}^j \ln x \, dx < [j - (j - 1)] \ln j < \int_j^{j+1} \ln x \, dx;$$

Questa doppia disequaglianza suggerisce di paragonare $\ln n!$ alla media aritmetica del primo

e dell'ultimo termine. Tale media è

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{2} [n \ln n - n + (n+1) \ln(n+1) - n] \\ &= \frac{1}{2} \left[n \ln n - 2n + (n+1) \ln n \right. \\ &\quad \left. + (n+1) \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right] \\ &= \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln n - n + a_n, \end{aligned}$$

ove

$$a_n := \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n + \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right),$$

che tende a 1/2 al tendere di n a $+\infty$. Si studierà così la differenza

$$s_n := \ln n! - \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln n + n. \quad (1)$$

Ora, è

$$\begin{aligned} s_n - s_{n+1} &= \ln n! - \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln n \\ &\quad + n - \ln(n+1)! \\ &\quad + \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln(n+1) \\ &\quad + \ln(n+1) - n - 1 \\ &= \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln \frac{n+1}{n} - 1; \end{aligned}$$

e poiché

$$\frac{n+1}{n} = \frac{1 + \frac{1}{2n+1}}{1 - \frac{1}{2n+1}},$$

si ha

$$s_n - s_{n+1} = \frac{1}{2} (2n+1) \ln \frac{1 + \frac{1}{2n+1}}{1 - \frac{1}{2n+1}} - 1. \quad (2)$$

Com'è noto, per $|t| < 1$ vale il seguente sviluppo in serie

$$\begin{aligned} \ln(1+t) &= t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \dots \\ &= \sum_{n \in \mathbb{N}} (-1)^{n+1} \frac{t^n}{n}, \end{aligned} \quad (3)$$

dal quale, sostituendo $-t$ a t , si ricava

$$\ln(1-t) = -t - \frac{1}{3}t^3 - \dots = - \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{t^n}{n}. \quad (4)$$

Sottraendo la (4) dalla (3) si ottiene

$$\ln \frac{1+t}{1-t} = 2 \left(t + \frac{1}{3}t^3 + \dots \right) = 2 \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^{2j+1}}{2j+1}.$$

In virtù di quest'ultima relazione, la (2) si può scrivere nella forma

$$\begin{aligned} s_n - s_{n+1} &= (2n+1) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)(2n+1)^{2j+1}} - 1 \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)(2n+1)^{2j}} \\ &= \frac{1}{3(2n+1)^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{3}{(2j+3)(2n+1)^{2j}}. \end{aligned} \quad (5)$$

I termini di quest'ultima serie sono maggiorati dai termini della serie geometrica di ragione $(2n+1)^{-2} < 1$ (per $n > 2$); scende così dalla (5)

$$\begin{aligned} 0 < s_n - s_{n+1} &< \frac{1}{3(2n+1)^2} \frac{1}{1 - (2n+1)^{-2}} \\ &= \frac{1}{3} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1} \\ &= \frac{1}{12(n^2+n)} = \frac{1}{12n} - \frac{1}{12(n+1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Si vede, intanto, che la successione (s_n) è decrescente, e, perciò, ammette limite $\xi \geq -\infty$; d'altro canto, pure dalla (6), scende

$$s_n - \frac{1}{12n} < s_{n+1} - \frac{1}{12(n+1)}$$

e, pertanto, la successione $(s_n - 1/12n)$ è crescente ed ammette perciò limite. Di conseguenza, esiste finito $\xi := \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$. Segue allora dalla (1) che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{(n/e)^n e^{\xi} \sqrt{n}} = 1,$$

onde

$$n! = e^{\xi} n^n \sqrt{n} e^{-n} e^{\theta_n}. \quad (7)$$

L'eq.(7) è già sufficiente per molte applicazioni: mancano il valore della costante e^{ξ} e la sti-

ma dell'errore che si commette sostituendo a $n!$ l'espressione $e^\xi n^n \sqrt{n} e^{-n}$. Incominciamo subito dalla stima dell'errore. Dimostriamo ora che $0 < \theta_n < \frac{1}{12n}$.

Si ricava dalla (5) che

$$s_n - s_{n+1} > \frac{1}{3(2n+1)^2} > \frac{1}{12(n+1)} - \frac{1}{12(n+2)}$$

e, di qui, che la successione $(s_n - \frac{1}{12(n+1)})$ decresce. Poiché si è visto che $(s_n - \frac{1}{12n})$ cresce, si ha la doppia disequaglianza

$$\xi + \frac{1}{12(n+1)} < s_n < \xi + \frac{1}{12n}$$

sicché, tenendo conto della (1), riesce

$$\begin{aligned} e^\xi n^n \sqrt{n} e^{-n} \exp\left(\frac{1}{12(n+1)}\right) &< n! \\ &< e^\xi n^n \sqrt{n} e^{-n} \exp\left(\frac{1}{12n}\right). \end{aligned}$$

Ciò mostra che nella (7) è $0 < \theta_n < \frac{1}{12n}$.

Il modo piú semplice per calcolare la costante e^ξ consiste nell'utilizzare la (7) per l'approssimazione dei termini della distribuzione binomiale

$$\begin{aligned} p_{n,k} = \mathbb{P}(S_n = k) &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\ &(k = 0, 1, \dots, n) \end{aligned}$$

che è la probabilità $\mathbb{P}(S_n = k)$ di ottenere k volte testa lanciando n volte una moneta per la quale è p la probabilità di testa. La variabile aleatoria S_n , che conta il numero di teste in n lanci, ha media $\mathbb{E}(S_n) = np$ e varianza $V(S_n) = np(1-p)$. Riducendo o, come spesso dicono i fisici, *standardizzando*, la variabile aleatoria S_n

$$\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

e ignorando il fattore di correzione e^{θ_n} che tende uniformemente a 1, si arriva all'espressione

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}\left(a \leq \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq b\right) \\ = \frac{1}{e^\xi} \int_a^b \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \end{aligned}$$

Quest'ultima equazione è il contenuto del teorema integrale di de Moivre–Laplace. Ovviamente, si deve avere

$$\mathbb{P}(S_n \in \mathbb{R}) = 1 = \frac{1}{e^\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

ciò che porta al valore della costante di normalizzazione $e^\xi = \sqrt{2\pi}$. Abbiamo così la formula di de Moivre–Stirling

$$n! = \sqrt{2\pi} n^n \sqrt{n} e^{-n} e^{\theta_n} \quad \left(\theta_n \in \left]0, \frac{1}{12n}\right[\right).$$



- [1] G. Co': "La lezione mancata. Statistica, entropia e temperatura", *Ithaca XI* (2018) 125–132.
- [2] H. Robbins: "A remark on Stirling's formula", *Amer. Math. Monthly* **62** (1955) 26–29.
- [3] D.R. Bellhouse: *Abraham de Moivre: setting the stage for classical probability and its applications*. CRC Press, Boca Raton FL (2011).



Numero XII Anno 2018

Viaggio nella Scienza

Ithaca



Gravità

