
Il vuoto come cristallo birifrangente: l'esperimento PVLAS.

Recent calculations of the changes in the absorption coefficient of hard gamma-rays due to the formation of electron-positron pairs have lent strong support to Dirac's picture of holes of negative energy. Still, the almost insurmountable difficulties which the infinite charge-density without field offers to our physical understanding make it desirable to seek further tests of the theory. Here purely radiation phenomena are of particular interest inasmuch as they might serve in an attempt to formulate observed effects as consequences of hitherto unknown properties of corrected electromagnetic equations. We are seeking, then, scattering properties of the "vacuum".

_____ O. Halpern, *Phys. Rev.* 44 855.2 (1933)

Guido Zavattini

Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra - Università di Ferrara

Il concetto di vuoto ha subito un'evoluzione nel corso dei secoli partendo dall'idea di Aristotele che esso non potesse esistere, passando dal vuoto di Torricelli e di Maxwell fino al vuoto quantistico di oggi. Maxwell definiva il vuoto come una zona di spazio dalla quale fosse stato rimosso tutto il rimovibile. Mentre questa definizione potrebbe essere ancora valida, l'idea sottintesa che il vuoto sia un sistema statico, non lo è più. Al contrario, il vuoto è un mezzo dinamico per nulla in quiete: l'esistenza delle anti-particelle,

come previsto da Dirac, e del Principio di Indeterminazione di Heisenberg prevedono che quantisticamente il vuoto fluttua. Uno dei processi possibili è che il vuoto fluttui in coppie elettrone-positrone. In presenza di un campo esterno che polarizza queste coppie, il vuoto si comporta come un cristallo uniasico. L'esperimento PVLAS, installato a Ferrara presso la sezione INFN e il Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra, sta cercando di osservare tale comportamento del vuoto.

Il primo a studiare empiricamente il vuoto fu Evangelista Torricelli. Egli spiegò il fatto che non si può *aspirare* l'acqua oltre circa 10 m di altezza intuendo che era la pressione atmosferica a definire l'altezza massima di una tale colonna d'acqua. Fu così che nacque il barometro di Torricelli: un tubo di vetro sigillato ad una estremità riempito di mercurio e tenuto con l'estremità aperta immersa in una bacinella piena di mercurio. L'altezza della colonna di mercurio nel tubo è una misura della pressione atmosferica. Poco tempo dopo Blaise Pascal, utilizzando un simile barometro, dimostrò che la pressione atmosferica diminuisce in funzione della quota sopra il livello del mare e che quindi l'atmosfera che circonda la terra è finita! Cosa c'è oltre l'atmosfera terrestre? Il *vuoto*¹.

Tre scoperte hanno rivoluzionato il concetto di vuoto nel XX-esimo secolo. La prima in ordine temporale risalente al 1905 è stata la famosa relazione di Einstein fra massa m ed energia \mathcal{E} : $\mathcal{E} = mc^2$. La seconda, nel 1927, fu il principio di indeterminazione di Heisenberg che mette in relazione la durata Δt della misura dell'energia di un sistema con la sua indeterminazione $\Delta \mathcal{E}$ tramite $\Delta \mathcal{E} \Delta t \geq \hbar/2$, dove \hbar è la costante di Planck ridotta. Infine ci fu la formulazione, un anno dopo, dell'equazione relativistica dell'elettrone (e in generale dei fermioni), che prevede stati di energia negativa, oggi noti come stati di antimateria. Questa previsione fu confermata nel 1932 con la scoperta del positrone, l'antielettrone. Con questi tre ingredienti è divenuto chiaro come il *vuoto* potesse fluttuare, per esempio, in coppie elettrone-positrone. Otto Halpern [1], nel 1933, fu il primo ad intuire che due fotoni potessero allora interagire, ovvero diffondere nel *vuoto* (vedi citazione sotto il titolo dell'articolo).

Oggi le moderne teorie quantistiche dei campi (l'Elettrodinamica quantistica, QED, la cromodinamica quantistica, QCD, etc.) definiscono il *vuoto* come lo stato di minima energia. Tale minimo di energia è un'energia media la quale, però, ha varianza non nulla dovuta proprio al Principio di Indeterminazione di Heisenberg. Diversi problemi nascono da questa visione del *vuoto*, in particolare la stima della sua densità di energia: questa risulta essere 10^{113} J/m^3 sulla base

di calcoli quantistici, in netto contrasto con il valore di 10^{-9} J/m^3 [2] stimato dall'espansione dell'Universo e dalla relatività generale².

La velocità della luce

A causa delle fluttuazioni del *vuoto* un fotone che si propaga liberamente in realtà si tramuta continuamente in coppie particella-antiparticella e altre combinazioni più complicate. Quest'idea è mostrata in Fig. 1, usando i moderni diagrammi di Feynman, con i processi mostrati in ordine di importanza. La linea ondulata spessa indica un fotone 'vestito', una linea ondulata sottile rappresenta un fotone 'nudo' mentre la linea chiusa indica un coppia fermione-antifermione (si ricordi che la propagazione dell'antifermione avviene nella direzione opposta a quella della freccia che lo indica).

La velocità della luce c è la velocità del fotone 'vestito': è il risultato delle interazioni di un fotone 'nudo' con le fluttuazioni del *vuoto*. Sperimentalmente la migliore misura di c è $c = 299792456.2 \pm 1.1 \text{ m/s}$ [3]. Vista la precisione con cui essa è stata misurata, dal 1983 c è stata *definita* essere $c \equiv 299792458 \text{ m/s}$ mentre il metro è diventato una grandezza derivata.

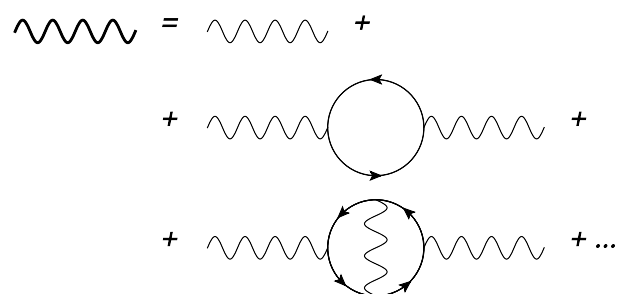


Figura 1: Rappresentazione di un fotone 'vestito' come l'interazione di un fotone 'nudo' con il vuoto che fluttua.

Sfruttando i tre ingredienti $\mathcal{E} = mc^2$, $\Delta \mathcal{E} \Delta t \geq \hbar/2$ e l'equazione relativistica dell'elettrone, nel 1935 due studenti di W. Heisenberg, H. Euler e B. Kockel [4], scrissero il primo lavoro in cui si calcolava l'interazione luce-luce al primo ordine nelle correzioni quantistiche nel limite di basse frequenze e campi piccoli rispetto ai campi elettrici E e magnetici B critici: $E_{cr} \ll m_e^2 c^3 / \hbar e =$

¹Una breve storia del vuoto è presentata nell'articolo di A. Calcatelli in questo numero di *Ithaca*.

²Si veda a tal proposito l'articolo di P. Ciafaloni in questo numero di *Ithaca*.

$1.3 \times 10^{18} \text{ V/m}$ e $B_{\text{cr}} \ll m_e^2 c^2 / \hbar e = 4.4 \times 10^9 \text{ T}$. Dovendo la Lagrangiana dell'elettromagnetismo essere invariante per trasformazioni relativistiche e per parità, la sua dipendenza dagli invarianti relativistici al quadrato $(E^2/c^2 - B^2)^2$ e $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}/c)^2$ era l'unica possibile. Il calcolo di H. Euler e B. Kockel portò all'espressione della densità di Lagrangiana dell'elettromagnetismo in vuoto

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(\text{EK})} &= \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{E^2}{c^2} - B^2 \right) \\ &+ \frac{A_e}{\mu_0} \left[\left(\frac{E^2}{c^2} - B^2 \right)^2 + 7 \left(\frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}}{c} \right)^2 \right] \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (1)$$

con il calcolo esplicito del parametro A_e

$$A_e = \frac{2}{45\mu_0} \frac{\alpha^2 \lambda_e^3}{m_e c^2} = 1.32 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}, \quad (2)$$

che definisce l'entità delle correzioni quantistiche, e dei valori 1 e 7, coefficienti che moltiplicano i suddetti invarianti relativistici al quadrato. La grandezza μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto. La quantità A_e risulta dipendere solo da costanti fondamentali quali la costante di struttura fine $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$, la lunghezza Compton ridotta dell'elettrone $\lambda_e = \hbar/(m_e c)$, la massa dell'elettrone m_e e la velocità della luce c in vuoto (in assenza di campi esterni). Essendo λ_e inversamente proporzionale alla massa dell'elettrone, A_e risulta essere inversamente proporzionale alla quarta potenza di m_e . Per questo motivo il contributo di fermioni carichi più pesanti, sconosciuti all'epoca di H. Euler e B. Kockel, è trascurabile.

Il primo termine della Lagrangiana (1) porta alle equazioni di Maxwell in vuoto (in assenza di correnti e/o cariche)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0; & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0; & \nabla \times \mathbf{B} &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

nelle quali sono implicitamente incorporate le equazioni delle onde elettromagnetiche. Il prodotto $\epsilon_0 \mu_0$ risulta essere legato alla velocità della luce c in vuoto:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (3)$$

Essendo le equazioni di Maxwell lineari nei campi \mathbf{E} e \mathbf{B} , vale il principio di sovrapposizione escludendo quindi l'interazione luce-luce.

Il secondo termine nell'equazione (1), quello fra parentesi quadrate e dipendente dalla quarta potenza nei campi, rappresenta il contributo al primo ordine delle correzioni quantistiche. Questo termine, rappresentato in Fig. 2, permette l'interazione luce-luce.

Nel 1936 H. Euler e W. Heisenberg [5] generalizzarono tale risultato includendo termini di ordine superiore e rendendolo valido a tutte le frequenze. Solo nel 1951, nell'ambito dell'Elettrodinamica Quantistica, J. Schwinger [6] dimostrò la correttezza dei risultati ricavati da H. Euler, B. Kockel e W. Heisenberg. Dal teorema ottico, l'interazione luce-luce Fig. 2, sinistra, e la velocità della luce in un campo elettrico o magnetico esterno, Fig. 2, destra, sono strettamente legati.

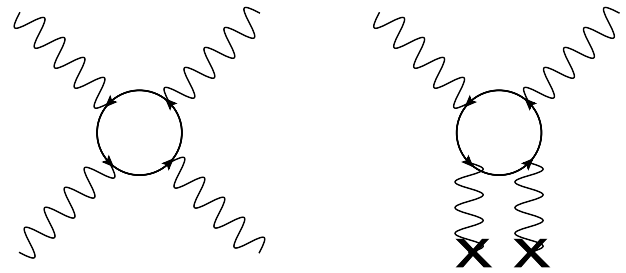


Figura 2: Sinistra: Rappresentazione dell'interazione luce-luce mediata da una coppia fermione-antifermione. Destra: Rappresentazione dell'interazione della luce con un campo classico esterno. Quest'ultimo diagramma porta ad una diminuzione della velocità della luce in un campo esterno.

Applicando un campo elettrico o magnetico esterno i contributi alla velocità della luce dovuti alle fluttuazioni del vuoto vengono modificati. L'effetto dominante è dovuto alla sostituzione del secondo termine di Fig. 1 con il diagramma di destra in Fig. 2. Di conseguenza la velocità della luce si riduce. Da un punto di vista microscopico il vuoto si polarizza esattamente come un mezzo materiale.

Partendo dalle equazioni costitutive

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathcal{L}^{(\text{EK})}}{\partial \mathbf{E}} \quad \text{e} \quad \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathcal{L}^{(\text{EK})}}{\partial \mathbf{B}} \quad (4)$$

si può determinare la relazione fra \mathbf{D} ed \mathbf{E} e quella fra \mathbf{B} ed \mathbf{H} . Considerando il primo termine della Lagrangiana (1), quello che porta alle equa-

zioni di Maxwell, si trova che $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ e la velocità della luce risulta quella riportata nell'equazione (3).

Nel caso di un mezzo isotropo lineare ed omogeneo le relazioni fra \mathbf{D} ed \mathbf{E} e fra \mathbf{B} ed \mathbf{H} risultano lineari con $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ e $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$, dove ϵ_r e μ_r sono rispettivamente la costante dielettrica relativa e la permeabilità magnetica relativa. In questo caso la velocità della luce è

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n},$$

dove n ($n > 1$) è l'indice di rifrazione del mezzo. Chiaramente in *vuoto*, $n = 1$.

Vedremo nel prossimo paragrafo che considerando le correzioni quantistiche, la velocità della luce in *vuoto*, $v(\mathbf{B}_{\text{ext}})$ o $v(\mathbf{E}_{\text{ext}})$, dipende dalla presenza di un campo esterno magnetico \mathbf{B}_{ext} o elettrico \mathbf{E}_{ext} , e si riduce rispetto a c di una quantità proporzionale ad A_e :

$$n(\mathbf{B}_{\text{ext}}) - 1 = \frac{c}{v(\mathbf{B}_{\text{ext}})} - 1 \propto A_e B_{\text{ext}}^2$$

$$n(\mathbf{E}_{\text{ext}}) - 1 = \frac{c}{v(\mathbf{E}_{\text{ext}})} - 1 \propto A_e \frac{E_{\text{ext}}^2}{c^2}.$$

Poiché l'indice di rifrazione dipende dal campo esterno, il *vuoto* si comporta come un mezzo non lineare.

Notare che con campi realizzabili in laboratorio ($|\mathbf{E}_{\text{ext}}| \approx 100 \text{ MV/m}$, $|\mathbf{B}_{\text{ext}}| \approx 2 \text{ T}$) l'effetto di un campo magnetico è circa 40 volte maggiore di quello di un campo elettrico. Anche in presenza un campo magnetico piuttosto intenso di 2 T l'aumento di n risulta essere appena $\approx 5 \times 10^{-24}$.

Anisotropia del *vuoto*

Vediamo il caso più generale dell'effetto di un campo esterno sulla velocità della luce [7]: eseguendo le derivate (4) sulla Lagrangiana completa $\mathcal{L}^{(EK)}$, si trovano le seguenti espressioni per \mathbf{D} ed \mathbf{H} in funzione di \mathbf{E} e \mathbf{B} :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 A_e \left[4 \left(\frac{E^2}{c^2} - B^2 \right) \mathbf{E} + 14 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} \right] \quad (5)$$

$$\mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{B} + A_e \left[4 \left(\frac{E^2}{c^2} - B^2 \right) \mathbf{B} - 14 \left(\frac{\mathbf{E}}{c} \cdot \mathbf{B} \right) \frac{\mathbf{E}}{c} \right].$$

Consideriamo il caso particolare di un fascio di luce che si propaga perpendicolarmente ad un campo magnetico esterno. Inoltre assumiamo che la polarizzazione della luce, definita dalla direzione del campo elettrico della luce \mathbf{E}_γ , sia lineare e che possa essere diretta parallelamente oppure perpendicolarmente al campo esterno. I campi \mathbf{E} e \mathbf{B} nelle equazioni (5) si riferiscono ai campi elettrici e magnetici *totali*. Nel caso in esame l'unico campo elettrico presente è quello della luce \mathbf{E}_γ mentre per il campo magnetico bisogna sostituire \mathbf{B} con $\mathbf{B}_\gamma + \mathbf{B}_{\text{ext}}$. Con alcuni passaggi, ricordando che per la luce $\left(\frac{E_\gamma^2}{c^2} - B_\gamma^2 \right) = 0$ e ponendo $|\mathbf{B}_\gamma| \ll |\mathbf{B}_{\text{ext}}|$, si ottengono le seguenti relazioni per la costante dielettrica relativa, la permeabilità magnetica relativa e l'indice di rifrazione:

- polarizzazione parallela (\parallel) al campo esterno

$$\begin{cases} \epsilon_{r,\parallel}^{(EK)} &= 1 + 10 A_e B_{\text{ext}}^2 \\ \mu_{r,\parallel}^{(EK)} &= 1 + 4 A_e B_{\text{ext}}^2 \\ n_{\parallel}^{(EK)} &= 1 + 7 A_e B_{\text{ext}}^2 \end{cases}$$

- polarizzazione perpendicolare (\perp) al campo esterno

$$\begin{cases} \epsilon_{r,\perp}^{(EK)} &= 1 - 4 A_e B_{\text{ext}}^2 \\ \mu_{r,\perp}^{(EK)} &= 1 + 12 A_e B_{\text{ext}}^2 \\ n_{\perp}^{(EK)} &= 1 + 4 A_e B_{\text{ext}}^2 \end{cases}$$

Come è già stato accennato precedentemente, l'indice di rifrazione del *vuoto* in presenza di un campo esterno è maggiore di 1 di una quantità proporzionale ad A_e . Inoltre risulta evidente che l'indice di rifrazione per luce polarizzata parallelamente al campo esterno è *diverso* da quello per luce polarizzata perpendicolarmente:

$$n_{\parallel} - n_{\perp} = \Delta n = 3 A_e B_{\text{ext}}^2. \quad (6)$$

Il *vuoto* in presenza di un campo esterno diventa birifrangente comportandosi come un cristallo uniassico.

Dato il piccolo valore di A_e , questa birifrangenza (e l'interazione luce-luce) a tutt'oggi non è stata ancora osservata direttamente. Recentemente c'è stata una prima osservazione indiretta della birifrangenza magnetica del *vuoto* [8] studiando la polarizzazione della luce emessa da una stella di neutroni. Inoltre l'esperimento ATLAS [9] al

CERN ha osservato l'interazione fotone-fotone ad alta energia.

Per completezza vogliamo aggiungere che l'indice di rifrazione può avere anche una parte immaginaria:

$$\hat{n} = n + i\kappa, \quad (7)$$

dove κ è il coefficiente di estinzione e descrive l'assorbimento della luce da parte del mezzo. Se κ è anisotropo il mezzo è detto essere dicroico. Il coefficiente di assorbimento lineare (in intensità) μ di un mezzo assorbente è legato a κ e alla lunghezza d'onda λ dalla relazione $\mu = 4\pi\frac{\kappa}{\lambda}$.

Ci si può allora chiedere se la Lagrangiana (1) prevede anche un dicroismo. I processi rappresentati in Fig. 3 contribuiscono al coefficiente di assorbimento, dal momento che l'energia del fotone primario si divide tra i due fotoni secondari, processo noto come 'photon splitting'. Dalla Lagrangiana (1) è stato dedotto [7, 10] che il caso più semplice mostrato in Fig. 3, sinistra, in cui un fotone interagisce con una sola linea di campo esterno, è proibito. Il processo dominante di 'photon splitting' è rappresentato da un diagramma a 6 vertici tipo quello mostrato in Fig. 3, destra, che da luogo ad un effetto, in pratica, non misurabile.

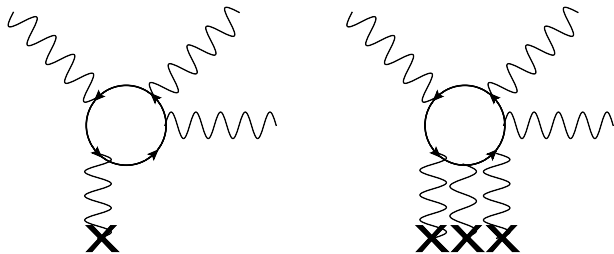


Figura 3: Sinistra: Photon splitting con quattro linee di campo, proibito nella QED. Destra: Diagramma dominante per il 'photon splitting' che porta ad un coefficiente di assorbimento estremamente piccolo.

Il risultato è che in presenza di un campo magnetico \mathbf{B}_{ext} i coefficienti di assorbimento lineari μ per diversi stati di polarizzazione dei fotoni iniziale e finali, nel limite delle basse energie, per i processi nelle equazioni (8) e (9), risultano [10]

$$\begin{aligned} & \mu [(\perp) \rightarrow (\parallel)' + (\parallel)'] = \\ & = \mu [(\parallel) \rightarrow (\perp)' + (\parallel)'] = \mu [(\parallel) \rightarrow (\parallel)' + (\perp)'] = \\ & = \frac{\alpha^3}{\lambda_e 60\pi^2} \left(\frac{B_{\text{ext}} \sin \vartheta}{B_{\text{cr}}} \right)^6 \left(\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^5 \left(\frac{26}{315} \right)^2 = \\ & = 2 \times 10^{-84} \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

e

$$\begin{aligned} & \mu [(\perp) \rightarrow (\perp)' + (\perp)'] = \\ & = \frac{\alpha^3}{\lambda_e 60\pi^2} \left(\frac{B_{\text{ext}} \sin \vartheta}{B_{\text{cr}}} \right)^6 \left(\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^5 \left(\frac{48}{315} \right)^2 = \\ & = 7 \times 10^{-84} \text{ m}^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

mentre

$$\begin{aligned} & \mu [(\parallel) \rightarrow (\parallel)' + (\parallel)'] = \\ & = \mu [(\perp) \rightarrow (\parallel)' + (\perp)'] = \\ & = \mu [(\perp) \rightarrow (\perp)' + (\parallel)'] = 0. \end{aligned}$$

I valori numerici nelle equazioni (8) e (9) sono stati ottenuti considerando $\hbar\omega = 1.17 \text{ eV}$ ($\lambda = 1064 \text{ nm}$) e $B_{\text{ext}} = 2.5 \text{ T}$. Questi processi effettivamente descrivono un dicroismo, cioè un'attenuazione del fascio incidente che dipende dalla polarizzazione della luce incidente. Però i valori previsti sono talmente piccoli che corrispondono ad una lunghezza di assorbimento pari a $\sim 10^{57}$ volte le dimensioni dell'universo.

Concludiamo, quindi, che nell'elettrodinamica quantistica l'effetto dominante di un campo esterno è di rendere il vuoto birifrangente.

Misurare una birifrangenza

Come discusso nella sezione precedente, equazioni (2) e (6), il valore di birifrangenza che l'esperimento PVLAS (Polarizzazione del Vuoto con LASer) si propone di misurare è estremamente piccolo. Nel seguito cercheremo di discutere i vari aspetti dell'esperimento.

Per misurare una birifrangenza lineare indotta da un campo esterno (da distinguere da una birifrangenza circolare) bisogna far propagare un fascio di luce linearmente polarizzato attraverso il mezzo birifrangente. Se ϑ (con $\vartheta \neq 0$) è l'angolo fra la direzione della polarizzazione e la direzione del campo esterno, la luce diventa polarizzata ellitticamente. In altre parole il campo elettrico, anziché descrivere una retta (polarizzazione lineare), descrive un'ellisse. Questo concetto è mostrato in Fig. 4. Il rapporto fra l'asse minore a e l'asse maggiore b di tale ellisse è chiamata ellitticità (con $a \ll b$) ed è indicata con ψ . Come vedremo, in base al verso di percorrenza dell'ellisse, l'ellitticità può essere positiva oppure negativa. La relazione fra la birifrangenza Δn di un mezzo di lunghezza L e l'ellitticità

indotta è

$$\psi = \pm \frac{a}{b} = \pi \frac{\Delta n L}{\lambda} \sin 2\vartheta, \quad (10)$$

dove λ è la lunghezza d'onda della luce. Si noti che la birifrangenza è una proprietà del mezzo mentre l'ellitticità è l'effetto indotto dalla birifrangenza sulla luce.

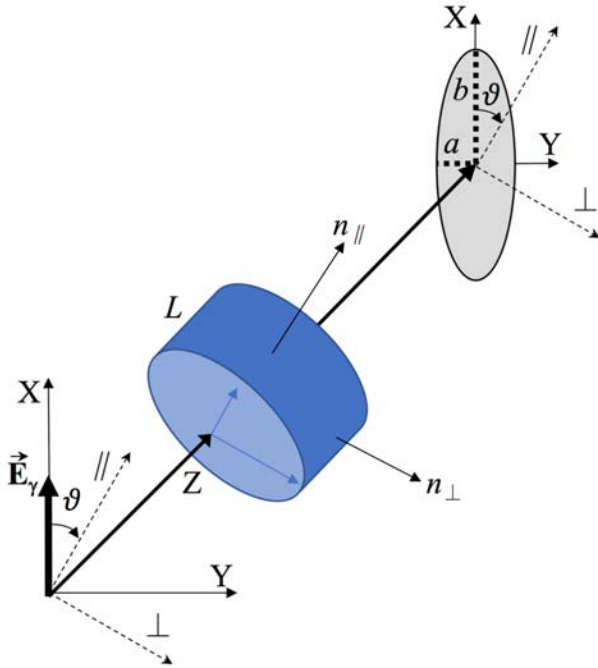


Figura 4: Il campo elettrico \mathbf{E}_γ di un fascio di luce polarizzato linearmente acquisisce una componente ortogonale a \mathbf{E}_γ sfasata di $\frac{\pi}{2}$. Il risultato è che la luce diventa polarizzata ellitticamente con l'ellitticità data da $\psi = \pm \frac{a}{b}$.

Ellitticità Vs. Rotazione

Per capire meglio l'origine dell'equazione (10) possiamo fare riferimento alla Fig. 4. Il campo elettrico \mathbf{E}_γ della luce incidente può essere proiettato lungo gli assi \parallel e \perp del sistema di riferimento definito dal campo esterno. Così si ottengono le due componenti del campo elettrico

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= E_\gamma \cos \vartheta \\ E_{\perp} &= -E_\gamma \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Entrambe le componenti si propagano indipendentemente sperimentando indici di rifrazione diversi. Dopo un tratto di lunghezza L queste componenti saranno sfasate di una quantità ϕ

data da

$$\phi = 2\pi \frac{(n_{\parallel} - n_{\perp})L}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta n L}{\lambda}. \quad (11)$$

Le componenti del campo elettrico, a meno di una fase assoluta ininfluenza, possono essere scritte come numeri complessi

$$\begin{aligned} E_{\parallel}(L) &= E_\gamma e^{i\phi/2} \cos \vartheta \\ E_{\perp}(L) &= -E_\gamma e^{-i\phi/2} \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Nel sistema di riferimento (X,Y) del laboratorio le componenti $E_X(L)$ e $E_Y(L)$ risultano essere

$$\begin{aligned} E_X(L) &= E_\gamma \left(e^{i\phi/2} \cos^2 \vartheta + e^{-i\phi/2} \sin^2 \vartheta \right) \\ E_Y(L) &= E_\gamma \left(e^{i\phi/2} - e^{-i\phi/2} \right) \sin \vartheta \cos \vartheta. \end{aligned}$$

Assumendo che lo sfasamento sia $|\phi| \ll 1$ le componenti risultano, al prim'ordine in ϕ ,

$$\begin{aligned} E_X(L) &= E_\gamma \left(1 + i \frac{\phi}{2} \cos 2\vartheta \right) \\ E_Y(L) &= i E_\gamma \frac{\phi}{2} \sin 2\vartheta. \end{aligned}$$

Ricordando che $E_\gamma = E_0 e^{i\omega t}$, con $\omega = 2\pi c/\lambda$, queste sono le equazioni di un'ellisse nel tempo. La luce ha acquisito una componente $E_Y(L)$ del campo elettrico perpendicolare a \mathbf{E}_γ che, essendo moltiplicata per i , è sfasata di $\pi/2$ rispetto alla componente $E_X(L)$. Il rapporto delle due componenti risulta allora

$$\frac{E_Y(L)}{E_X(L)} = i \frac{\frac{\phi}{2} \sin 2\vartheta}{1 + i \frac{\phi}{2} \cos 2\vartheta} \approx i \frac{\phi}{2} \sin 2\vartheta. \quad (12)$$

Sostituendo l'equazione (11) nell'equazione (12) si ottiene l'equazione (10) dalla quale si vede che il valore massimo dell'ellitticità ψ (per $\sin 2\vartheta = 1$) è $\frac{\phi}{2}$. Se, al primo ordine, la componente $E_X(L)$ è reale (asse maggiore dell'ellisse), l'ellitticità è descritta da un numero immaginario puro.

Si noti che in base al segno di ϕ e all'angolo ϑ lo sfasamento della componente $E_Y(L)$ rispetto alla componente $E_X(L)$ può essere positivo oppure negativo: l'ellitticità ha quindi un segno.

Dal punto di vista sperimentale sono utili le seguenti osservazioni:

- essendo l'ellitticità legata direttamente al ritardo di fase acquisito lungo il tratto L fra

le componenti del campo elettrico secondo i due assi \parallel e \perp , è chiaro che tale ellitticità non dipende dal verso di propagazione lungo l'asse Z;

- essendo $\psi \propto L$, piccole ellitticità acquisite nell'attraversare mezzi diversi, si sommano algebricamente (tenendo conto anche del segno del prodotto $\Delta n \sin 2\vartheta$).

Questi fatti risultano importanti sperimentalmente per amplificare l'effetto di una birifrangenza e massimizzare l'ellitticità accumulata dalla luce.

Anche una rotazione di \mathbf{E}_γ genera una componente E_Y . In questo caso, però, le due componenti $E_X(L)$ e $E_Y(L)$ rimangono in fase. Questo può succedere quando un fascio di luce linearmente polarizzato attraversa un mezzo dicroico. Se $\Delta\kappa$ è il dicroismo del mezzo [vedi equazione (7)], riferito alle direzioni \parallel e \perp rispetto al campo esterno, la differenza di riduzione Δq delle componenti del campo elettrico è

$$\Delta q = q_{\parallel} - q_{\perp} = 2\pi \frac{\Delta\kappa L}{\lambda}. \quad (13)$$

Ripercorrendo gli stessi passaggi fatti per un mezzo birifrangente con la sostituzione $e^{i\phi/2} \rightarrow e^{-\Delta q/2}$, le due componenti $E_X(L)$ e $E_Y(L)$ diventano

$$\begin{aligned} E_X(L) &= E_\gamma (1 - \varphi \cos 2\vartheta) \\ E_Y(L) &= -E_\gamma \varphi \sin 2\vartheta, \end{aligned} \quad (14)$$

rimanendo in fase. Se la componente $E_X(L)$ è reale, lo è pure $E_Y(L)$. La rotazione φ risulta legata a Δq tramite $\varphi = \frac{\Delta q}{2}$. Anche per un mezzo dicroico che genera una rotazione della polarizzazione valgono le stesse considerazioni pratiche, elencate sopra, quando si misura un'ellitticità.

In conclusione, descrivendo il campo elettrico con numeri complessi, a un'ellitticità corrisponde una componente trasversa immaginaria mentre a una rotazione una componente reale. Vedremo in seguito che queste proprietà ci permetteranno di distinguere fra queste due grandezze durante una misura.

Il polarimetro PVLAS

Osservando le equazioni (6) e (10) si vede che per massimizzare l'ellitticità indotta su un fascio inizialmente polarizzato linearmente bisogna massimizzare la lunghezza della zona di campo magnetico L e l'intensità del campo magnetico B_{ext} , e minimizzare λ . Numericamente, per fissare le idee, con $B_{\text{ext}} \sim 2.5$ T, $L \sim 1$ m, $\lambda = 1064$ nm e $\sin 2\vartheta = 1$, l'ellitticità indotta per un passaggio in vuoto attraverso il campo magnetico è dell'ordine di

$$\psi \sim \pi \frac{3A_e B_{\text{ext}}^2 L}{\lambda} \sim 3 \times 10^{-17}. \quad (15)$$

Uno schema dell'ellissometro dell'esperimento PVLAS [11] è riportato in Fig. 5. Un polarizzatore all'ingresso del polarimetro polarizza la luce linearmente lungo la direzione X. Successivamente il fascio entra in una cavità Fabry-Perot che, come vedremo, permette di amplificare la lunghezza effettiva della zona soggetta al campo magnetico. L'effetto dovuto al campo magnetico è indicato con ξ e tiene conto sia della birifrangenza che del dicroismo: $\xi = i\phi - \Delta q = 2i\psi - 2\varphi$. Un modulatore di ellitticità poi permette di portare tutti i segnali fisici rilevanti lontani dalle frequenze basse dove varie sorgenti di rumore sono dominanti. Infine un analizzatore (polarizzatore posto a 90° rispetto al polarizzatore d'ingresso) seleziona la componente della luce polarizzata lungo la direzione Y. Le funzioni dei vari elementi sono discusse di seguito.

Il principio ottico

Lo schema ottico dell'esperimento, mostrato in Fig. 5, si basa essenzialmente sull'idea originale di E. Iacopini e E. Zavattini proposta nel 1979 [12].

Cominciamo con un solo polarizzatore, una zona birifrangente, ma non dicroica, e un analizzatore tralasciando quindi il Fabry-Perot e il modulatore. L'analizzatore ha due uscite che permettono di misurare sia il fascio estinto I_Y sia quello trasmesso I_X che sostanzialmente rappresenta l'intensità di luce incidente sull'analizzatore I_0 .

Dopo il polarizzatore d'ingresso la luce entra nella zona birifrangente dove acquisisce una certa ellitticità ψ . Per determinare ψ si può misurare l'intensità trasmessa $I_Y \propto |E_Y|^2$ dopo

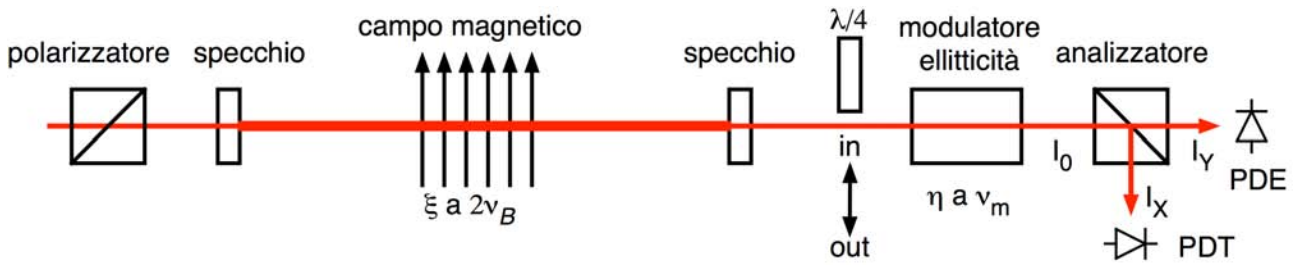


Figura 5: Schema di principio del polarimetro di PVLAS. Il parametro $\xi = 2i\psi - 2\varphi$ tiene conto sia dell'ellitticità indotta, sia della rotazione dovuta ad un dicroismo.

l'analizzatore:

$$I_Y = I_0 \psi^2.$$

L'intensità all'uscita risulta quadratica in ψ e quindi difficile da osservare visto che nel nostro caso abbiamo $\psi \ll 1$.

Per ovviare a ciò si può inserire un elemento con ellitticità nota η prima dell'analizzatore. L'intensità I_Y risulterà

$$I_Y = I_0 |i\psi + i\eta|^2 = I_0 [\psi^2 + 2\psi\eta + \eta^2],$$

lineare in ψ , con un notevole guadagno sulla capacità di misurare piccoli valori di ψ .

Esiste un problema sperimentale: ogni elemento ottico ha una sua piccola birifrangenza intrinseca che genera a sua volta una piccola ellitticità statica (più precisamente, quasi statica) β . Il problema è che non è possibile distinguere ψ da β . La soluzione a questo inconveniente è di rendere dipendente dal tempo il segnale di ellitticità: $\psi = \psi(t)$. Tipicamente $\psi(t)$ viene resa sinusoidale facendo, per esempio, ruotare la direzione del campo magnetico quindi rendendo dipendente dal tempo l'angolo ϑ nell'espressione (10): $\vartheta = \vartheta(t)$. Un'altra possibilità per modulare l'ellitticità indotta è modulare l'intensità del campo magnetico. L'intensità in uscita, considerando anche l'ellitticità spuria β , sarà a sua volta dipendente dal tempo: $I_Y = I_Y(t)$:

$$I_Y(t) = I_0 |i\psi(t) + i\beta + i\eta|^2 = I_0 [\eta^2 + 2\eta\psi(t) + 2\eta\beta + \dots].$$

Essendo $\psi \ll 1$ e $\beta \ll 1$ sono stati trascurati termini quadratici in queste grandezze. La dipendenza dal tempo dell'intensità $I_Y(t)$ permette di distinguere $\psi(t)$ da β .

Un altro potenziale problema riguarda la gene-

razione di piccole rotazioni $\varphi(t)$ che potrebbero anche dipendere dal tempo (per esempio effetti Faraday nei vari elementi ottici dovuti al campo magnetico della terra, campi di fuga dei magneti variabili nel tempo etc.). Come abbiamo discusso precedentemente tali rotazioni sono descritte da numeri reali mentre le ellitticità sono descritte da numeri immaginari. Sommando $\varphi(t)$ alle varie ellitticità si ottiene

$$I_Y(t) = I_0 |\varphi(t) + i\psi(t) + i\beta + i\eta|^2 = I_0 [\varphi(t)^2 + \psi(t)^2 + 2\psi(t)\eta + 2\beta\eta + \eta^2 + \dots].$$

Vista la piccolezza del valore di $\psi(t)$ che vorremmo misurare, il termine $\varphi(t)^2$ potrebbe essere dominante rispetto a $2\psi(t)\eta$. Inoltre se entrambi derivano dal campo magnetico variabile, potrebbero aver componenti di Fourier alla stessa frequenza rendendo la loro distinzione difficile. Si noti, però, che l'ellitticità η non moltiplica la rotazione $\varphi(t)$. Quindi rendendo variabile nel tempo anche η possiamo distinguere questi due termini in base alla loro frequenza:

$$I_Y(t) = I_0 |\varphi(t) + i\psi(t) + i\beta + i\eta(t)|^2 = I_0 [\varphi(t)^2 + \eta(t)^2 + 2\eta(t)\psi(t) + 2\eta(t)\beta + \dots].$$

Nello schema di Fig. 5 prima del modulatore di ellitticità può essere inserita una lamina a quarto d'onda. Se questa è allineata in modo da aver uno dei suoi assi parallelo alla direzione X, trasforma rotazioni in ellitticità e vice-versa. Con la lamina inserita l'apparato può eseguire misure di rotazione anziché di ellitticità. In questo caso l'espressione per $I_Y(t)$ risulta

$$I_Y(t) = I_0 |\pm i\varphi(t) \mp \psi(t) \mp \beta + i\eta(t)|^2 = I_0 [\varphi(t)^2 + \eta(t)^2 \pm 2\eta(t)\varphi(t) + \dots].$$

I segni \pm dipendono se la polarizzazione della

luce è allineata con l'asse veloce oppure l'asse lento della lamina. Come si vede, ora l'ellitticità del modulatore non moltiplica la $\psi(t)$ ma solo la $\varphi(t)$.

Ultima considerazione: due polarizzatori posti a 90° hanno sempre una piccola quantità di luce trasmessa per via di imperfezioni nei cristalli di cui sono fatti. Questa caratteristica di una coppia polarizzatore-analizzatore è detta estinzione σ^2 . Valori dell'ordine di $\sigma^2 \lesssim 10^{-8}$ possono essere ottenuti.

L'espressione finale per l'intensità trasmessa dal polarimetro nel caso di misure di ellitticità (ancora senza il Fabry-Perot) risulta allora

$$\begin{aligned} I_Y(t) &= I_0 \left[\sigma^2 + |i\psi(t) + i\beta + i\eta(t)|^2 \right] = \\ &= I_0 \left[\sigma^2 + \eta(t)^2 + 2\eta(t)\psi(t) + 2\eta(t)\beta + \dots \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Amplificazione del cammino ottico

Ci sono due tecniche principali per allungare il cammino ottico effettivo all'interno del campo magnetico: una cavità multi-pass e un interferometro di Fabry-Perot. Entrambe usano due specchi fra i quali è presente il campo magnetico.

Nel caso della cavità multi-pass il fascio entra tramite un foro in uno degli specchi e esegue un certo numero di riflessioni prima di uscire dallo stesso foro d'ingresso. Il fascio in questo modo colpisce gli specchi in punti diversi generando delle figure di Lissajous. Dato che ad ogni riflessione il fascio deve rimanere distinguibile dalla riflessione adiacente, il numero di riflessioni massimo è limitato dalle dimensioni del fascio laser di raggio r_0 e dal diametro degli specchi S . Valori tipici sono $r_0 \approx 1$ mm e $S \approx 10$ cm. L'ordine di grandezza del numero di riflessioni massimo risulta allora di circa $N \sim (S/r_0)^2 \sim 10^3$. Un grosso inconveniente di una tale cavità è la sua dimensione trasversa dell'ordine delle dimensioni degli specchi. L'inconveniente sta nel fatto che si possono ottenere campi magnetici dipolari più intensi su diametri piccoli. Questa tecnica fu usata nella prima proposta sperimentale per la misura della birifrangenza magnetica del vuoto ma fu poi abbandonata.

La seconda tecnica, oggi maggiormente utilizzata per allungare un cammino ottico, si basa sull'interferometro Fabry-Perot. Esso è compo-

sto da due specchi, posti ad una distanza D , con riflettività \mathcal{R} quasi uguale a 1 e trasmittività \mathcal{T} tale che $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$. In pratica ci sono sempre delle perdite p nelle riflessioni ma finché queste sono tali che $p \lesssim \mathcal{T}$ le principali caratteristiche del Fabry-Perot sono dominate da \mathcal{R} e \mathcal{T} . Nel seguito trascureremo tali perdite.

Un fascio di luce di lunghezza d'onda λ che incide su una cavità Fabry-Perot è in risonanza se la distanza fra gli specchi è un numero semi-intero di lunghezze d'onda della luce. Infatti all'inizio del processo di carica della cavità lo specchio d'ingresso fa passare una piccola quantità di luce pari ad una frazione dell'intensità incidente \mathcal{T} . Essa viene riflessa quasi completamente dal secondo specchio e, quando ritorna al primo specchio e viene riflessa una seconda volta, si somma ad un'altra piccola quantità di luce entrante. Se la luce ha una lunghezza d'onda tale che il percorso d'andata e di ritorno corrisponde ad un numero intero di lunghezze d'onda questi due fasci sono in fase e subiscono un'interferenza costruttiva. Il fascio risultante si somma di nuovo con altra luce in ingresso dopo aver percorso la cavità in andata e ritorno. Se tutti questi fasci sono in fase c'è un accumulo di intensità finché la perdita per trasmissione \mathcal{T} attraverso il secondo specchio non uguaglia la luce in ingresso.

Per capire meglio l'amplificazione del cammino ottico dovuto ad una cavità Fabry-Perot possiamo scrivere il campo elettrico all'uscita della cavità a regime:

$$E_{\text{out}} = E_{\text{in}} \frac{\mathcal{T}}{1 - \mathcal{R}e^{i\delta}} \quad (17)$$

dove la fase $\delta = \frac{4\pi D}{\lambda} = \frac{4\pi D\nu}{c}$ rappresenta la fase totale accumulata dall'onda (in vuoto) in un'andata e ritorno fra gli specchi. La condizione di di risonanza si ottiene ponendo $\delta = 2m\pi$ dove m è l'ordine d'interferenza. In questo caso $E_{\text{out}} = E_{\text{in}}$ e l'intensità all'uscita è uguale a quella all'ingresso.

La separazione in frequenza fra due risonanze successive corrisponde al passaggio da un generico valore di m a $m+1$ ed è chiamata *free spectral range*. Essa è definita ponendo $\delta = 2\pi$:

$$\nu_{fsr} = \frac{c}{2D}.$$

Più alta è la riflettività degli specchi, più nu-

merosi sono i fasci che interferiscono e quindi più critica è la condizione di interferenza costruttiva. Possiamo scrivere la larghezza della risonanza in funzione di \mathcal{R} . L'intensità trasmessa $I_{\text{out}} \propto |E_{\text{out}}|^2$ ed è funzione della frequenza della luce incidente. La funzione che descrive l'intensità trasmessa si ricava dalla (17) ed è data dalla funzione di Airy:

$$I_{\text{out}}(\nu) = I_{\text{in}} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\pi \frac{\nu}{\nu_{f_{sr}}}\right)},$$

dove I_{in} è l'intensità della luce incidente e \mathcal{F} è la *finesse* della cavità

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{\mathcal{R}}}{1 - \mathcal{R}}.$$

La larghezza totale della risonanza a metà altezza $\Delta\nu_c$ risulta direttamente legata alla finesse:

$$\frac{\nu_{f_{sr}}}{\Delta\nu_c} = \mathcal{F}.$$

Si noti che ad alte \mathcal{F} corrispondono risonanze strette.

Cerchiamo di capire come il Fabry Perot moltiplica l'effettivo cammino ottico fra i due specchi. Supponiamo di essere nella condizione di risonanza e di cambiare di una quantità 2ϵ il valore di δ : $\delta = 2m\pi + 2\epsilon$. Tale variazione di δ potrebbe essere dovuta, per esempio, ad un allungamento della cavità di una piccola quantità ΔD . Lo sfasamento subito dalla luce in assenza della cavità in una sola andata sarebbe

$$\epsilon = \frac{2\pi\Delta D}{\lambda}.$$

Se guardiamo lo sfasamento della luce in uscita dalla cavità rispetto a quella in ingresso troviamo

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{\Im[E_{\text{out}}]}{\Re[E_{\text{out}}]} = \\ &= \frac{\mathcal{R} \sin \delta}{1 - \mathcal{R} \cos \delta} \approx \frac{2\epsilon}{1 - \mathcal{R}} = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \epsilon. \end{aligned}$$

Lo sfasamento senza cavità, ϵ , è amplificato di un fattore $N = \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$ corrispondente ad un numero effettivo di passaggi fra gli specchi.

Tenendo quindi conto di questo fattore di guadagno nella lunghezza effettiva del campo magnetico l'ellitticità *totale* indotta fra gli specchi

della cavità sarà

$$\Psi = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \psi.$$

Quindi nell'espressione (16) la quantità $\psi(t)$ va sostituita con $\Psi(t) = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \psi(t)$:

$$\begin{aligned} I_Y(t) &= I_0 \left[\sigma^2 + \left| i \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \psi(t) + i\beta + i\eta(t) \right|^2 \right] = \\ &= I_0 \left[\sigma^2 + \eta(t)^2 + 2 \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \psi(t)\eta(t) + 2\eta(t)\beta + \dots \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Con questa tecnica si possono ottenere fattori di amplificazione $N \approx 5 \times 10^5$ di gran lunga superiore a quelli delle cavità multipass. Inoltre le dimensioni del fascio rimangono dell'ordine del fascio in ingresso.

Estrazione del segnale

Nell'esperimento PVLAS il modulatore genera un'ellitticità sinusoidale $\eta(t) = \eta_0 \sin(2\pi\nu_m t + \theta_m)$ mentre l'ellitticità totale indotta dal campo magnetico rotante è $\Psi(t) = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \psi_0 \sin 2\vartheta(t)$, con $\vartheta(t) = 2\pi\nu_B t + \theta_B$. Le intensità $I_Y(t)$ e $I_X(t)$ sono raccolte ciascuna da un fotodiode che le converte in corrente $i_Y(t)$ e $i_X(t)$ con un'efficienza q . Come si deduce dall'equazione (18) la corrente $i_Y(t)$ presenta una serie di componenti di Fourier con relative ampiezze e fasi riportate in Tabella 1, mentre la corrente $i_X(t)$ è sostanzialmente costante nel tempo: $i_X(t) = i_X$. Tenendo conto della piccola perdita dovuta all'analizzatore, i_X permette la misura indiretta di I_0 altrimenti inaccessibile.

Il termine $\eta^2(t)$ genera un segnale $i_{2\nu_m}$ alla frequenza $2\nu_m$ e serve come normalizzazione per determinare η_0 . Il doppio prodotto $2\eta(t)\psi(t)$ genera due segnali $i_{\nu_m \pm 2\nu_B}$ rispettivamente alle frequenze $(\nu_m + 2\nu_B)$ e $(\nu_m - 2\nu_B)$. Da queste componenti di Fourier e dal valore di i_X si può determinare Ψ_0 :

$$\Psi_0 = \frac{i_{\nu_m + 2\nu_B} + i_{\nu_m - 2\nu_B}}{2\sqrt{2}i_X i_{2\nu_m}}.$$

Sperimentalmente risulta più conveniente demodulare il segnale $i_Y(t)$ alla frequenza del modulatore ν_m in modo da riportare il segnale di ellitticità a bassa frequenza. I due segnali alle frequenze $(\nu_m \pm 2\nu_B)$ sono unite in un unico segnale

Tabella 1: Componenti di Fourier dei segnali in corrente dopo l'analizzatore.

Frequenza	Componente di Fourier	Intensità/ I_0	Fase
DC	$i_Y(0)$	$\sigma^2 + \beta^2 + \eta_0^2/2$	–
ν_m	i_{ν_m}	$2\beta\eta_0$	θ_m
$\nu_m \pm 2\nu_B$	$i_{\nu_m \pm 2\nu_B}$	$\eta_0 \frac{2F}{\pi} \psi_0$	$\theta_m \pm 2\theta_B$
$2\nu_m$	$i_{2\nu_m}$	$\eta_0^2/2$	$2\theta_m$

$i_{2\nu_B}$ alla frequenza $2\nu_B$. Per farlo si usa un amplificatore lock-in. L'espressione per l'ellitticità diventa allora

$$\Psi_{2\nu_B} = \frac{i_{2\nu_B}}{2\sqrt{2}i_X i_{2\nu_m}} = \frac{\eta_0 i_{2\nu_B}}{4 i_{2\nu_m}}$$

Se $i_{2\nu_B}$ è un segnale sinusoidale puro, tale è anche $\Psi_{2\nu_B}$, che può essere estratto dal rumore incoerente presente integrando nel tempo.

Rumore

La questione fondamentale ora è: qual'è la più piccola ellitticità osservabile e in quanto tempo? Dopo la demodulazione della corrente i_Y la sua densità spettrale di rumore r_{rms} , $r_{rms}(\nu)$, funzione della frequenza ν , genera una densità spettrale di *picco* di rumore in ellitticità, $s_\psi(\nu)$, corrispondente a

$$s_\psi(\nu) = \frac{\eta_0 r_{rms}(\nu)}{2 i_{\nu_m}} = \frac{r_{rms}(\nu)}{i_X \eta_0} \quad (19)$$

dove abbiamo sostituito i_0 con i_X . Poiché l'indeterminazione Δi_{rms} di una corrente si determina dalla densità spettrale r_{rms} tramite

$$\Delta i_{rms} = \frac{r_{rms}}{\sqrt{t}},$$

con t il tempo di integrazione, anche l'indeterminazione di un'ellitticità diminuisce con $1/\sqrt{t}$.

Riportiamo qui di seguito le più note sorgenti di rumore che generalmente riguardano esperimenti di ottica come PVLAS.

Il rumore fondamentale, noto come shot-noise, sotto il quale non si può scendere è dovuto alla natura corpuscolare della corrente elettrica. La densità spettrale in corrente $r_{rms}^{(shot)}$ di una corrente continua i_{DC} è data da

$$r_{rms}^{(shot)} = \sqrt{2e i_{DC}} = \sqrt{2e i_0 \left(\frac{\eta_0^2}{2} + \sigma^2 \right)}$$

dove e è la carica elettrica dell'elettrone e i_{DC} è la corrente continua generata dall'intensità I_Y sul fotodiodo PDE (vedi Fig. 5). Inoltre lo spettro in frequenza di questo rumore è piatto.

Dalla (19) si ricava che la densità spettrale di sensibilità limite in ellitticità, $s_{(shot)}$, è

$$s_{(shot)} = \sqrt{\frac{2e}{i_X} \left(\frac{\eta_0^2/2 + \sigma^2}{\eta_0^2} \right)}.$$

Nel caso in cui $\eta_0^2 \gg \sigma^2$ la sensibilità limite si riduce a

$$s_{(shot)} = \sqrt{\frac{e}{i_X}}$$

e dipende solo dall'intensità di corrente i_X . Con un'intensità $I_X = 2.5$ mW e un'efficienza $q = 0.7$ A/W la sensibilità risulta $s_{(shot)} = 10^{-8} \frac{1}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

Altri contributi al rumore in corrente vengono dal rumore Johnson

$$r_{rms}^{(Johnson)} = \sqrt{\frac{4k_B T}{G}},$$

dove k_B è la costante di Boltzmann, T è la temperatura assoluta e G è il guadagno in V/W del sensore di luce, e dalla corrente di buio i_{Dark} del fotodiodo PDE

$$r_{rms}^{(Dark)} = \sqrt{2e i_{Dark}}$$

ciascuno contribuendo alla densità spettrale di rumore di ellitticità:

$$s_{(Johnson)} = \sqrt{\frac{4k_B T}{G}} \frac{1}{i_X \eta_0}$$

$$s_{(Dark)} = \frac{\sqrt{2e i_{Dark}}}{i_X \eta_0}.$$

Infine c'è il contributo dovuto alla densità spettrale di rumore in intensità $s_{I_0}(\nu)$ di I_0 espresso come $s_{I_0}(\nu)/I_0 = \text{RIN}(\nu)$ il cui rumore r_{rms} in

corrente è quindi

$$r_{\text{rms}}^{(\text{RIN})}(\nu) = \text{RIN}(\nu) i_X$$

e la sensibilità

$$s_{(\text{RIN})} = \text{RIN}(\nu_m) \frac{\sqrt{(\sigma^2 + \eta_0^2/2)^2 + (\eta_0^2/2)^2}}{\eta_0}$$

dove in questa espressione si è tenuto conto sia del contributo della DC sia di quello della frequenza $2\nu_m$.

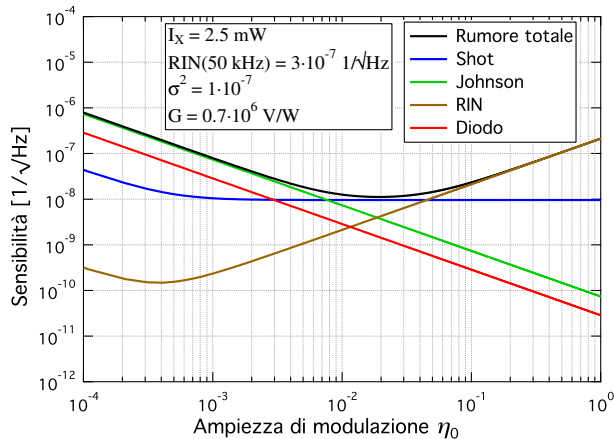


Figura 6: Contributo delle varie sorgenti di rumore note.

Tutti questi rumori sono funzione dell'ampiezza di modulazione η_0 e sono mostrati in Fig. 6. Il rumore totale è la somma in quadratura di tutti i contributi:

$$s_{(\text{tot})} = \sqrt{s_{(\text{shot})}^2 + s_{(\text{Johnson})}^2 + s_{(\text{Dark})}^2 + s_{(\text{RIN})}^2}$$

Come si vede esiste un'ampiezza di modulazione di $\eta_0 \approx 2 \times 10^{-2}$ per la quale il rumore totale previsto ha un minimo che corrisponde al limite shot-noise.

Per concludere, data la densità spettrale di rumore in ellitticità $s_{(\text{tot})}$, il tempo necessario per misurare con rapporto segnale su rumore unitario un valore di ellitticità $\Psi(t)$, con andamento sinusoidale puro di frequenza ν , è

$$t = \left(\frac{s_{(\text{tot})}}{\Psi_\nu} \right)^2$$

I magneti

Come si deduce dalle equazioni (6) e (10), l'ellitticità ψ indotta da un campo magnetico in vuoto è proporzionale a $B_{\text{ext}}^2 \sin 2\vartheta$. Per massimizza-

re ψ è necessario generare un campo magnetico dipolare il più intenso possibile compatibile con altre due restrizioni sperimentali importanti: il campo magnetico deve essere variabile nel tempo con una frequenza la più alta possibile (decine di Hz) e il duty cycle deve essere il massimo possibile per permettere tempi di integrazione lunghi. Una modulazione di ψ nel tempo può essere ottenuta sia variando l'intensità del campo, $B_{\text{ext}} = B_{\text{ext}}(t)$, sia modulando l'angolo fra il campo esterno e la direzione della polarizzazione della luce, $\vartheta = \vartheta(t)$.

Si potrebbe pensare in un primo momento all'utilizzo di un magnete superconduttore che in effetti può generare campi magnetici molto intensi. Sorgono, però, alcune limitazioni. Se si vuole un campo di qualche tesla su una lunghezza di qualche metro e diametro di qualche centimetro, serve una corrente di qualche migliaio di ampere. Inoltre l'induttanza di un tale magnete è dell'ordine di 1 H. L'energia immagazzinata risulta allora di qualche MJ. Modulare una tale quantità di energia a qualche decina di hertz richiede una potenza enorme. Inoltre i magneti superconduttori hanno un limite intrinseco sulla rapidità con cui possono variare il campo magnetico. Per evitare transizioni da superconduttore a conduttore normale (quench) solo modulazioni in corrente fino a qualche millihertz possono essere applicate.

Per ovviare a questi problemi, in una versione precedente dell'esperimento PVLAS [13], si è utilizzato un magnete superconduttore le cui bobine potevano essere messe in corto circuito dopo averle caricate di corrente e l'alimentazione quindi scollegata. L'asse del magnete era posto in verticale e la modulazione dell'ellitticità era ottenuta ruotando l'intero sistema magnete e criostato riempito di elio liquido per un peso totale di 6 tonnellate. In questo modo era possibile modulare l'angolo $\vartheta(t)$ nel tempo fino ad una frequenza $\nu_B = 0.5$ Hz con un campo fino a 5.5 T. La limitata fornitura di elio liquido e la disponibilità di un solo magnete limitavano la ricerca di segnali spuri e riducevano il duty cycle a qualche settimana di presa dati all'anno. L'idea del magnete superconduttore fu allora abbandonata.

La disponibilità di magneti permanenti ad alto campo ha permesso una soluzione alternativa. Oggi è possibile acquistare magneti dipolari con

campi di 2.5 T su diametri di qualche centimetro. Nonostante il campo non sia intenso quanto quello generato da un magnete superconduttore, un magnete permanente può essere ruotato a diverse decine di hertz essendo costituito da un cilindro di ferro. Inoltre il campo magnetico è sempre acceso e ha costi di esercizio nulli.

Nella configurazione di Halbach mostrata in Fig. 7 il magnete è realizzato ponendo una serie di spicchi di magneti permanenti su una circonferenza. Ciascun elemento è magnetizzato con un preciso orientamento 2ζ rispetto alla direzione del campo dipolare desiderato. In questo modo il campo magnetico risulta dipolare e uniforme all'interno del foro centrale. Per un magnete di lunghezza $L \gtrsim R_{\text{ext}}$ l'intensità del campo è

$$B \simeq B_{\text{rem}} \ln \left(\frac{R_{\text{ext}}}{R_{\text{int}}} \right), \quad (20)$$

dove $B_{\text{rem}} = 1.1 - 1.3 \text{ T}$ per magneti di Neodimio-Ferro-Boro ($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$) e R_{ext} e R_{int} sono il raggio esterno ed interno del magnete. Nel caso mostrato in Fig. 7, destra, che rappresenta una sezione di uno dei due magneti dell'esperimento PVLAS, la circonferenza è suddivisa in 16 settori con un rapporto $\frac{R_{\text{ext}}}{R_{\text{int}}} = 10$. Il campo magnetico all'interno del foro risulta 2.5 T su una lunghezza totale di 1.64 m e $\int B^2 dL = 10.25 \text{ T}^2\text{m}$. Inoltre i magneti possono ruotare fino a 23 Hz corrispondente ad una frequenza del segnale di ellitticità di 46 Hz.

Nell'esperimento PVLAS sono stati installati due magneti identici anziché uno più grande per ottimizzare la ricerca di segnali spuri in presenza di campo. Infatti facendo ruotare i due magneti insieme ma con i campi magnetici ortogonali fra loro, il segnale fisico di ellitticità generato da una birifrangenza magnetica è nullo. Quindi l'osservazione di un segnale con i magneti ortogonali fra loro indica la presenza di sistematici.

Allineando le direzioni dei campi magnetici si realizza la configurazione analoga ad un solo magnete di lunghezza doppia.

Condizioni sperimentali dell'esperimento PVLAS

Una fotografia dell'intero apparato e uno schema del banco ottico sono mostrati in Fig. 8. Il laser utilizzato dall'esperimento PVLAS è un

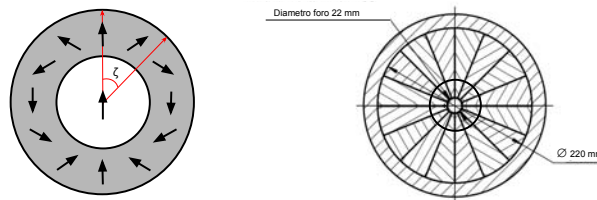


Figura 7: Sinistra: Concetto della configurazione Halbach per un magnete dipolare. La direzione della magnetizzazione di ciascun settore deve aver un angolo 2ζ rispetto alla direzione del campo desiderato. Destra: sezione di uno dei magneti di PVLAS.

Nd:YAG che emette nell'infrarosso ad una lunghezza d'onda di 1064 nm. Uno dei grandi vantaggi di questo tipo di laser è la possibilità di controllare la frequenza di emissione entro qualche decina di gigahertz. Questo è un elemento fondamentale per chi vuole utilizzare una cavità Fabry-Perot soprattutto se la finesse della cavità è molto elevata e di conseguenza la larghezza della risonanza è stretta come in questo caso ($\mathcal{F} \approx 7 \times 10^5$, $\Delta\nu_c \approx 70 \text{ Hz}$). Infatti, assumendo una lunghezza d'onda fissa, è sufficiente spostare uno specchio di una quantità $\sim \lambda/\mathcal{F} \approx 10^{-12} \text{ m}$ (circa 1/100 della dimensione di un atomo) perché la cavità esca dalla condizione di risonanza.

Risulta chiaro come sia necessario controllare la frequenza del laser con grande sensibilità e con una banda passante sufficiente per compensare vibrazioni meccaniche dell'ordine dei kilohertz.

Il laser è inserito all'interno di un circuito di retroazione che lo mantiene agganciato in frequenza alla cavità.

Per quanto riguarda la cavità Fabry-Perot gli specchi utilizzati hanno una riflettività $\mathcal{R} = 99.99953\%$ con perdite $p \approx 2 \text{ ppm}$. La finesse misurata risulta $\mathcal{F} \approx 7 \times 10^5$ corrispondente ad un guadagno in lunghezza effettiva di $N = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \approx 4.5 \times 10^5$. Con una lunghezza totale di campo magnetico $L = 1.64 \text{ m}$ la lunghezza effettiva del campo magnetico attraversato dalla luce risulta $\approx 700 \text{ km}$. Nel caso dell'esperimento PVLAS la cavità Fabry-Perot è lunga $D = 3.3 \text{ m}$ corrispondente a $\nu_{f_{sr}} = 45.4 \text{ MHz}$. Dopo lo spegnimento del laser, l'intensità della luce in uscita dalla cavità decade esponenzialmente con una

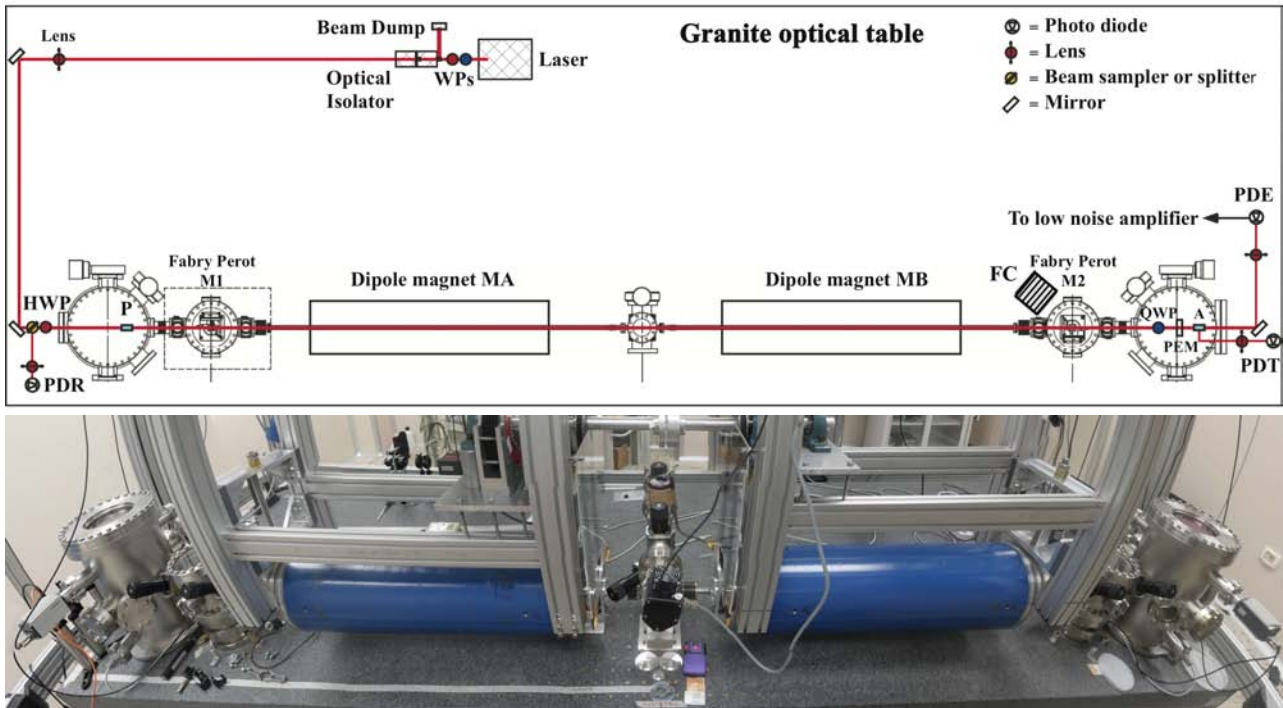


Figura 8: Pannello superiore: Schema del banco ottico di PVLAS. Pannello inferiore: Fotografia dell'apparato.

costante di tempo

$$\tau = \frac{\mathcal{F}}{2\pi\nu_{fsr}} = 2.4 \text{ ms.}$$

Si noti che questo significa che la larghezza di una risonanza $\Delta\nu_c$ è di soli 67 Hz da confrontare con la frequenza della luce ($\lambda = 1064 \text{ nm}$) di $2.8 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

Il modulatore di ellitticità scelto per l'esperimento è di tipo fotoelastico risonante che lavora ad una frequenza $\nu_m = 50 \text{ kHz}$. I magneti ruotano normalmente ad una frequenza $\nu_B = 10 \text{ Hz}$.

Con questi parametri sperimentali l'ellitticità prevista dovuta alla birifrangenza magnetica del vuoto è

$$\psi_{\text{QED}} = \frac{2\mathcal{F}}{\lambda} 3A_e \int B_{\text{ext}}^2 dL = 5 \times 10^{-11} \quad (21)$$

Il rumore calcolato con $I_X = 2.5 \text{ mW}$, rappresentato in Fig. 6, mostra un valore minimo corrispondente allo shot noise intorno a $s_{\text{tot}} = 10^{-8} \frac{1}{\sqrt{\text{Hz}}}$ ottenuto con modulazioni dell'ordine di $\eta_0 \simeq 2 \times 10^{-2}$. In principio il tempo necessario per misurare l'effetto della birifrangenza magnetica del vuoto con rapporto segnale su rumore

unitario è

$$t = \left(\frac{s_{\text{(tot)}}}{\psi_{\text{QED}}} \right)^2 = 11 \text{ ore} \quad (22)$$

Purtroppo sperimentalmente risulta che l'effettiva sensibilità è $s_{\text{(tot)}}^{\text{(PVLAS)}} = 4 \times 10^{-7} \frac{1}{\sqrt{\text{Hz}}}$ ad una frequenza del segnale di 10 Hz. Si sospetta che questo rumore in eccesso sia originato dagli specchi della cavità ed è attualmente oggetto di studio.

Calibrazioni

La calibrazione dell'apparato è un aspetto fondamentale per verificare il corretto funzionamento del sistema. Nell'esperimento PVLAS le calibrazioni vengono fatte inserendo all'interno della cavità gas puri a bassa pressione. Questi gas sono soggetti a due effetti magneto-ottici importanti: l'effetto Faraday e l'effetto Cotton-Mouton. L'effetto Faraday consiste in una birifrangenza circolare proporzionale a \mathbf{B}_{ext} e genera una rotazione del piano di polarizzazione su un fascio che si propaga parallelamente al campo magnetico. L'effetto Cotton-Mouton invece consiste in una birifrangenza lineare proporzionale a B_{ext}^2 che genera un'ellitticità su un fascio iniziale.

Tabella 2: Costanti Cotton-Mouton per alcuni gas importanti e le pressioni parziali, $3A_e/\Delta n_u$, che generano una birifrangenza magnetica uguale a quella del vuoto. La misura riportata per H_2 è stata fatta a $\lambda = 633 \text{ nm}$ mentre tutte le altre a $\lambda = 1064 \text{ nm}$.

Specie	$\Delta n_u \text{ (T}^{-2}\text{atm}^{-1}\text{)}$	$3A_e/\Delta n_u \text{ (atm)}$
H_2	$(8.82 \pm 0.25) \times 10^{-15}$	4.5×10^{-10}
He	$(2.20 \pm 0.14) \times 10^{-16}$	1.8×10^{-8}
H_2O	$(6.67 \pm 0.21) \times 10^{-15}$	5.9×10^{-10}
N_2	$(-2.66 \pm 0.42) \times 10^{-13}$	1.5×10^{-11}
O_2	$(-2.29 \pm 0.08) \times 10^{-12}$	1.7×10^{-12}
Ar	$(7.5 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	5.3×10^{-10}

mente polarizzato linearmente che si propaga perpendicolarmente al campo magnetico.

L'effetto Cotton-Mouton è quello usato nell'esperimento PVLAS per le calibrazioni. La birifrangenza indotta su un gas da un campo magnetico esterno è caratterizzata dalla birifrangenza unitaria, Δn_u , che rappresenta il valore della birifrangenza per $B_{\text{ext}} = 1 \text{ T}$ e pressione atmosferica. La birifrangenza di un gas è quindi data da

$$\Delta n = \Delta n_u P B_{\text{ext}}^2.$$

con P la pressione in atmosfere e B_{ext} in tesla. Nella Tabella 2 sono riportati i valori di Δn_u per alcuni gas importanti.

Ogni misura con gas fornisce una calibrazione sia in ampiezza che in fase. Infatti l'ellitticità $\Psi(t)$ indotta da un campo magnetico rotante è massima quando la direzione della polarizzazione è a 45° rispetto alla direzione del campo magnetico. Quindi nella trasformata di Fourier di $\Psi(t)$ la fase del segnale a $2\nu_B$ determina la condizione di ellitticità massima e quindi l'asse 'fisico' di una misura. Un'eventuale segnale di ellitticità in vuoto deve cadere su tale asse.

Le calibrazioni si eseguono misurando l'ellitticità e la relativa fase indotta in funzione della pressione del gas scelto. Prima di ogni presa dati si esegue una calibrazione tipicamente con gas Argon. Tra i vari gas che si possono usare, quello che evidenzia maggiormente la sensibilità dell'apparato è l'elio poiché questo gas ha la costante Cotton-Mouton più piccola. In Fig. 9 è riportato un grafico dell'ampiezza della birifrangenza dell'elio in funzione della pressione mentre in Fig. 10 è mostrato l'asse 'fisi-

co'. Il punto a pressione più bassa corrisponde a $\Delta n^{(\text{He})}/B_{\text{ext}}^2 = (8.6 \pm 1.0) \times 10^{-21}$ con $P = 32 \mu \text{ atm}$. La misura di questo singolo punto è durata circa 4 ore dimostrando la stabilità dell'apparato e il suo ottimo funzionamento.

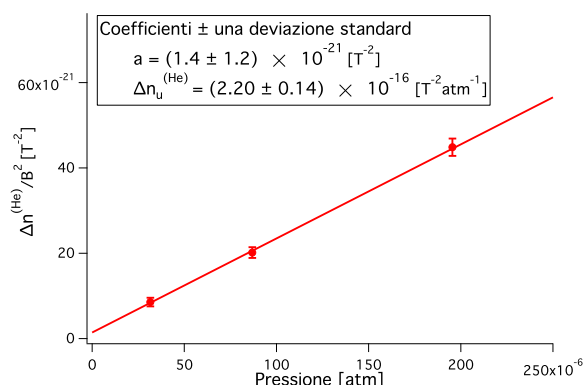


Figura 9: Calibrazione in ampiezza dell'apparato PVLAS con gas elio a bassa pressione.

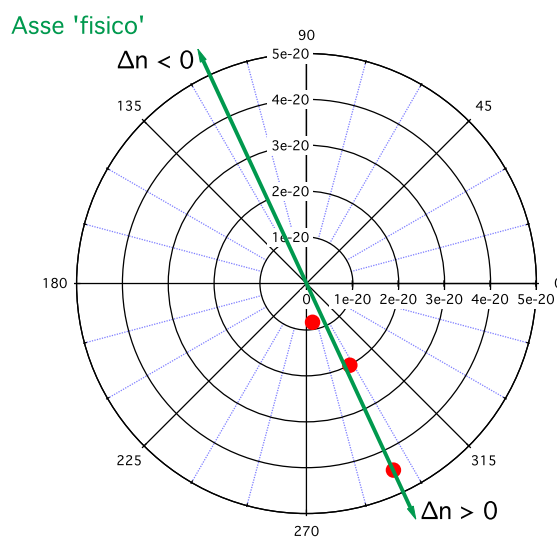


Figura 10: Grafico polare della componente della trasformata di Fourier a $2\nu_B$ che permette la calibrazione in fase dell'apparato PVLAS. Il gas utilizzato è elio a bassa pressione. In verde è rappresentato l'asse 'fisico'.

Poiché l'esperimento PVLAS si propone di misurare la birifrangenza magnetica del vuoto le costanti Cotton-Mouton Δn_u impongono un valore massimo per la pressione parziale, $3A_e/\Delta n_u$, di ciascuna specie di gas nel tubo da vuoto che attraversa i magneti corrispondente ai valori che generano una birifrangenza uguale a quella del vuoto. Questi valori sono riportati in Tabella 2. Per questo motivo il sistema di pompaggio da

vuoto è anche stato dotato di misuratori di gas residuo che permettono di tenere sotto controllo ciascuna specie di gas.

Misure in vuoto

Molti dettagli del montaggio dell'apparato sono stati tralasciati nella descrizione dell'esperimento PVLAS. Spesso, e questo è il caso anche per l'esperimento PVLAS, questi dettagli risultano fondamentali per eliminare effetti sistematici permettendo di sfruttare al meglio un apparato. L'implementazione dei magneti permanenti ha reso possibile una serie di studi sull'apparato che hanno permesso di portare gli errori sistematici al di sotto dell'errore statistico su tempi di integrazione di 23 giorni.

Nella Fig. 11 sono riportati i risultati sia del presente esperimento, denominato PVLAS-FE, sia di tentativi passati. Gli errori riportati corrispondono a una deviazione standard e come si vede tutti gli esperimenti passati hanno dato valori di $|\Delta n|/B_{\text{ext}}^2$ incompatibili con il valore previsto, indicando la presenza di contributi di effetti sistematici.

La collaborazione BFRT (Brookhaven-Fermilab-Rochester-Trieste) [14] fece il primo vero tentativo di misurare la birifrangenza magnetica del vuoto seguendo lo schema ottico di E. Iacopini e E. Zavattini del 1979 [12]. Si basava su due magneti superconduttori lunghi ciascuno 4.4 m capaci di generare un campo di 4 T. Il campo magnetico era modulato a 32 mHz fra un valore massimo di 3.87 T e un valore minimo di 2.63 T. Per aumentare il cammino ottico all'interno del magnete si utilizzava una cavità multi-pass ottenendo un numero massimo di passaggi di $N = 578$. Il laser utilizzato emetteva una lunghezza d'onda $\lambda = 514.5$ nm.

Anche la versione successiva, PVLAS-LNL (presso i Laboratori Nazionali di Legnaro dell'INFN) [13], utilizzava un magnete superconduttore lungo 1 m ma, per aumentare la frequenza di modulazione del segnale, il magnete e il criostato ruotavano intorno ad un asse verticale con frequenza 0.3 Hz, corrispondente ad una frequenza del segnale di 0.6 Hz. In questo caso il cammino ottico della luce nel campo magnetico era amplificato da una cavità Fabry-Perot. L'utilizzo di un Fabry-Perot è stato possibile grazie al-

l'evoluzione dei laser che permettevano agganci in frequenza. Questo ha permesso di aumentare il numero di passaggi effettivi nel campo magnetico a qualche decina di migliaia e di migliorare il risultato finale di un fattore circa 20 rispetto al valore di BFRT. La limitata disponibilità di elio liquido non ha permesso lo studio dettagliato dei sistematici limitando i tempi di integrazione a $t \approx 6 \times 10^4$ s.

Una svolta importante dal punto di vista sperimentale è stata l'introduzione di magneti permanenti capaci di generare campi magnetici di circa 2.5 T su un diametro di 2 cm. Questi magneti, molto più compatti, hanno permesso di progettare apparati 'table-top'. Un primo prototipo, PVLAS-Test [15], aveva un campo magnetico generato da due magneti identici ciascuno lungo 20 cm. Per la prima volta è stata sperimentata la cancellazione di un segnale fisico mantenendo i campi magnetici orientati a 90° fra loro durante la rotazione per studiare effetti sistematici. Misure con i magneti in rotazione fino a 3 Hz sono state eseguite con orientamenti sia a 0° che a 90° . Anche la finesse della cavità Fabry-Perot era aumentata a $\mathcal{F} = 2.4 \times 10^5$. La presenza di picchi sistematici con i magneti orientati a 90° ha limitato il tempo di integrazione a $\simeq 10^4$ s. Nonostante ciò questo prototipo 'table-top' ha permesso un miglioramento rispetto a PVLAS-LNL di circa un fattore 2.

L'esperimento BMV (Birifringence Magnétique du Vide, presso l'Università di Tolosa in Francia) [16], in corso di sviluppo, adotta uno schema ottico molto simile a quello di PVLAS ma, invece di utilizzare magneti a campo fisso, rotanti, utilizza magneti impulsati ad alto campo non superconduttori. Intensità di campo fino a 14 T sono stati ottenuti su tempi dell'ordine di 1 ms. La finesse della cavità è $\mathcal{F} = 4.5 \times 10^5$ e la prima versione ha dato un risultato simile a quello di PVLAS-Test.

L'esperimento PVLAS nella sua versione attuale e discusso nelle sezioni precedenti, è installato a Ferrara presso la sezione INFN e Dipartimento di Fisica e Scienze della Terra. Esso si basa sul prototipo 'table-top' di PVLAS-Test e implementa diverse migliorie. I risultati presentati nella Fig. 11, indicati come PVLAS-FERRARA, hanno permesso di mettere il miglior limite sulla birifrangenza magnetica del vuoto e sull'interazione

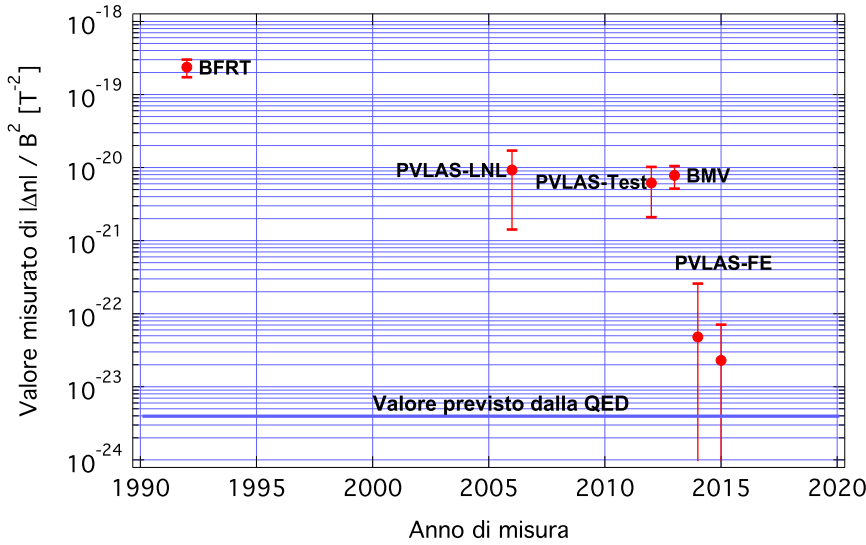


Figura 11: Misure della birifrangenza magnetica del vuoto negli anni riportate come valore di $|\Delta n|/B_{ext}^2$. La misura di PVLAS-FE del 2015 include quella del 2014.

fotone-fotone a bassa energia [11]

$$\Delta n^{(PVLAS)} = (-1.5 \pm 3.0) \times 10^{-22} @ 2.5 \text{ T.} \quad (23)$$

Assumendo un andamento di questa birifrangenza con B_{ext}^2 , come previsto dalla Lagrangiana (1), si ottiene

$$\frac{\Delta n^{(PVLAS)}}{B_{ext}^2} = (-2.4 \pm 4.8) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2},$$

compatibile sia con zero che con il valore previsto

$$\frac{\Delta n^{(EK)}}{B_{ext}^2} = 3A_e = 3.96 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2},$$

entro una deviazione standard. Il risultato globale di PVLAS è stato ottenuto con un tempo totale di integrazione di $t = 2 \times 10^6 \text{ s}$ grazie all'approfondito studio degli effetti sistematici. Purtroppo guadagnare il fattore mancante di circa un fattore 12 per misurare la birifrangenza magnetica del vuoto necessiterebbe un aumento del tempo di integrazione t di un fattore $12^2 = 144$ corrispondente a 9 anni, un tempo irrealistico.

Con la lamina quarto d'onda inserita prima del modulatore è stato possibile anche mettere un limite anche sul dicroismo magnetico del vuoto

$$\Delta \kappa^{(PVLAS)} = (-1.6 \pm 3.5) \times 10^{-22} @ 2.5 \text{ T.} \quad (24)$$

La comprensione del rumore intrinseco dovuto presumibilmente agli specchi della cavità insieme ad un aumento ulteriore della frequenza del segnale di ellitticità sono due possibili metodi per migliorare la misura e osservare diret-

tamente questo fenomeno quantistico del vuoto con l'apparato PVLAS.

Fisica nuova

In realtà l'apparato PVLAS è sensibile a qualunque processo fisico che permette l'accoppiamento di due fotoni. Fluttuazioni del vuoto in particelle ipotetiche (MilliCharge Particles, MCP) leggere di massa m_e e carica q_e (sia scalari che fermioni) sono un esempio. Il processo potrebbe essere identico a quello mostrato in Fig. 2 dove al posto di A_e c'è A_e con

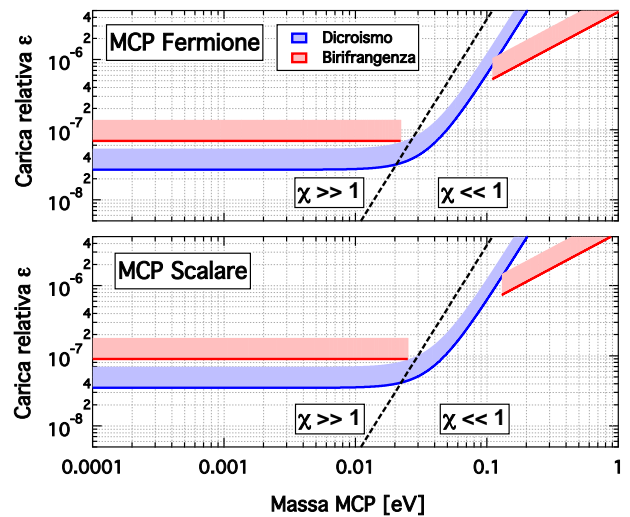


Figura 12: Grafici di esclusione per le MCP al 95% c.l. derivati dai limiti in dicroismo (24) e birifrangenza (23). Le zone escluse sono sopra le curve. La curva rossa della birifrangenza è spezzata in quanto per $\chi = 1$ c'è un cambio di segno.

$$A_\epsilon = \frac{2}{45\mu_0} \frac{\epsilon^4 \alpha^2 \chi_\epsilon^3}{m_\epsilon c^2}$$

e $\epsilon = q_\epsilon/e$. Se la massa di tali particelle fosse minore dell'energia del fotone incidente si potrebbe anche aver anche un processo di creazione di particelle reali che implicherebbe anche un dicroismo magnetico del vuoto. I limiti posti dall'esperimento PVLAS, sia in dicroismo che in birifrangenza, mettono dei limiti su ϵ in funzione di m_ϵ mostrati in Fig. 12 dove il parametro χ

$$\chi \equiv \frac{3}{2} \frac{\hbar\omega}{m_\epsilon c^2} \frac{\epsilon e B_{\text{ext}} \hbar}{m_\epsilon^2 c^2}.$$

distingue i casi di massa piccola oppure massa grande. Notiamo esplicitamente che questi limiti sulla carica elettrica si applicano anche ai neutrini.



- [1] O. Halpern: *Scattering Processes Produced by Electrons in Negative Energy States*, Phys. Rev., **44** (1933) 855.2.
- [2] S. Weinberg: *The Cosmological Constant Problem*, Rev. Mod. Phys., **61** (1989) 1.
- [3] K. M. Evanson *et al.*: *Speed of Light from Direct Frequency and Wavelength Measurements of the Methane-Stabilized Laser*, Phys. Rev. Lett., **29** (1972) 1346.
- [4] H. Euler, B. Kockel: *Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie (The scattering of light by light in the Dirac theory)*, Naturwiss., **23** (1935) 246.³
- [5] W. Heisenberg, H. Euler: *Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons (Consequences of Dirac's Theory of Positrons)*, Zeit. f. Phys., **98** (1936) 714.⁴
- [6] J. Schwinger: *On gauge invariance and vacuum polarization*, Phys. Rev., **82** (1951) 664.
- [7] S. L. Adler: *Photon Splitting and Photon Dispersion in a Strong Magnetic Field*, Ann. of Phys., **67** (1971) 599.
- [8] R. P. Mignani *et al.*: *Evidence for vacuum birefringence from the first optical-polarimetry measurement of the isolated neutron star RX J1856.5–3754*, Mon. Notices Royal Astron. Soc., **465** (2017) 492.
- [9] ATLAS collab.: *Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC*, Nature Physics, **13** (2017) 852.
- [10] R. J. Stoneham: *Photon splitting in the magnetised vacuum*, J. Phys. A: Math. Gen., **12** (1978) 2187.

³Una traduzione è scaricabile da http://www.neo-classical-physics.info/uploads/3/0/6/5/3065888/euler_-_scattering_of_light_by_light.pdf

⁴Una traduzione è scaricabile da [arXiv:physics/0605038](https://arxiv.org/abs/0605038)

- [11] F. Della Valle *et al.* (PVLAS collab.): *The PVLAS experiment measuring vacuum magnetic birefringence and dichroism with a birefringent Fabry-Perot cavity*, Eur. Phys. J. C, **76:24** (2016) 1.
- [12] E. Iacopini e E. Zavattini: *Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field*, Phys.Lett.B., **85** (1979) 151.
- [13] M. Bregant *et al.* (PVLAS collab.): *Limits on low energy photon-photon scattering from an experiment on magnetic vacuum birefringence*, Phys.Rev. D, **78** (2008) 032006.
- [14] R. Cameron *et al.*: *Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques*, Phys.Rev. D, **47** (1993) 3707.
- [15] F. Della Valle *et al.* (PVLAS collab.): *Measurements of vacuum magnetic birefringence using permanent dipole magnets: the PVLAS experiment*, New J. Phys., **15** (2013) 053026.
- [16] A. Cadène *et al.* (BMV collab.): *Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields: status of the BMV experiment*, Eur. Phys. J. D, **68:16** (2014) 1.



Guido Zavattini: Si è laureato nel 1989 presso l'Università di Pisa e dal 2009 è Professore Associato presso l'Università di Ferrara. È Responsabile dell'esperimento PVLAS e si occupa di misure di precisione con tecniche ottiche. Ha lavorato anche nel campo della fisica applicata alla medicina nucleare e nel campo dell'astronomia X.