

---

# La ricerca di nuova fisica nel vuoto quantistico

*Se credete di aver capito la teoria dei quanti, vuol dire che non l'avete capita.*

Richard Feynman

---

**Marco Incagli** Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - INFN Pisa

---

**L**a Meccanica Quantistica ha rivoluzionato la fisica imponendo idee e modi di pensare nuovi ed apparentemente in contraddizione con la realtà quotidiana. Il concetto di *vuoto quantistico* è senz'altro fra quelli che richiedono una modifica radicale del nostro approccio mentale: dal vuoto come *Nulla* al vuoto come *Tutto*. All'interno di questo *Tutto* si crea energia, sotto forma di onde elettromagnetiche, e si creano particelle che modificano le proprietà macroscopiche della materia. Attraverso misure di precisione, questi effetti sono stati isolati in laboratorio e ci consentono di esplorare non solo la materia nota, ma anche quella ancora sconosciuta.

## Nascita della Meccanica Quantistica

Intorno al 1900 si sviluppò una teoria atomica nella quale l'atomo veniva descritto come un sistema solare in miniatura con al centro un nucleo pesante di carica positiva circondato da elettroni

leggeri<sup>1</sup> che gli ruotano intorno. Tuttavia i tentativi di spiegare il moto degli elettroni con le leggi dell'elettromagnetismo note al tempo furono un completo fallimento e molte predizioni risultarono sbagliate. La natura corpuscolare della luce, l'effetto fotoelettrico, la stessa stabilità atomica non potevano essere spiegate senza introdurre regole e concetti che sfuggivano totalmente al buon senso. Queste regole, sviluppate nei primi trenta anni del secolo scorso, confluirono nella Meccanica Quantistica.

L'esempio più noto di queste regole che "sfuggono al buon senso" è dato dal *Principio di indeterminazione*, o di *Heisenberg*: non è possibile determinare contemporaneamente velocità e posizione di una particella. Se  $\Delta p_x$  è l'incertezza con la quale è nota la velocità (più precisamente, l'impulso) di una particella e  $\Delta x$  è l'incertezza con la quale è nota la posizione, allora risulta:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h/4\pi \quad (1)$$

essendo  $h$  la costante di Planck. Determinando la posizione di una particella con precisione sempre maggiore ( $\Delta x \rightarrow 0$ ) si perde ogni informazione

---

<sup>1</sup>La massa dell'elettrone è circa 2000 volte minore rispetto a quella del protone.



**Figura 1:** Il complesso di acceleratori presso il laboratorio Fermilab di Chicago

sulla sua velocità ( $\Delta p_x \rightarrow \infty$ ). Questo in netto contrasto con il concetto deterministico classico. Tuttavia il valore sperimentale della costante  $h$  è:

$$h = 6.6 \times 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s}$$

cioè così “piccolo” che in tutti i fenomeni macroscopici questo effetto è completamente invisibile.

Una versione del principio di indeterminazione ancora più strana rispetto al senso comune e dalle conseguenze rilevanti per la nostra storia è quella che collega l’incertezza sulla misura della *energia* di un sistema ( $\Delta E$ ) con l’incertezza sulla variabile temporale  $\Delta t$ . Anche in questo caso vale la relazione:

$$\Delta E \Delta t \geq h/4\pi \quad (2)$$

Questa formulazione viene spesso descritta nel modo seguente: in un sistema, o in una trasformazione, l’energia può variare, e quindi non essere *conservata*, purchè ciò avvenga per un periodo  $\Delta t$  sufficientemente breve in modo da rispettare l’equazione 2. La relazione appena scritta, come vedremo in seguito, è alla base della struttura

quantistica del vuoto e della possibilità di creare, o estrarre, da esso coppie di particelle cariche<sup>2</sup>, le quali poi si annichilano e scompaiono nuovamente nel vuoto. Infatti la fluttuazione in energia  $\Delta E$  si può manifestare sotto forma di una coppia particella-antiparticella di massa totale  $m = \Delta E/c^2$ .

Queste particelle e antiparticelle prodotte nel vuoto quantistico si annichilano e scompaiono immediatamente, e per questo vengono dette *particelle virtuali*. Esse possono essere estratte dal vuoto, e diventare particelle reali, fornendo energia al sistema ad esempio sotto forma di onde elettromagnetiche oppure sotto forma di energia gravitazionale, come nelle vicinanze di un buco nero (radiazione di Hawking).

Anche se normalmente non rilevabili, queste particelle virtuali modificano la struttura elettromagnetica del sistema dando luogo ad effetti di schermaggio o di amplificazione della carica elettrica o magnetica del sistema stesso che possono essere misurati.

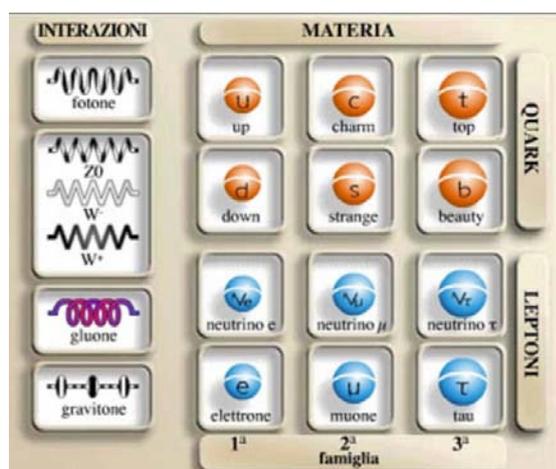
<sup>2</sup>La carica elettrica totale di un sistema deve comunque conservarsi, per cui non è possibile estrarre una singola particella carica.

Uno dei primi esempi sperimentali dell'effetto di tali particelle virtuali è stata la misura del *momento magnetico anomalo* di una particelle particolare chiamata *muone* e spesso identificata dalla lettera greca  $\mu$ . Il termine *anomalo* si riferisce proprio agli effetti quantistici appena accennati, effetti non presenti nella trattazione classica.

Tale misura [1], effettuata per la prima volta alla fine degli anni '50 del secolo scorso, è talmente importante da essere stata ripetuta con precisione sempre maggiore prima al CERN (Ginevra) [2] e poi al laboratorio di Brookhaven (New York) [3]. Una versione moderna di questa misura sarà effettuata presso il laboratorio Fermilab (Chicago), mostrato in Fig. 1, e l'apparato sperimentale che sarà utilizzato è attualmente in fase di costruzione.

Prima di addentrarci nella descrizione del *momento magnetico anomalo* del muone e dell'esperimento attualmente in fase di realizzazione, è necessario spendere alcune parole sulla struttura fondamentale della materia secondo la teoria attuale nota con il nome Modello Standard.

## Il Modello Standard delle interazioni fondamentali



**Figura 2:** Il Modello Standard delle interazioni fondamentali. A sinistra le "interazioni", cioè le particelle mediatrici delle forze, a destra i mattoni che costituiscono la materia. In questa tabella non è incluso il bosone di Higgs recentemente scoperto al Large Hadron Collider (LHC) del CERN, Ginevra.

Secondo il Modello Standard delle interazioni fondamentali, le particelle che costituiscono i mattoni fondamentali della materia che osserviamo si dividono in due categorie, quark e leptoni (Fig. 2). I quark si legano insieme e formano strutture complesse, chiamate *adroni*<sup>3</sup>, fra le quali troviamo il protone ed il neutrone, mentre l'elettrone fa parte della categoria dei *leptoni*<sup>4</sup>.

La differenza fondamentale fra quark e leptoni è che i primi posseggono, oltre alla carica elettrica, anche una carica analoga detta *carica di colore* che permette loro di legarsi in strutture compatte che sono alla base della stabilità dei nuclei. La forza di legame dovuta a questa carica è detta, con fantasia decisamente limitata, *forza forte* in quanto più forte della repulsione elettrostatica che tende a far allontanare cariche dello stesso segno. Questa *carica di colore* non esiste nei leptoni, motivo per cui non si osservano strutture nucleari composte da elettroni.

Quark e leptoni sono inoltre strutturati in *famiglie*. Alla prima famiglia appartengono il doppietto di quark ( $u, d$ ) (up e down), aventi carica elettrica, rispetto al protone,  $+2/3$  e  $-1/3$ , rispettivamente, ed il doppietto di leptoni ( $\nu_e, e$ ) (neutrino elettronico, elettrone), di carica elettrica 0 e  $-1$ . Al di là dei nomi, più o meno "fantasiosi", tutta la materia è composta da particelle di questa prima famiglia. In particolare, i protoni ed i neutroni sono formati da combinazioni ben specifiche dei due quark: il protone è composto dalla combinazione  $uud$ , mentre il neutrone da quella  $udd$ . Si noti che, sommando le cariche frazionarie dei quark, si ottengono i valori  $+1$  per la carica elettrica del protone e  $0$  per quella del neutrone.

Tuttavia per mezzo di misure effettuate sia su radiazione cosmica sia in laboratori sotterranei, una seconda, e poi una terza, famiglia sono state osservate nel corso degli ultimi ottant'anni. Le tre famiglie hanno la stessa struttura e gli stessi numeri quantici, come se la natura ripetesse se stessa. I componenti delle diverse famiglie differiscono per la loro massa che, per quanto riguarda le particelle cariche, varia dall'elettrone, 2000 volte più leggero del protone, al quark  $top$ <sup>5</sup>,

<sup>3</sup>Dal termine greco *adròs* = intenso, forte

<sup>4</sup>Dal termine greco *leptòs* = leggero

<sup>5</sup>Osservato per la prima volta proprio al laboratorio Fermilab nel 1994.

che ha una massa di poco inferiore a quella di un nucleo di oro, circa  $4 \cdot 10^5$  volte maggiore di quella dell'elettrone! Al momento attuale non abbiamo nessuna spiegazione sul perché esistano 3 famiglie né sul perché ci sia questa grande dispersione in massa.

Il primo membro della seconda famiglia ad essere scoperto è stato il *muone*, o leptone  $\mu$ , osservato nel 1936 da Anderson e Neddermeyer [4] studiando la radiazione cosmica. Al momento dell'osservazione, il leptone  $\mu$  sembrava non avere nessun ruolo nelle interazioni nucleari tanto che il fisico americano Isaac Rabi, premio Nobel nel 1944 per i suoi studi pionieristici sulla risonanza magnetica nucleare, commentò la scoperta con le parole: "Who ordered that?".

Nel 1975 un terzo elettrone pesante, chiamato leptone  $\tau$ , fu scoperto all'acceleratore lineare di Stanford (*Stanford Linear Accelerator Center - SLAC*) nei pressi di San Francisco [5].

I tre leptoni carichi, elettrone, muone e  $\tau$ , sono molto simili tra loro per quanto riguarda le interazioni con il mondo esterno, ma hanno masse molto diverse. Nelle unità usate nel campo delle particelle elementari, gli *elettronvolt*<sup>6</sup> (eV), esse valgono:  $m_e = 0.511$  MeV,  $m_\mu = 105.7$  MeV,  $m_\tau = 1777$  MeV, dove la M maiuscola indica mega, cioè  $10^6$ . Come riferimento, nelle stesse unità la massa del protone vale  $m_p \simeq 938$  MeV. La grande differenza di massa fa sì che la *vita media*<sup>7</sup> di queste particelle sia drasticamente diversa. Gli elettroni sono particelle stabili, e quindi hanno vita media infinita, mentre i muoni hanno una vita media di alcuni microsecondi ( $t_\mu = 2.2 \mu\text{s}$ ); dopo questo tempo, mediamente, un muone decade (cioè "scompare trasformandosi") in un elettrone e due neutrini. Il leptone  $\tau$  ha una vita molto più breve e decade dopo soli  $10^{-13}$  secondi!

L'elettrone, essendo stabile, è storicamente il leptone più studiato, a partire dagli esperimenti pionieristici di Rutherford e Thomson. Tuttavia anche le proprietà del muone sono state studiate

<sup>6</sup>L'elettronvolt è una misura di energia pari a  $\sim 1.6 \cdot 10^{-19}$  J. Quando viene riferita alla massa, si sottintende che questa energia debba essere divisa per la velocità della luce al quadrato:  $1 \text{ MeV} \rightarrow 1 \text{ MeV} / c^2 = 1.8 \cdot 10^{-30}$  kg.

<sup>7</sup>Il concetto di *vita media* è molto simile a quello di *tempo di decadimento* di una sostanza radioattiva: non si può determinare la vita di una singola particella, ma solamente la sua distribuzione statistica o, il che è equivalente, la probabilità di *decadimento* in funzione del tempo.

accuratamente, risultando rilevanti prima nelle verifiche della teoria chiamata Elettrodinamica Quantistica (*Quantum ElectroDynamics - QED*) e poi nella ricerca di Nuova Fisica al di là del Modello Standard.

## Dalla Meccanica all'Elettrodinamica Quantistica

Le particelle fondamentali brevemente descritte nel paragrafo precedente sono caratterizzate, oltre che dalla loro massa e dalla carica elettrica, anche da altri *numeri quantici* fondamentali, il più noto dei quali è lo *spin*. Talvolta questa grandezza viene descritta come una rotazione della particella attorno al proprio asse, rotazione che genera un *momento magnetico*, facendo così un parallelo con il momento magnetico terrestre derivante dalla rotazione della Terra intorno al proprio asse; in effetti *spin* significa proprio "rotazione". Tuttavia questa descrizione è puramente illustrativa: gli elettroni sono particelle puntiformi, quindi non hanno un asse intorno al quale ruotare, e lo spin è realmente una proprietà intrinseca della particella stessa, così come lo è la carica elettrica.

Secondo la teoria quantistica relativistica sviluppata da Dirac alla fine degli anni '20, allo spin è associato un momento magnetico, simile a quello posseduto dall'ago di una bussola, che per i leptoni ha intensità:

$$\mu = \frac{g}{2} \cdot \frac{e}{m} S \quad (3)$$

dove  $e$ ,  $m$  ed  $S$  rappresentano, rispettivamente, carica, massa e spin della particella, mentre  $g$  è una costante di proporzionalità che, nella teoria di Dirac [6], vale esattamente 2.

Intorno alla fine degli anni '40 Kush e Foley [7] osservarono<sup>8</sup> che il valore di  $g$  era diverso dal valore previsto per una quantità pari a circa l'uno per mille. In particolare, introducendo il *momento magnetico anomalo*

$$a = \frac{g}{2} - 1 = \frac{g - 2}{2} \quad (4)$$

<sup>8</sup>La misura fu fatta studiando la *struttura iperfine* degli spettri atomici in presenza di un campo magnetico esterno; la *struttura iperfine* è dovuta alla interazione dello spin degli elettroni con il nucleo.

risultò

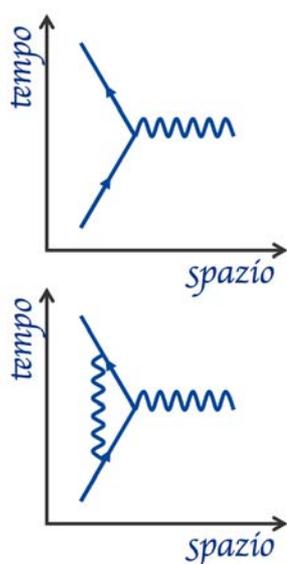
$$a = 0.00118 \pm 0.00003 \quad (5)$$

Vedremo in seguito che ogni particella ha il proprio valore del *momento magnetico anomalo*, per cui parleremo di  $a_e$  per l'elettrone,  $a_\mu$  per il muone e così via.

Negli stessi anni si stava sviluppando una teoria che tentava di unificare la Meccanica Quantistica con l'Elettromagnetismo, inglobando ed ampliando le formulazioni di Dirac, Schrödinger, Pauli ed altri. Questa teoria venne chiamata *Elettrodinamica Quantistica* (QED); fra i principali autori vanno menzionati i fisici americani Richard Feynman e Julian Schwinger e il fisico giapponese San-Itiro Tomonaga, premi Nobel nel 1965. In particolare, nel 1948 Schwinger [8] calcolò per primo il valore di  $a$  ottenendo:

$$a = 0.00116 \quad (6)$$

Un successo spettacolare per la QED!

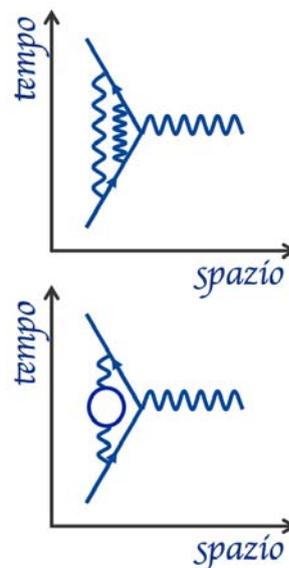


**Figura 3:** Diagrammi di Feynman. Alto: diagramma di base rappresentante il muone che si propaga nello spazio-tempo deflesso da un fotone del campo magnetico (onda elettro-magnetica). Basso: un fotone virtuale viene emesso e riassorbito, modificando il valore di base di circa l'uno per mille.

## La QED

Uno dei contributi più importanti del fisico americano Richard Feynman allo sviluppo della

QED, è stata l'invenzione di un sistema di calcolo dei processi quantistici attraverso un sistema di diagrammi utilizzati normalmente anche ai giorni nostri chiamati *diagrammi di Feynman*<sup>9</sup>. L'interazione di un elettrone o di un muone con il campo elettro-magnetico può essere rappresentata usando questi diagrammi. Useremo qui la versione originale descritta da Feynman, anche se nella versione moderna ci sono piccole differenze. Inoltre utilizzeremo, come particella carica di riferimento, il muone anziché l'elettrone.



**Figura 4:** Diagrammi di ordine superiore. Alto: emissione e riassorbimento di due fotoni virtuali. Basso: diagramma (o loop) di polarizzazione del vuoto, nel quale una coppia elettrone-antielettrone è creata e riassorbita.

Il diagramma di base è mostrato in Fig. 3, alto. I due assi rappresentano, rispettivamente, il tempo (asse verticale) e lo spazio (asse orizzontale). Si può pensare allo spazio come ad un semplice spazio unidimensionale; le conclusioni sono le stesse passando allo spazio tridimensionale, mentre il disegno sul foglio risulterebbe alquanto più complicato!

Il muone che si muove da un punto all'altro dello spazio-tempo è rappresentato da una freccia; il campo magnetico interagisce con il muone attraverso un fotone, rappresentato da una

<sup>9</sup>Molto materiale di questo capitolo deriva dalle lezioni di Feynman raccolte nel libro "QED: la strana teoria della luce e della materia" [9]. Il libro non richiede alcuna conoscenza avanzata di matematica e fisica, ma sicuramente un certo impegno nella lettura.

linea ondulata. A seguito di questa interazione, il muone cambia traiettoria ed è rappresentato dalla freccia uscente. Questa rappresentazione è molto più profonda di una semplice illustrazione grafica ed in essa si condensano alcuni concetti tipici della fisica moderna:

- l'onda elettromagnetica e la particella fotone sono la stessa cosa (dualismo onda-particella), per cui la linea ondulata rappresenta allo stesso tempo sia il campo magnetico che il fotone interagente con il muone;
- il concetto di "interazione a distanza", tipico della teoria di campo di fine '800, viene abbandonato e sostituito dallo scambio di un *mediatore di forza*. Nel caso di interazione elettromagnetica il *mediatore di forza* è, appunto, il fotone (=onda elettromagnetica).

Non possiamo qui approfondire ulteriormente il concetto, ma lo spostamento di paradigma è evidente: fra due particelle si esercita una forza se, e solo se, viene scambiato un *mediatore di forza* cioè, di fatto, un'altra particella!

Ma torniamo ai muoni in campo magnetico.

Il diagramma descritto in Fig. 3, alto, corrisponde all'interazione di base, quella descritta anche dalla teoria di Dirac, che prevede il valore  $g = 2$ . Tuttavia, facendo esperimenti più precisi ed andando quindi a guardare con una lente di ingrandimento quello che succede nel vertice dell'interazione, si osservano contributi come quello descritto nel diagramma di Fig. 3, basso. In questo caso il muone che si propaga emette un fotone il quale è poi riassorbito dal muone stesso. Il fotone non viene rivelato, per cui è chiamato *virtuale*, ma l'energia del muone cambia modificando la sua interazione con il campo magnetico, e quindi il valore di  $g$ . Questo effetto è proprio quello misurato nel 1948:  $a = 0.00118$ .

Si noti quello che è successo: il muone ha *spontaneamente* cambiato la sua energia emettendo un fotone; questa violazione della conservazione dell'energia è durata per il tempo necessario ad interagire con il campo magnetico, ma senza violare il principio di Heisenberg.

Ma non è finita qui: si può andare ancora più in dettaglio ed immaginare effetti ancora più elaborati come quelli descritti in Fig. 4: in alto si

ha l'emissione ed il riassorbimento di due fotoni virtuali, mentre in basso si ha il diagramma di *polarizzazione del vuoto*. In quest'ultimo, una coppia elettrone-antielettrone, o positrone,  $e^+e^-$  viene creata dal vuoto, le due particelle poi si annichilano producendo un fotone il quale viene riassorbito. In realtà non è necessario che la coppia particella-antiparticella sia quella formata da elettrone e positrone, tuttavia è intuitivo capire che più la particella è leggera, maggiore è la sua probabilità di venire estratta dal vuoto.

Questi sono effetti tipicamente quantistici, e non hanno nessun equivalente in fisica classica.

Esiste però un ostacolo ulteriore da superare per comprendere appieno il funzionamento della teoria quantistica. Nelle figure precedenti 3 e 4 sono rappresentate quattro possibili interazioni della particella carica con il campo magnetico. Ma se viene isolato un singolo muone è possibile capire quale di queste interazioni sarà effettivamente realizzata? Quel particolare muone interagirà direttamente con il campo, emetterà uno o due fotoni virtuali, oppure creerà una coppia particella-antiparticella polarizzando il vuoto? La risposta è che il muone subirà contemporaneamente *tutte* queste interazioni, così come tutte le altre che è possibile immaginare!

Questo concetto non è facile da accettare ed è decisamente contrario alla nostra intuizione, tuttavia le predizioni basate su questo modello sono state tutte verificate sperimentalmente.

Possiamo considerare una particella che si propaga come un'onda; in effetti il dualismo onda-particella che la prima Meccanica Quantistica aveva affrontato trattando la luce si ripropone anche per le particelle massive come l'elettrone, il muone, ecc. Per questo le particelle sono anche definite *onde di materia* ed il loro stato descritto da una *funzione d'onda*.

Un'onda che attraversa un ostacolo dotato di più fenditure non *sceglie* da quale di esse passare: le attraversa tutte ricombinandosi successivamente dando luogo a fenomeni di interferenza. In maniera analoga, la funzione d'onda che descrive una particella non *sceglie* quale interazione fare: è *come se* un pezzetto di funzione d'onda seguisse un percorso, un altro un percorso diverso. Ognuna di queste "strade", cioè ognuna di queste interazioni, è caratterizzata da una *ampiezza di probabilità*, tecnicamente rappresentata

da un numero complesso; tutte queste ampiezze vanno combinate (sommate) fra di loro, ed è esattamente questo modo di combinare i diversi percorsi che dà luogo ai fenomeni di interferenza osservati.

La meccanica quantistica è decisamente distante dalla nostra esperienza quotidiana!

Lo sviluppo di questa teoria ha inizialmente incontrato alcune difficoltà a causa della proliferazione dei diagrammi possibili, come ad esempio quelli rappresentati in Fig. 4. Alcuni dettagli aggiuntivi sulla strada seguita per superare questo problema sono accennati nel riquadro *Sviluppo perturbativo*.

Limitandoci al caso specifico del momento magnetico anomalo del muone, il calcolo teorico e la misura sperimentale sono state spinte fino a precisioni dell'ordine della parte per milione (ppm =  $10^{-6}$ ). I valori più recenti <sup>10</sup> sono:

$$a_{\mu}^{\text{teo}} = 0.00116591790(65)$$

$$a_{\mu}^{\text{exp}} = 0.00116592080(63) ,$$

dove il numero fra parentesi indica l'errore sulle ultime due cifre. La precisione, sia teorica che sperimentale, è impressionante!

Spesso questi numeri vengono scritti in unità  $10^{-11}$ :

$$a_{\mu}^{\text{teo}} = 116591790 \pm 65$$

$$a_{\mu}^{\text{exp}} = 116592080 \pm 63 .$$

Si può notare una differenza importante ma ancora non così significativa da far parlare di scoperta:

$$\Delta a_{\mu} = a_{\mu}^{\text{exp}} - a_{\mu}^{\text{teo}} = 290 \pm 90 \quad (7)$$

sempre in unità  $10^{-11}$ .

Perché è necessaria una precisione così spinta nella determinazione sia teorica che sperimentale di  $a_{\mu}$ ? Cosa è possibile imparare, oltre al fatto che esiste uno strumento matematico che funziona correttamente?

La risposta è che queste precisioni sono utili perché all'interno del vuoto quantistico si tro-

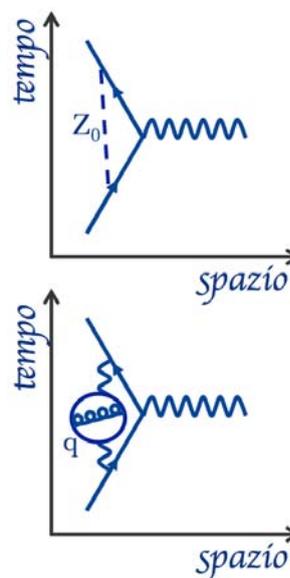
va tutto, potenzialmente anche nuove forme di materia! Un esempio di nuova fisica che si può estrarre dal vuoto e di cui, fino ad ora, abbiamo avuto una prova sperimentale solamente dallo studio del moto delle galassie è la Materia Oscura.

## Il vuoto e la Materia Oscura

La teoria brevemente accennata nel paragrafo precedente descrive le interazioni elettromagnetiche dei fotoni con elettroni e muoni (in realtà anche con i leptoni  $\tau$ ).

Abbiamo già accennato brevemente all'esistenza dei quark: essi sono caratterizzati dalle cosiddette *interazioni forti* i cui mediatori si chiamano *gluoni* (dall'inglese *glue* = *colla*).

Infine dobbiamo citare i neutrini che sono sensibili ad un altro tipo di interazione, che si chiama, (anche in questo caso senza grossa fantasia) *interazione debole*, mediata dalle particelle  $W^{\pm}$  e  $Z_0$  scoperte da Rubbia nel 1983 [11]. Tale interazione svolge una parte attiva nei processi di fusione nucleare che avvengono all'interno delle stelle e molti decadimenti radioattivi sono dovuti ad essa.



**Figura 5:** Diagrammi di Feynman che includono uno scambio di un bosone vettore, lo  $Z_0$  nel diagramma in alto, ed un loop di quark con un gluone al centro, nel diagramma in basso.

Così come esistono diagrammi di interazioni nei quali sono coinvolti elettroni e fotoni, se

<sup>10</sup>I valori riportati qui ed in seguito sono presi dal seguente articolo (per addetti ai lavori) [10].

## Sviluppo perturbativo

Lo sviluppo della QED ha inizialmente comportato alcune difficoltà dal punto di vista teorico. È facile, infatti, immaginare diagrammi sempre più complessi che si possono ottenere continuando ad aggiungere linee di fotoni virtuali e diagrammi di polarizzazione del vuoto ai diagrammi rappresentati nelle figure 3, 4 o 5. In questo modo si possono disegnare infinite “fenditure” attraverso le quali far passare la funzione d’onda che rappresenta la particella. In effetti i primi calcoli teorici ottenevano, per il momento magnetico anomalo del muone, un valore infinito, il che è sbagliato sperimentalmente!

Feynman, Schwinger e Tomonaga risolsero il problema ordinando i diagrammi in base al numero di vertici presenti. Escludendo l’interazione con il fotone del campo magnetico, comune a tutti, il diagramma rappresentato in Fig. 3, alto, ha zero vertici (ordine zero), il diagramma di Fig. 3, basso, ha una coppia di vertici (ordine uno), mentre i due diagrammi di Fig. 4 hanno due coppie di vertici (ordine due). Per ogni coppia di vertici<sup>a</sup> il diagramma è soppresso di un fattore pari a circa 1000. Per cui si possono disegnare una serie infinita di percorsi, il cui peso relativo va rapidamente a zero. Questo accorgimento matematico, basato su serie infinite convergenti, è noto come *sviluppo perturbativo* ed ha permesso di ottenere predizioni teoriche molto precise.

<sup>a</sup>In questi diagrammi “chiusi” i vertici sono sempre a coppie.

ne possono immaginare altri che coinvolgono i quark ed i bosoni mediatori delle interazioni (Fig. 5). Le particelle coinvolte in questi diagrammi hanno massa maggiore, talvolta molto maggiore, di quella dell’elettrone, per cui la probabilità, o meglio l’ampiezza di probabilità, di trovarle nel vuoto diminuisce. Infatti l’energia  $\Delta E$  necessaria a produrre una coppia di particelle all’interno del vuoto quantistico aumenta con la massa della particella stessa, per cui la *vita media* di questo stato deve diminuire per rispettare il vincolo dato dall’equazione di Heisenberg Eq. (2).

Il loro contributo ad  $a_\mu$  è inferiore rispetto a quello dovuto alla QED. Ad esempio in unità  $10^{-11}$  il contributo dei quark, o *contributo adronico*, vale:

$$a_\mu^{HAD} = 6903 \pm 53 \quad (8)$$

mentre quello dei bosoni vettori, o contributo *elettrodebole (electroweak)*, vale:

$$a_\mu^{EW} = 153 \pm 2 \quad (9)$$

Grazie alle misure sperimentali molto precise, questi contributi sono stati individuati e, entro l’errore sperimentale, confermati.

Ma ci può essere ancora qualcosa in più! Studiando i moti delle galassie esistono prove speri-

mentali dell’esistenza nell’universo di un tipo di materia formata da una o più particelle che non fanno parte di nessuna delle categorie note ed elencate in precedenza. Questa materia, di cui non conosciamo la composizione, forma l’85% della massa dell’universo ed è chiamata *Materia Oscura (Dark Matter)*.

Esiste la probabilità intrigante che la differenza fra i valori di  $a_\mu$  determinati sperimentalmente e teoricamente sia dovuta proprio a questo tipo di nuova particella. Infatti una tale particella potrebbe essere “estratta dal vuoto” e contribuire al valore sperimentale di  $a_\mu$ . Naturalmente questo dipende dalla massa e dal modo con cui questa particella interagisce con le altre, ma è possibile immaginare un contributo ad  $a_\mu$  dovuto alla materia oscura:  $a_\mu^{DM}$ . Ecco perché è importante misurare sperimentalmente, e determinare teoricamente, con grande accuratezza questa grandezza: la risposta ad un problema legato ad effetti di gravitazione universale si può trovare all’interno del vuoto quantistico!

## L’esperimento *g-2* al Fermilab

La fisica richiede la capacità di comprendere i fenomeni e costruire modelli matematici che portino alla formulazioni di predizioni teoriche. L’al-

tro aspetto, altrettanto importante, è la capacità di progettare e costruire esperimenti e di saper interpretare le misure fatte in termini di parametri fondamentali della teoria stessa.

Nell'esperimento  $g - 2$  ingegno, capacità e perseveranza hanno permesso di raggiungere precisioni che ci consentono di esplorare l'eventuale contributo della materia oscura al vuoto quantistico.

L'esperimento ha avuto molte fasi nel tempo. Nella sua versione moderna, esso è stato realizzato una prima volta al CERN negli anni '70, poi al Brookhaven National Laboratory di New York, negli anni '90, e adesso una nuova versione è in costruzione presso il laboratorio Fermilab di Chicago. Fermilab è il più grande laboratorio di fisica delle alte energie esistente negli Stati Uniti, equivalente al CERN in Europa. Fondato nel 1967, esso è stato dedicato, così come l'Università di Chicago, alla memoria di Enrico Fermi. Il fisico italiano emigrò nel 1938 proprio a Chicago, subito dopo la consegna del premio Nobel e a seguito della promulgazione in Italia delle leggi razziali. La moglie di Fermi, Laura Capon, di origine ebraica, fu invitata alla inaugurazione del Fermilab nel 1967.

L'esperimento si basa sul moto in campo magnetico uniforme di muoni, cioè di particelle cariche dotate di momento magnetico.

Come è noto dai corsi delle scuole superiori, una particella carica in campo magnetico uniforme con velocità iniziale perpendicolare al campo si muove di moto circolare uniforme. In formule, la particella è sottoposta alla forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} , \quad (10)$$

la circonferenza risultante ha raggio

$$r = \frac{mv}{qB} , \quad (11)$$

e viene percorsa con velocità angolare:

$$\omega_c = \frac{qB}{m} . \quad (12)$$

Si noti che nella trattazione classica la frequenza di rotazione non dipende dall'impulso (cioè dalla velocità) della particella. Questa relazione viene però modificata in condizioni di moto

relativistico dal fattore

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

essendo  $c$  la velocità della luce, come segue:

$$\omega_c = \frac{qB}{m\gamma} = \frac{eB}{m\gamma} \quad (13)$$

avendo inserito la carica elementare  $e$  per il muone.

Cioè aumentando l'impulso, e quindi  $\gamma$ , la velocità angolare diminuisce. È come se la massa al denominatore venisse accresciuta di un fattore  $\gamma$ , aumentando così l'inerzia del sistema.

Oltre a ciò, il momento magnetico della particella interagisce con il campo magnetico. Si può dimostrare che la particella si comporta come un piccolo giroscopio: il momento magnetico percorre un moto di precessione intorno al campo simile a quello che l'asse di una trottola inclinata percorre intorno alla verticale.

In formule, il campo causa un momento torcente:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (14)$$

a seguito del quale l'asse magnetico acquista una velocità angolare di precessione è:

$$\omega_s = \frac{g}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot B \quad (15)$$

Anche in questo caso va aggiunta una correzione relativistica all'espressione classica che modifica il risultato precedente come segue:

$$\omega_s = \frac{geB}{2m} + (1 - \gamma) \frac{geB}{m\gamma} = \frac{eB}{m\gamma} + a_\mu \cdot \frac{eB}{m} \quad (16)$$

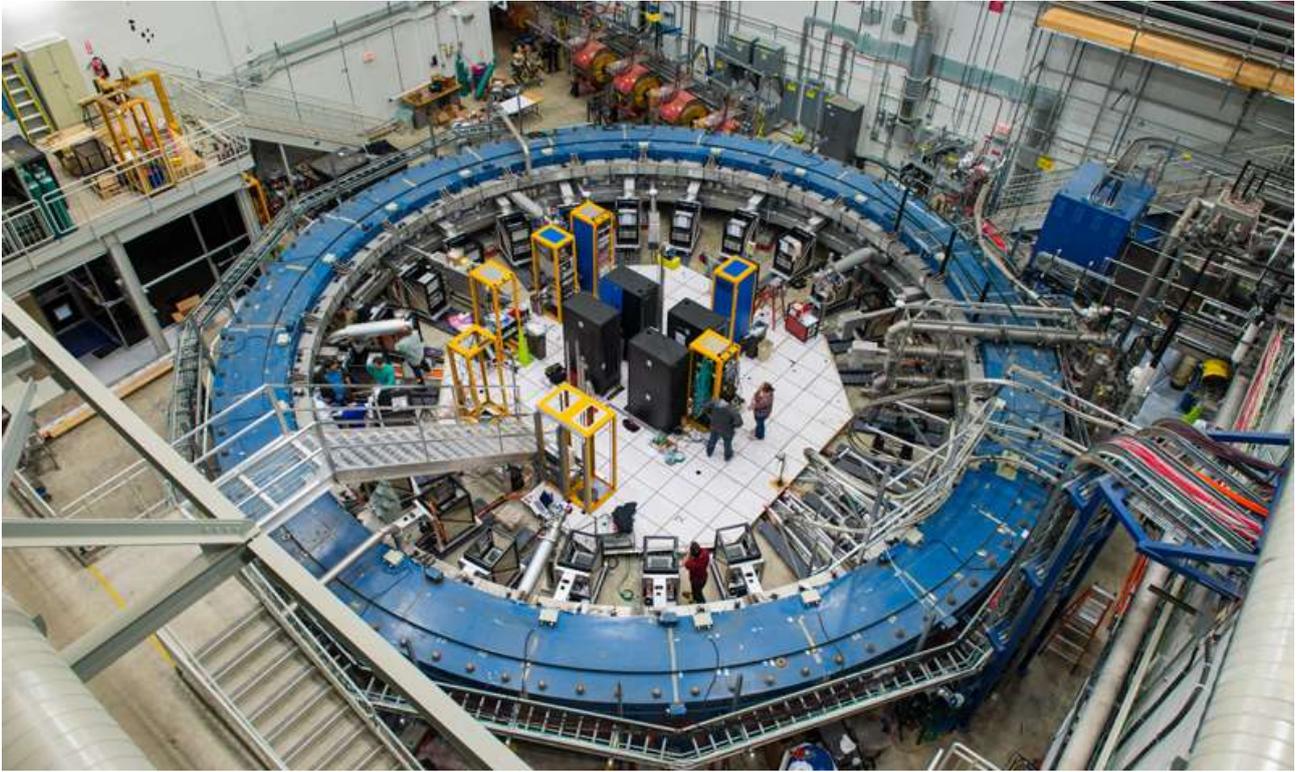
In definitiva, il vettore spin ruota "un pò più velocemente" del vettore impulso per una quantità proporzionale ad  $a_\mu$ :

$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = a_\mu \cdot \frac{eB}{m} \quad (17)$$

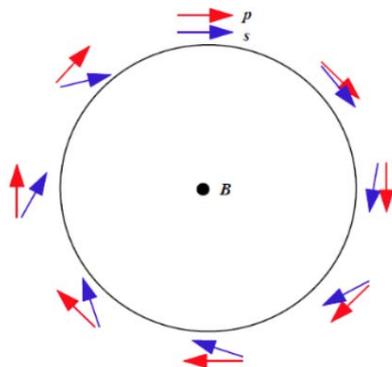
Questo effetto, rappresentato in Fig. 6, è puramente quantistico: se non esistessero i diagrammi virtuali i due vettori procederebbero appaiati.

Invertendo l'equazione (17), si ottiene:

$$a_\mu = \frac{m\omega_a}{eB} \quad (18)$$



**Figura 7:** L'anello di accumulazione presso il laboratorio Fermilab di Chicago



**Figura 6:** Il vettore impulso è tangente alla traiettoria, mentre lo spin ruota più rapidamente puntando talvolta verso l'esterno, talvolta verso l'interno della stessa.

Sperimentalmente occorre quindi misurare con estrema precisione la velocità angolare relativa  $\omega_a$ , oltre al campo magnetico  $\vec{B}$ .

Va aggiunto che i muoni sono particelle instabili, con una vita media di alcuni microsecondi (a parte effetti relativistici che vedremo in seguito), per cui questa misura non si può fare su un singolo muone, ma costruendo un fascio di molte particelle che vengono studiate statisticamente.

Un esperimento ideale può essere pensato nel modo seguente:

1. produrre un numero sufficiente di muoni aventi spin parallelo o, come si dice in gergo, *polarizzati*;
2. far muovere questi muoni in un *anello di accumulazione* immerso in un campo magnetico uniforme forzandoli a rimanere confinati all'interno dell'anello;
3. misurare accuratamente il campo magnetico, con le sue inevitabili variazioni;
4. misurare, in funzione del tempo, la direzione dello spin rispetto alla direzione di volo, cioè l'angolo fra i vettori  $\vec{s}$  e  $\vec{p}$ .

Tutte queste condizioni sono state realizzate nella serie di esperimenti già ricordati in precedenza. In Fig. 7 si può vedere l'anello di accumulazione attualmente installato al Fermilab di Chicago nel quale i muoni sono confinati percorrendolo con velocità prossima a quella della luce<sup>11</sup>. I muoni sono immessi nell'anello dal sistema di acceleratori del laboratorio, entrando

<sup>11</sup>Per la precisione, i muoni hanno un impulso  $p = 3.1$  GeV/c.

dalla linea di fascio che si può vedere al centro ed in alto in Fig. 7. Un campo magnetico di 1.5 T li forza a percorrere l'anello all'interno del quale è fatto il vuoto<sup>12</sup> a circa  $10^{-7}$  atmosfere. A causa dell'espansione relativistica, la vita media dei muoni è di  $64 \mu\text{s}$ , invece dei  $2.2 \mu\text{s}$  di un muone a riposo e l'anello viene percorso alcune centinaia di volte: un po' come se un essere umano vivesse 3000 anni!

Ma come si riescono a produrre muoni polarizzati e come si misura la direzione dello spin in funzione del tempo? Per questo ci aiutano la natura e le proprietà particolari dei muoni.

Senza entrare troppo in tecnicismi, il muone è prodotto in un processo a due stadi nel quale un fascio di protoni mandati contro un cilindro di Tungsteno magnetizzato usato come bersaglio producono alcune particelle intermedie, chiamate mesoni  $\pi$ , che decadono in un centesimo di microsecondo in muoni. Questo decadimento ha la proprietà di produrre un muone avente lo spin orientato di preferenza lungo il proprio impulso. Quindi, selezionando muoni che hanno una specifica direzione di volo, e quindi una specifica direzione dell'impulso, gli spin risultano paralleli.

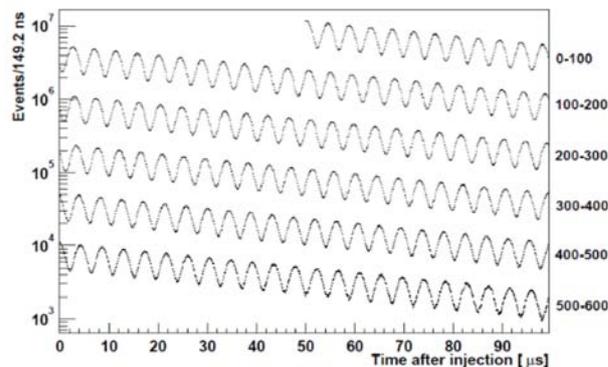
Anche le proprietà di decadimento del muone sono particolari: esso decade in un elettrone e due neutrini, ma l'elettrone è emesso di preferenza nella direzione opposta allo spin.

Quindi andando a contare gli elettroni<sup>13</sup> emessi in una certa direzione, ad esempio verso l'interno dell'anello, si ha un'informazione della direzione dello spin in quell'istante.

Un esempio di tale conteggio in funzione del tempo, riportato nell'articolo [3], è rappresentato in Fig. 8.

In questa figura ogni banda è la continuazione di quella superiore; esse sono separate solamente per renderle più visibili. Congiungendo le bande consecutivamente, si ottiene una sola funzione distribuita su un tempo di 600 microsecondi, circa 10 volte la vita media della particella.

La distribuzione misurata rappresenta la sovrapposizione di due processi fisici. I muoni inse-



**Figura 8:** Numero di positroni, provenienti dal decadimento dei muoni del fascio, in funzione del tempo, misurato a partire dalla loro iniezione nell'anello.

riti nell'anello di accumulazione decadono in un elettrone e due neutrini, questi ultimi invisibili al rivelatore, con il tipico andamento esponenziale seguito dai processi radioattivi. Per questo il conteggio di elettroni osservati diminuisce con lo scorrere del tempo. Oltre a ciò si osserva l'effetto che ci interessa: il numero di elettroni emessi è massimo quando il vettore spin punta verso l'esterno (si ricordi che gli elettroni sono emessi "all'indietro", cioè in direzione opposta allo spin) ed è minimo quando il vettore spin punta verso l'interno della circonferenza. Quindi si osserva una oscillazione di pulsazione uguale proprio alla velocità angolare relativa  $\omega_a$  descritta in Eq. (17). In definitiva, una tale oscillazione è proprio la rappresentazione visiva della complessa struttura del vuoto quantistico!

L'esperimento appena descritto raccoglierà dati nel triennio 2018-2020 con lo scopo di ridurre l'errore sperimentale su  $a_\mu$  (vedi Eq.(7)) di un fattore 4 e di verificare se la discrepanza fra teoria ed esperimento in Eq.(7) risulti confermata dalla nuova misura con una maggiore significatività. Se così fosse, avremmo la prova che il Modello Standard non è completo e che nel vuoto quantistico si nascondono nuove forme di materia.

## Conclusioni

Lo studio dei fenomeni microscopici ci ha condotti ad una descrizione della realtà molto diversa, ed in apparente contrasto, con quella che verifichiamo con i nostri sensi. Nel corso del-

<sup>12</sup>Le particelle devono muoversi nel vuoto o la traiettoria sarebbe continuamente deviata dagli urti microscopici

<sup>13</sup>In realtà l'esperimento usa muoni di carica positiva, per cui le particelle prodotte sono elettroni di carica positiva, o positroni, e questi vengono emessi nella direzione verso la quale punta lo spin.

l'ultimo secolo questa descrizione si è perfezionata dalla Meccanica Quantistica all'Elettrodinamica Quantistica fino a quello che oggi chiamiamo il Modello Standard delle Interazioni Fondamentali.

La nuova concezione di *vuoto* è forse la caratteristica che più si allontana dalla nostra esperienza: all'interno del vuoto quantistico si possono trovare particelle, luce e forze ancora sconosciute. E secondo alcune teorie, con fluttuazioni opportune, anche se altamente improbabili, si può trovare anche un intero universo!



- [1] R. L. Garwin, L. Lederman, M. Weinrich, *Phys. Rev.* 105 (1957) 1415
- [2] J. Bailey, *et al*, *Nuovo Cimento A9* (1972) 369
- [3] G. Bennet, *et al*, *Phys. Rev. D* 73(2006) 072003
- [4] C. Anderson, S. Neddermeyer, *Phys. Rev.* 51 (1937) 884
- [5] M. Perl, *et al*, *Phys. Rev. Lett.* 35 (1975) 22
- [6] P. Dirac, *Proc. Roy. Soc.* A117 (1928) 610
- [7] P. Kusch, H. M. Foley, *Phys. Rev.* 73 (1948) 421
- [8] J. Schwinger, *Phys. Rev.* 73 (1948) 416
- [9] R. Feynman, *QED: la strana teoria della luce*, ed. Adelphi (2010)
- [10] F. Jegerlhener, A. Nyffler, *The Muon g-2*, arXiv:0902.3360v1
- [11] Carlo Rubbia, *Nobel Lecture 1984*, <https://www.nobelprize.org>
- [12] si veda la pagina web dell'esperimento: <http://muon-g-2.fnal.gov>



**Marco Incagli:** È Primo Ricercatore presso la sezione di Pisa dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. Ha svolto attività di docenza nei corsi di *Interazioni radiazione-materia*, *Particelle Elementari*, *Astroparticelle* e *Fisica 1* al Corso di Studi in Fisica dell'Università di Pisa. Ha lavorato per quindici anni nel campo della ricerca di Materia Oscura nello Spazio partecipando all'esperimento internazionale *AMS02*, installato sulla Stazione Spaziale Internazionale, essendo il responsabile di una parte dell'apparato (calorimetro elettromagnetico). Recentemente si è dedicato alla ricerca di nuova fisica in laboratorio nell'ambito dell'esperimento *g-2* in costruzione al Fermilab (Chicago).