

---

# Strong Coupling: l'entanglement tra luce e materia

**Armando Genco**

*Dipartimento di Matematica & Fisica "Ennio De Giorgi" - Università del Salento*

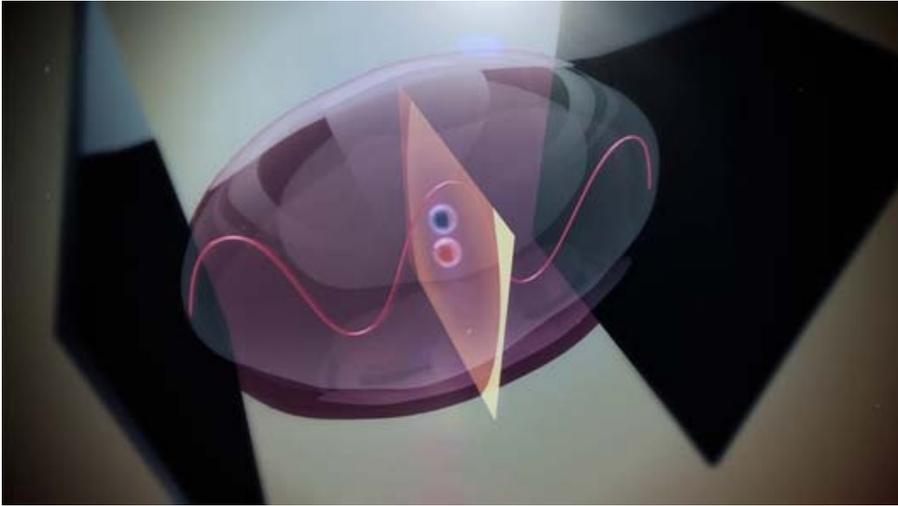
---

**L**e interazioni luce-materia sono alla base di un numero elevatissimo di eventi della nostra realtà quotidiana. Basti pensare che nell'occhio umano le cellule foto-ricettrici interagiscono continuamente con la radiazione elettro-magnetica tramite processi di assorbimento. Il progresso scientifico e tecnologico ha permesso di far interagire radiazione e materia anche in modi più inusuali, per esempio intrappolando la luce: posizionando due specchi ad alta riflettività l'uno di fronte a l'altro e distanziandoli di poche centinaia di nanometri otteniamo una microcavità in cui le onde elettromagnetiche risuonano e rimangono confinate a causa di fenomeni di interferenza. Tra le tante applicazioni, questo effetto può essere sfruttato per far interagire fortemente la luce con atomi e molecole che possono assorbire e riemettere fotoni tramite processi di transizione degli elettroni tra il livello energetico fondamentale e quelli eccitati. Se le energie in gioco per queste transizioni sono vicine

a quelle dei fotoni intrappolati nelle microcavità i due elementi si possono unire a formare nuovi stati ibridi detti polaritoni (Figura 1). In questo regime di interazione di luce e materia si aprono nuove ed entusiasmanti frontiere per lo studio dei fenomeni di elettrodinamica quantistica e nello sviluppo di dispositivi per la computazione quantistica.

## Microcavità

Per poter illustrare teoria ed applicazioni dei polaritoni è utile descrivere brevemente i principi alla base del funzionamento dei dispositivi di confinamento ottico, che permettono ai fotoni di rimanere localizzati per un tempo sufficientemente lungo da entrare in regime di accoppiamento forte con la materia. Come le onde acustiche prodotte da una corda di chitarra risuonano nella cassa armonica, le onde elettromagnetiche subiscono fenomeni di risonanza nelle microcavità ottiche. In questi sistemi la risonanza è causata dall'interferenza costruttiva della radiazione che subisce riflessioni multiple sugli specchi del risonatore (Figura 2), distanziati di un multiplo della lunghezza d'onda della luce da confinare:

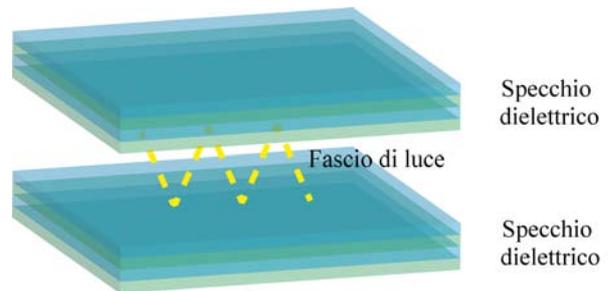


**Figura 1:** Illustrazione concettuale di un sistema microcavità-transizione elettronica in accoppiamento forte: la microcavità è formata da due specchi contrapposti che confinano la radiazione elettromagnetica con cui si accoppiano le transizioni di eccitazione ed emissione di atomi, molecole o cristalli semiconduttori.

nel caso della radiazione visibile siamo nell'ordine delle centinaia di nanometri da cui il prefisso micro. Gli specchi tipicamente utilizzati si dividono in due tipologie a seconda del tipo riflessione: nella prima viene sfruttata la riflessione in corrispondenza di una singola interfaccia ottica, per esempio una superficie metallica o un'interfaccia tra due materiali dielettrici. Il secondo approccio sfrutta le riflessioni parziali in strutture con numerose interfacce ottiche composte da materiali dielettrici alternati: gli spessori dei diversi materiali seguono una condizione periodica di tipo Bragg in modo che il cammino ottico (cioè il prodotto  $nd$  dell'indice di rifrazione  $n$  e lo spessore  $d$  dello strato) sia un quarto della lunghezza d'onda  $\lambda$ . Le porzioni di radiazione riflessa su ogni interfaccia sono in fase tra di loro e interferiscono costruttivamente amplificandosi e ottenendo così valori molto alti di riflettività. Se la periodicità viene realizzata lungo una sola dimensione utilizzando strati alternati con diverso indice di rifrazione si parla di specchi DBR (Distributed Bragg Reflector), mentre se è presente in due o tre dimensioni la struttura prende il nome di cristallo fotonico (Photonic Crystal). Gli specchi DBR saranno approfonditi nel prossimo paragrafo in cui illustreremo come dal punto di vista classico possiamo descrivere una microcavità planare in cui il confinamento avviene in una sola dimensione.

### Visione classica: cavità di Fabry-Perot

Il sistema di confinamento ottico che permette la maggiore comprensione dei fenomeni in gioco è la microcavità planare costituita da due strati



**Figura 2:** Schema concettuale di una microcavità planare con specchi dielettrici: le onde elettromagnetiche rimangono confinate per effetto di interferenze costruttive all'interno della struttura ottica.

di specchi ideali posti ad una distanza  $L$  (cavità di Fabry-Perot). Considerando degli specchi ideali si ha che il campo elettrico è nullo in corrispondenza delle due interfacce tra gli specchi e il mezzo che riempie la cavità (Figura 1): questa assunzione equivale ad imporre la condizione di stazionarietà per un'onda elettromagnetica nella direzione perpendicolare al piano degli specchi (direzione  $z$ ). Le onde stazionarie possibili saranno quelle per cui lo sfasamento dell'onda in un percorso completo tra i due specchi sia un multiplo intero di  $2\pi$  da cui si ottiene che:

$$k_z = \frac{m\pi}{nL} = m\omega_0, \quad (1)$$

dove  $k_z$  è la componente del vettore d'onda lungo  $z$ ,  $\omega_0$  è frequenza di risonanza della luce,  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo della cavità,  $L$  è la lunghezza della cavità,  $m$  è un numero intero che definisce l'ordine di risonanza. La presenza del fattore  $m$  fa sì che si creino nello stesso risonatore

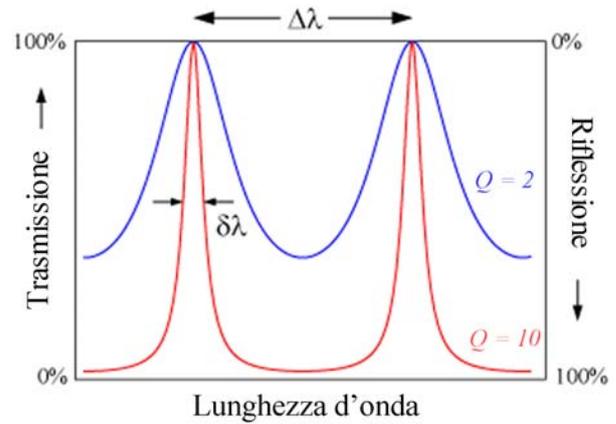
diversi ordini di risonanza a frequenze multiple di quella corrispondente al primo ordine. Un altro effetto importante del confinamento è che in corrispondenza della frequenza di risonanza la trasmissione della luce attraverso la cavità è permessa mentre in un singolo specchio sarebbe stata riflessa: la sola possibilità di creazione di onde stazionarie tra gli specchi per interferenza costruttiva rende possibile alla luce di penetrare attraverso essi. Questa proprietà viene illustrata nel grafico in figura 3 che mostra uno spettro di trasmissione/riflessione di una microcavità in funzione della lunghezza d'onda. È utile ricordare che solo lungo  $z$  sussiste la condizione di stazionarietà: in generale infatti la frequenza di risonanza di una cavità di Fabry-Perot dipende da  $q$ , la componente del vettore d'onda sul piano  $x, y$ :

$$\omega_c(q) = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_b}} \sqrt{k_z^2 + q^2} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_b}} \sqrt{\frac{(m\pi)^2}{L^2} + q^2}, \quad (2)$$

dove  $c$  è la velocità della luce ed  $\varepsilon_b$  è la costante dielettrica del materiale tra gli specchi. Vedremo in seguito come questa dipendenza angolare della frequenza di risonanza sarà determinante per alcune proprietà dei polaritoni. Esiste un parametro che fornisce una misura di quanto la luce viene confinata nelle strutture: il fattore di qualità (Q-factor). Esso è definito come il rapporto tra la frequenza di risonanza della cavità,  $\omega_0$  e la larghezza in frequenza a metà altezza del picco di risonanza (detta larghezza di banda del modo di cavità  $\gamma_c$ ), definita anche come  $\delta\lambda$  in un grafico dell'intensità di trasmissione o riflessione in funzione della lunghezza d'onda come quello in figura 3. Intuitivamente il fattore di qualità equivale al numero di rimbalzi che compie un fotone tra gli specchi prima di fuoriuscire dalla cavità.

A sua volta la larghezza di banda del modo di cavità è legata alla "velocità" con cui la radiazione all'interno della cavità viene dissipata, a causa di assorbimento, diffusione, o fuoriuscita di radiazione da specchi imperfetti. Il suo inverso  $\tau = 1/\gamma_c$  è definito come il tempo medio in cui il fotone rimane intrappolato.

Negli studi sui polaritoni si utilizzano princi-



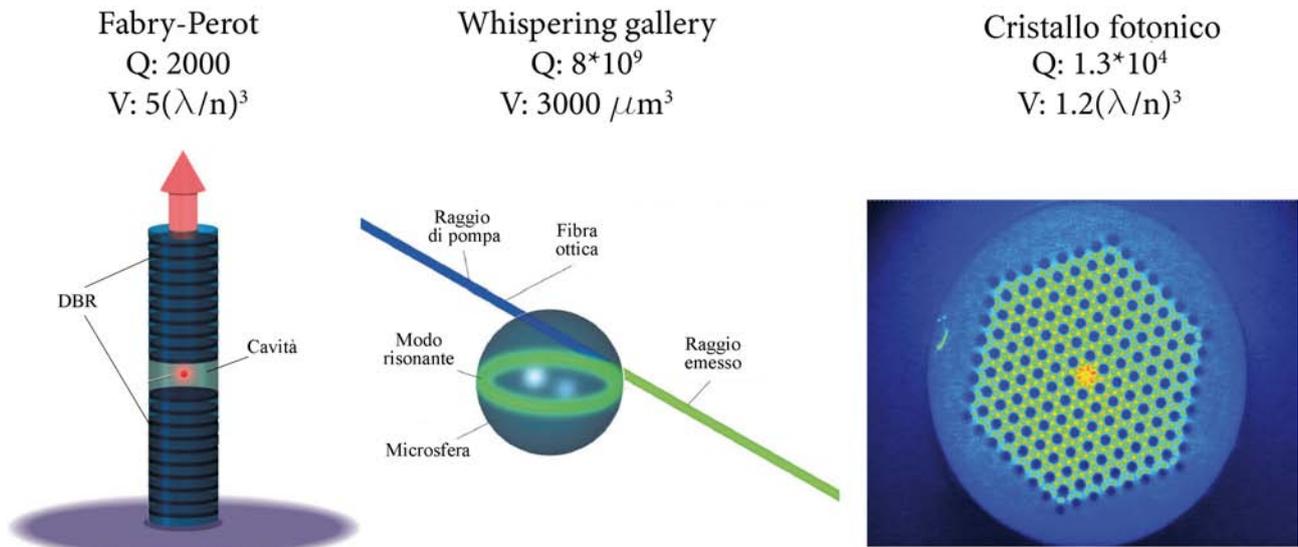
**Figura 3:** Distribuzione spettrale dei modi di risonanza di una microcavità. In ascisse troviamo la lunghezza d'onda, sull'asse verticale sinistro viene indicata l'intensità di trasmissione e sull'asse verticale destro l'intensità di riflessione che ha un andamento inverso alla trasmissione. La curva blu rappresenta una cavità con fattore di qualità pari a 2, mentre la curva rossa si riferisce a  $Q=10$ . Sul grafico viene indicata anche la larghezza di banda del modo di cavità ( $\delta\lambda$ ) e il range spettrale libero ( $\Delta\lambda$ ).

palmente le microcavità planari poiché, oltre a poter essere fabbricate più facilmente, presentano modi di risonanza che sono descrivibili da modelli teorici semplici ma al tempo stesso vicini alle condizioni ideali. Queste strutture sono quindi ottime per verificare la validità della teoria nella descrizione dei dati osservati. Descriviamo in maniera più approfondita gli specchi dielettrici dato che grazie ad essi si ottengono i fattori di qualità migliori per questa tipologia di cavità. La riflettività di uno specchio DBR dipende dal numero di coppie dei due materiali utilizzati e dal rapporto tra i loro indici di rifrazione.

$$R = 1 - 4 \frac{n_{ext}}{n_{cav}} \left( \frac{n_L}{n_H} \right)^{2N}, \quad (3)$$

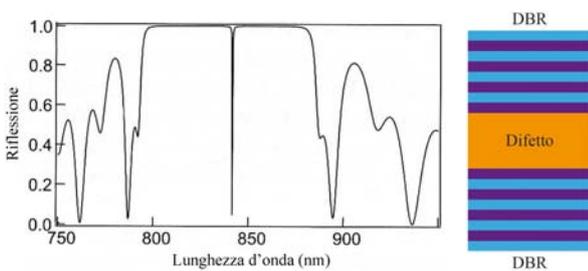
dove  $N$  è il numero di coppie,  $n_{ext}$  è l'indice di rifrazione del mezzo esterno alla cavità,  $n_{cav}$  è l'indice di rifrazione del mezzo interno,  $n_L$  e  $n_H$  sono gli indici rispettivamente del materiale a basso e ad alto indice di rifrazione.

Dall'interferenza delle onde elettromagnetiche si crea una banda di lunghezze d'onda per cui la radiazione viene riflessa completamente (stop-band). La larghezza della stop-band è proporzionale alla differenza tra gli indici di rifrazione degli strati dielettrici.



**Figura 4:** Esempi di strutture di confinamento ottico con i relativi fattori di qualità indicati dalla lettera  $Q$  e volumi modali (volume occupato dall'onda elettromagnetica confinata) definiti in  $\mu^3$  o in termini della dimensione del difetto ottico definita come lunghezza d'onda di risonanza fratto indice di rifrazione del mezzo in corrispondenza del difetto.

La presenza di un difetto lungo la periodicità degli strati, che può essere costituito da uno strato con spessore o materiale diverso da quelli del DBR, genera automaticamente una microcavità la cui frequenza di risonanza dipende dalle dimensioni e dal tipo di difetto: con la risonanza si crea l'apertura di una finestra di trasmissione nella stop-band degli specchi. Nella figura 5 viene mostrato lo spettro di intensità di luce riflessa dal DBR in cui è presente un difetto: si nota chiaramente la stop-band nella regione ad alta riflettività da circa 790 a 890 nm all'interno della quale si crea il modo di risonanza della cavità a circa 840 nm. Grazie alla alta riflettività dei DBR, il fattore di qualità di queste microcavità raggiunge valori elevati  $Q \approx 2000$ .



**Figura 5:** Intensità della luce riflessa (riflettanza) in funzione della lunghezza d'onda per una cavità costituita da un difetto nella periodicità di uno specchio DBR schematizzato nell'immagine accanto al grafico.

Estendendo la condizione di periodicità di

Bragg su più di una dimensione si ottengono le strutture ad alta riflettività 2D e 3D dei cristalli fotonici. Anche in questi sistemi una microcavità può essere fabbricata inserendo un difetto nel reticolo ottico. In figura 4 ad esempio viene mostrato un cristallo fotonico 2D in cui la periodicità ottica si genera scavando dei buchi con un pattern esagonale su un supporto dielettrico ad alto indice di rifrazione. Il contrasto di costanti dielettriche è dato dunque dal materiale del supporto e dall'aria. Si nota che il difetto nella periodicità ottica si ottiene lasciando al centro del cristallo fotonico una zona non forata in cui si creano le condizioni di risonanza e confinamento del campo elettromagnetico. Un altro modo per confinare la luce si ottiene fabbricando delle "whispering galleries" che sono strutture circolari di materiale dielettrico: essi sfruttano la riflessione totale interna della radiazione all'interfaccia tra aria e il corpo convesso (come una sfera o un disco) ad alto indice di rifrazione per fare risuonare la luce lungo la circonferenza esterna. Nella figura 4 vengono mostrati i valori dei fattori di qualità  $Q$  tipici delle strutture schematizzate dai disegni. Le cavità di Fabry-Perot sono caratterizzate da valori di  $Q$  più bassi rispetto ad altre tipologie di risonatori ottici poiché il confinamento avviene principalmente in una sola direzione.

Abbiamo trattato i principi di funzionamento di una microcavità e abbiamo considerato le di-

verse tipologie di risonatori ottici che possiamo utilizzare sperimentalmente approfondendo la descrizione delle microcavità planari di Fabry-Perot. A questo punto vedremo come è possibile trattare questi sistemi anche con un approccio puramente quantistico ottenendo una trattazione sorprendentemente semplice ed intuitiva della fisica dei fotoni confinati nelle microcavità.

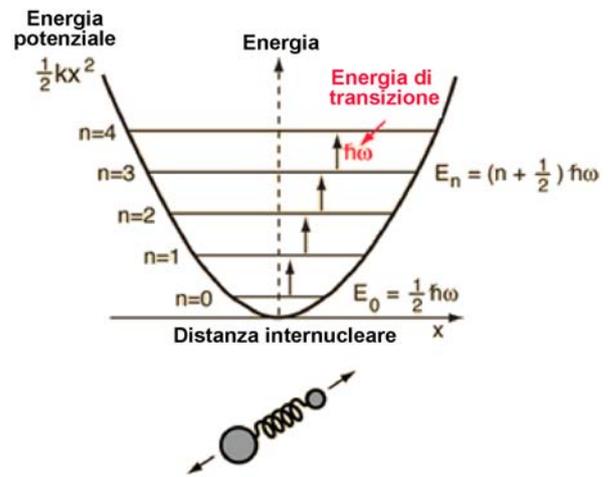
### Fotoni in scatola: visione quantistica

Il modello quantistico che descrive una microcavità sfrutta l'approccio della seconda quantizzazione del campo elettromagnetico.[2] Per la trattazione seguente è utile richiamare il concetto di oscillatore armonico quantistico: in questo sistema, tipicamente associato ad una particella confinata in un potenziale parabolico (se consideriamo ad esempio una molecola diatomica sarà dato dalla forza di repulsione tra due nuclei), i valori di energia che essa può assumere sono quantizzati come schematizzato in figura 6. C'è quindi una forte analogia con le onde stazionarie che si creano nelle microcavità solo in corrispondenza delle frequenze di risonanza. L'Hamiltoniana di un oscillatore armonico quantistico è in generale descritta dagli operatori posizione e quantità di moto ma si può semplificare introducendo degli operatori che chiameremo di creazione  $a^\dagger$  e distruzione  $a$ .

$$H_{osc} = \hbar\omega_0(a^\dagger a + \frac{1}{2}), \quad (4)$$

dove  $\omega_0$  è la frequenza di risonanza naturale dell'oscillatore. Gli autovalori dell'Hamiltoniana dell'oscillatore armonico saranno i livelli di energia discreti riportati in figura 6. Gli operatori di creazione e distruzione hanno un significato sottile poiché agiscono sullo stato del sistema rispettivamente incrementando o diminuendo di una unità il numero di quanti di oscillazione. L'operatore  $a^\dagger a$  è chiamato operatore numero ed il suo valore di aspettazione è un numero intero e positivo e rappresenta proprio il numero di oscillazioni quantizzate presenti nel sistema.

Nel caso della quantizzazione della luce i quanti di oscillazione sono rappresentati dai fotoni. L'autostato  $|N\rangle$  associato all'operatore numero è definito stato di Fock del fotone. Partendo dalle equazioni di Maxwell per la radiazione elettromagnetica che si propaga nello spazio libe-



**Figura 6:** Esempio di un oscillatore armonico quantistico: una molecola diatomica vibra come un sistema di due masse accoppiate da una molla ed è caratterizzata da un'energia potenziale che dipende dal quadrato della distanza dalla posizione di equilibrio ( $x=0$  nel grafico). Grazie al confinamento quantico i livelli energetici risultanti sono discreti e quantizzati.

ro ed effettuando una trasformazione di Fourier nello spazio reciproco si può scomporre il campo elettromagnetico come sommatoria di onde piane ciascuna con una specifica frequenza. In analogia con gli oscillatori armonici quantistici a ciascuna frequenza viene associato un numero intero di fotoni e i relativi operatori di creazione e distruzione. Nel caso della radiazione elettromagnetica quindi tali operatori rappresentano l'incremento o la diminuzione del numero di fotoni, ma non saranno funzione dell'operatore posizione e quantità di moto bensì del campo elettrico e del potenziale vettore. Seguendo questo approccio l'Hamiltoniana della luce che si propaga nello spazio libero ( $H_{FreeSpace}$ ) può essere espressa come:

$$H_{FreeSpace} = \sum_{k,j} \hbar\omega_k a_{kj}^\dagger a_{kj}, \quad (5)$$

dove  $k$  è l'indice relativo alla singola onda piana con frequenza  $\omega_k$  e  $j$  è un indice relativo alla polarizzazione della radiazione. Per la trattazione seguente conviene scrivere anche il potenziale vettore in termini di operatori di creazione e distruzione:

$$A_k(r) = \sum_{k,j} \lambda_{kj} (a_{kj} e^{ikr} + a_{kj}^\dagger e^{-ikr}), \quad (6)$$

$$\lambda_{kj} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 V \omega_k}} e_j, \quad (7)$$

dove  $k$  è il vettore d'onda,  $r$  è il vettore posizione,  $e_j$  è il versore di polarizzazione,  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica nel vuoto e  $V$  è il volume modale (volume occupato dall'onda elettromagnetica confinata).

A questo punto si possono fare alcune considerazioni sui sistemi che interessano il nostro studio e compiere delle approssimazioni. Anzitutto in una microcavità il campo non risuona a tutte le frequenze ma esistono onde stazionarie solo alla frequenza di risonanza  $\omega_{cav}$ , per cui la sommatoria dell'Hamiltoniana sarà costituita da un singolo termine o al massimo da quelli degli ordini di risonanza superiori. Inoltre considerando che le interazioni della luce avvengono in sistemi atomici o molecolari e che tipicamente in questi esperimenti si considerano frequenze nell'intervallo della luce visibile si ha che il prodotto  $kr$  è molto piccolo, quindi vale l'approssimazione di dipolo elettrico e la dipendenza del potenziale vettore dalla posizione può essere trascurata. Infine per semplicità consideriamo una singola polarizzazione. Con queste approssimazioni si ottengono l'Hamiltoniana della cavità  $H_{cav}$  e il potenziale vettore  $A_{cav}$ :

$$H_{cav} = \hbar\omega_{cav} a^\dagger a, \quad (8)$$

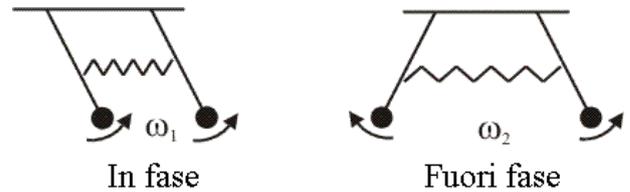
$$A_{cav}(r) = A_{cav}(0) = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 V \omega_{cav}}} e_1 (a + a^\dagger). \quad (9)$$

Ottenute queste semplici equazioni che descrivono i fotoni confinati in una microcavità, passiamo alla descrizione delle loro interazioni con la materia.

## Strong Coupling in microcavità

Le tipologie di interazione tra materia e fotoni in cavità possono essere suddivise in accoppiamenti deboli e forti. In accoppiamento debole la probabilità di una transizione elettronica sposta aumenta se all'energia di transizione corri-

sponde una elevata densità di stati fotonici (in poche parole più fotoni ci sono e più l'atomo o la molecola ha probabilità di emettere un altro fotone). Nel regime di accoppiamento forte (Strong Coupling) invece il fotone e l'eccitone formano un sistema unico caratterizzato da due nuovi stati a due energie diverse da quella degli stati di partenza: a questi stati si possono associare delle quasi-particelle chiamate polaritoni che possiedono proprietà ibride rispetto a quelle degli elementi non accoppiati. Questo regime si può ottenere in qualsiasi sistema associabile a due oscillatori armonici accoppiati e quindi ha un perfetto analogo nella meccanica classica: consideriamo ad esempio due pendoli identici accoppiati da una molla (figura 7). Se la costante elastica della molla è sufficientemente grande, il doppio pendolo potrà oscillare a due frequenze corrispondenti all'oscillazione in fase e fuori fase dei singoli pendoli diverse dalla frequenza di oscillazione naturale dei due pendoli non accoppiati. La differenza tra le due nuove frequenze dipenderà dalla costante elastica della molla e quindi dal grado di accoppiamento degli oscillatori armonici.



**Figura 7:** Oscillazioni naturali di due pendoli accoppiati in fase e fuori fase. Le frequenze delle oscillazioni sono diverse da quella del singolo pendolo e la differenza tra le due è proporzionale al grado di accoppiamento.

La condizione necessaria per entrare nel regime di Strong Coupling è inserire in una struttura di confinamento ottico un materiale in cui possono avvenire transizioni elettroniche (vedi schema in Figura 1). Consideriamo quindi un materiale in cui gli elettroni di valenza compiono transizioni dallo stato fondamentale a quello eccitato e formano con le lacune nello stato fondamentale (vacanze di elettroni con carica opposta) delle quasi-particelle chiamate eccitoni. Se l'energia della transizione eccitonica è uguale o molto vicina a quella dei fotoni confinati nel modo di risonanza della cavità, viene raggiunto l'accop-

piamento forte luce-materia quando eccitoni e fotoni si scambiano energia più rapidamente rispetto ad eventuali processi di decadimento (dephasing) dell'eccitone e di fuoriuscita del fotone dalla cavità. Questo scambio energetico è associato a un ciclo di emissione e riassorbimento del fotone chiamato ciclo di Rabi.

Il regime di strong coupling è stato raggiunto in tantissimi sistemi molto diversi tra di loro, ma quelli che hanno mostrato i fenomeni più interessanti sono i gas di atomi in cavità ultra-fredde e le microcavità di semiconduttori in stato solido. Nel prosieguo vedremo come descrivere un sistema in regime di strong coupling sia dal punto di vista ideale, con una trattazione puramente quantistica che ben si presta per analizzare esperimenti di strong coupling di singoli atomi, sia approfondendo la trattazione semiclassica con un approccio utile per analizzare le microcavità in stato solido. La prima parte si chiuderà con la descrizione degli esperimenti di *entanglement* a singolo polaritone, nella seconda presenteremo esperimenti di condensazione di Bose-Einstein in dispositivi a stato solido e a temperatura ambiente.

## Il modello quantistico: sistemi a due livelli accoppiati

L'approccio quantistico offre un modello dell'accoppiamento luce-materia molto intuitivo e utile per avere una visione generale di qualsiasi sistema che presenta delle transizioni energetiche. In questa descrizione la radiazione confinata in microcavità sarà considerata come descritto nella sezione precedente, ossia come fotoni associati ad onde stazionarie alla frequenza di risonanza della cavità, mentre l'eccitone sarà considerato come un sistema atomico in cui un elettrone può compiere transizioni tra due livelli energetici.[2] Quest'ultima approssimazione è valida, oltre che per il campo della fisica atomica, anche in tutti i casi dove c'è confinamento elettronico, per esempio in strati sottili di molecole dove ci sono poche interazioni inter-molecolari e gli elettroni sono confinati o in strutture inorganiche di confinamento elettronico chiamate Quantum Wells.

Descriviamo dunque lo stato dei due sistemi non accoppiati schematizzati in figura 8: l'atomo

può essere descritto da un sistema a due livelli, lo stato fondamentale  $|g\rangle$  e quello eccitato  $|e\rangle$  che rappresentano la base per descriverne lo stato. I fotoni confinati invece saranno descritti da un sistema che ha per base gli stati di Fock del fotone alla frequenza di risonanza della cavità. Per semplificare la trattazione consideriamo solo gli stati di Fock  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  che rappresentano rispettivamente la situazione in cui non ci sono fotoni in cavità oppure ce n'è uno.



**Figura 8:** Stati energetici dell'elettrone in un sistema a due livelli e stati di Fock del fotone in cavità.

L'Hamiltoniana del sistema *fotone confinato e atomo* sarà descritta dall'espressione seguente:

$$H = \frac{1}{2m} (p - eA)^2 + V(r) + H_{cav}. \quad (10)$$

Il primo termine della sommatoria rappresenta l'energia cinetica di un elettrone immerso in un campo elettromagnetico dove  $p$  è l'operatore quantità di moto dell'elettrone,  $e$  la carica dell'elettrone,  $m$  la sua massa,  $A$  l'operatore potenziale vettore del campo elettromagnetico. Il secondo termine rappresenta il potenziale atomico, mentre il terzo è l'Hamiltoniana del campo elettromagnetico quantizzato in cavità (vedi equazione 8). Sviluppando questa espressione ricaviamo:

$$H = H_{cav} + H_e + H_{int} \quad (11)$$

con

$$H_e = \frac{p^2}{2m} + V(r), H_{int} = \frac{e^2 A^2}{2m} - \frac{epA}{m}. \quad (12)$$

Abbiamo isolato i termini relativi all'energia del solo elettrone ( $H_e$ ) da quelli di interazione radiazione-materia ( $H_{int}$ ). Come abbiamo visto sfruttando l'approccio della seconda quantizzazione possiamo riscrivere i termini dell'Hamiltoniana riferiti al campo elettromagnetico introducendo gli operatori di creazione e distruzione  $a^\dagger$  e  $a$  per i fotoni. Si può dimostrare che anche

il sistema atomico a due livelli può essere considerato come un oscillatore armonico quantistico analogamente al caso della radiazione elettromagnetica. Infatti le transizioni elettroniche tra i due livelli energetici del sistema atomico possono essere approssimate come un dipolo elettrico oscillante con frequenza di oscillazione pari a  $\omega_{exc}$ . Introduciamo quindi gli operatori  $b^\dagger$  e  $b$  di creazione e distruzione di eccitazioni elettroniche. Se applichiamo l'operatore  $b^\dagger$  allo stato  $|g\rangle$  avremo lo stato  $|e\rangle$ , ossia l'elettrone nello stato fondamentale ha compiuto una transizione nello stato eccitato. Applicando invece  $b$  a  $|e\rangle$  otterremo lo stato  $|g\rangle$ , ossia il sistema elettronico nello stato fondamentale. Dunque l'Hamiltoniana elettronica si potrà scrivere come:

$$H_e = \hbar\omega_{exc} b^\dagger b. \quad (13)$$

È utile anche definire l'operatore quantità di moto in termini di questi nuovi operatori:

$$p = -\frac{m\omega_{exc}d}{e} (b + b^\dagger), \quad (14)$$

dove  $d$  è il momento di dipolo elettrico. Ricordiamo che il momento di dipolo elettrico è una misura della distanza tra due particelle cariche opposte che nell'eccitone sono identificate dall'elettrone e dalla lacuna. Sostituendo agli operatori  $p$  ed  $A$  nelle espressioni citate in precedenza, l'Hamiltoniana dell'intero sistema fotone-eccitone verrà quindi scritta in modo molto semplice:

$$H = \hbar\omega_{cav} a^\dagger a + \hbar\omega_{exc} b^\dagger b + \hbar\Omega (b + b^\dagger) (a + a^\dagger) + \frac{\hbar^2 \Omega^2}{\hbar\omega_{cav}} (a + a^\dagger) (a + a^\dagger), \quad (15)$$

dove  $\Omega$  è chiamata frequenza di Rabi. Nella condizione di risonanza per cui  $\omega_{exc} = \omega_{cav} = \omega$  e considerando i dipoli elettrici allineati con la polarizzazione della radiazione, essa è uguale a:

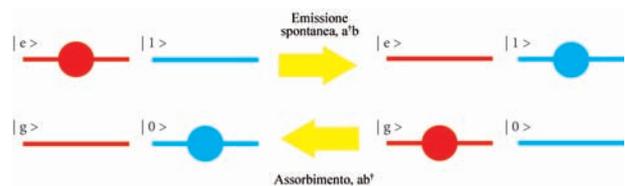
$$\Omega = d\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}. \quad (16)$$

dove  $d$  è il momento di dipolo elettrico e  $V$  è il volume modale. Questa grandezza rappresenta la frequenza di interazione tra fotone ed eccitone e può essere vista come una misura dell'accoppiamento luce-materia. A questo punto possiamo

fare una ulteriore approssimazione chiamata Rotating Wave Approximation (RWA). Consideriamo innanzitutto trascurabile il termine in cui compare il rapporto  $\frac{\Omega^2}{\omega}$  poiché nei sistemi fisici studiati sperimentalmente la frequenza di Rabi è tipicamente molto più bassa della frequenza di risonanza. Inoltre sviluppando il termine in cui compare  $\omega$  si possono fare altre considerazioni:

$$H_{int} = \hbar\Omega(ab + ab^\dagger + a^\dagger b + a^\dagger b^\dagger). \quad (17)$$

Possiamo suddividere i quattro termini dell'Hamiltoniana di interazione nei termini detti risonanti che moltiplicano  $ab^\dagger$  e  $a^\dagger b$  e in quelli antirisonanti in cui compaiono  $a^\dagger b^\dagger$  e  $ab$ . I termini risonanti si chiamano così perché considerano le transizioni tra fotone ed elettrone in risonanza e conservano l'energia del sistema dato che creano una eccitazione e contemporaneamente ne distruggono un'altra. Essi rappresentano transizioni reali come ad esempio nell'emissione spontanea si crea un fotone nella cavità e un eccitone decade. In figura 9 viene mostrato come agiscono i termini risonanti di interazione. I termini antirisonanti invece creano o distruggono contemporaneamente due eccitazioni, non seguono la conservazione dell'energia e quindi sono associati a transizioni virtuali che hanno una probabilità molto bassa di avvenire. Nella RWA i termini antirisonanti vengono trascurati proprio perché descrivono transizioni poco probabili.



**Figura 9:** Visione quantistica dei processi di emissione spontanea e di assorbimento tra fotone ed elettrone. Nella situazione di sinistra l'atomo è eccitato e non ci sono fotone in cavità, mentre in quella di destra l'atomo è nello stato fondamentale ed è presente un fotone: le transizioni tra le due configurazioni vengono descritte dai termini risonanti di interazione  $ab^\dagger$  e  $a^\dagger b$ .

Con queste approssimazioni possiamo scrivere l'Hamiltoniana del sistema nella forma seguente:

$$H = \hbar\omega_{cav}a^\dagger a + \hbar\omega_{exc}b^\dagger b + \hbar\Omega(a^\dagger b + ab^\dagger). \quad (18)$$

In questa forma essa viene chiamata Hamiltoniana di Jaynes-Cummings in onore dei due scienziati che per primi hanno ideato il modello. [3] A causa della presenza dei termini di interazione luce-materia l'Hamiltoniana di Jaynes-Cummings non ha come autostati gli stati del fotone e dell'eccitone tal quali, ma viene diagonalizzata utilizzando una combinazione lineare delle basi  $|g, 1\rangle$  e  $|e, 0\rangle$  di un sottospazio dello spazio prodotto tra gli spazi di Hilbert dei due sistemi di partenza:

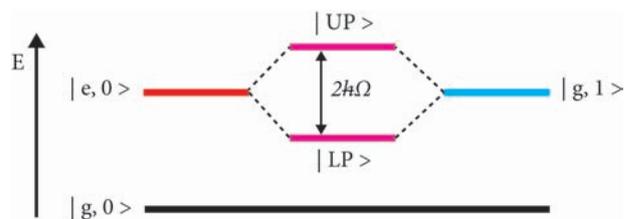
$$\begin{aligned} |UP\rangle &= \alpha |g, 1\rangle - \beta |e, 0\rangle, \\ |LP\rangle &= \alpha' |g, 1\rangle + \beta' |e, 0\rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

I nuovi stati misti risultanti vengono chiamati stati polaritonici (Upper Polariton e Lower Polariton) e gli autovalori di energia considerando  $\omega_{exc} = \omega_{cav} = \omega$  risultano:

$$E_{UP,LP} = \hbar(\omega \pm \Omega). \quad (20)$$

Grazie all'interazione fra i due sistemi dagli stati degeneri in energia di fotone ed eccitone si creano i due stati polaritonici che avranno una differenza di energia pari a  $2\hbar\Omega$ . Essendo metà fotoni e metà eccitoni, i polaritoni possiedono caratteristiche ibride che li rendono interessanti per tanti studi e applicazioni: possiedono la capacità di interazione tipica delle particelle cariche e dotate di massa ma con una lunghezza di coerenza molto più elevata tipica del fotone. Inoltre nei polaritoni fotone ed eccitone sono *entangled* poiché questi stati non si possono scrivere come semplice prodotto delle basi dei sistemi separati ossia non sono fattorizzabili.

La trattazione quantistica presentata ci fornisce un risultato esatto delle possibili interazioni luce-materia in maniera semplice ed elegante, ma è valida in un sistema ideale e non tiene conto delle dissipazioni che determinano perdite di fase e coerenza. Per tener conto di questi effetti ci viene in aiuto la trattazione semiclassica che vedremo successivamente. Nonostante le difficoltà sono stati effettuati degli esperimenti in cui il sistema è stato progettato per lavorare in con-



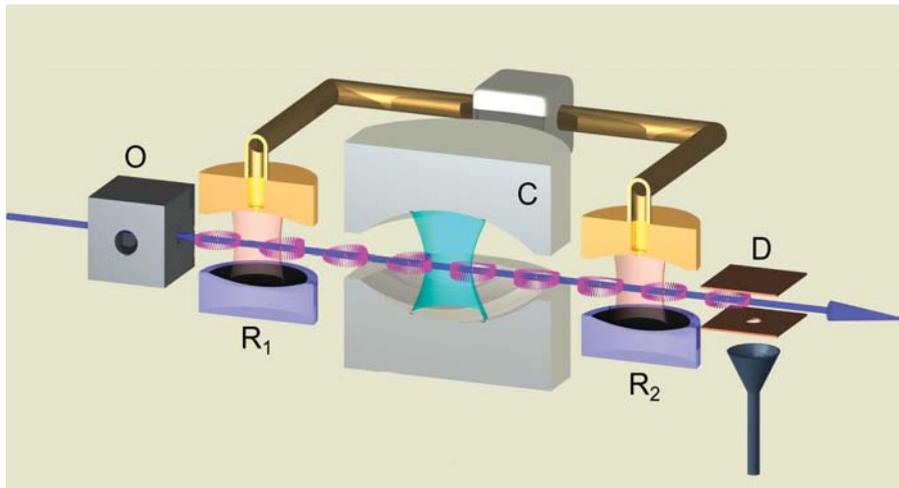
**Figura 10:** Formazione degli stati polaritonici Upper Polariton (UP) e Lower Polariton (LP) a partire dagli stati eccitone e fotone in cavità. La differenza in energia dei nuovi stati  $2\hbar\Omega$  è direttamente proporzionale al grado di accoppiamento del sistema.

dizioni estreme in modo da rendere le perdite trascurabili: in questo apparato è stato possibile fare esperimenti che sono valsi il premio Nobel per aver studiato fenomeni di *entanglement* e decoerenza quantistica con singoli polaritoni.

## Atomi e cavità entangled

Data la natura "Entangled" di fotoni ed eccitoni in regime di SC è possibile sfruttare le proprietà dei polaritoni per studiare questo fenomeno e per testare la decoerenza quantistica, ossia come e perchè nei sistemi macroscopici non vediamo i fenomeni tipici della fisica quantistica. Inoltre l'*entanglement* è una risorsa di fondamentale importanza per la computazione quantistica dove i bit classici sono sostituiti dai qubit, degli oggetti quantistici in sovrapposizione di stato che possono assumere valori continui tra 0 e 1. Se i qubit non fossero in stato *entangled* un computer quantistico sarebbe facilmente simulato da un computer classico. Ciascun qubit infatti può essere simulato da  $2n$  bit con una accuratezza pari a  $n$ . Per simulare  $m$  qubit non *entangled* con la stessa accuratezza ci vorrebbero  $2mn$  bit, mentre se i qubit fossero *entangled* il numero di bit equivalenti sarebbe  $2^m n$ ! L'*entanglement* dunque rappresenta il vero valore aggiunto nella capacità di calcolo di un computer quantistico. Lo studioso che ha dato il contributo più significativo nell'*entanglement* tra fotoni ed elettroni è il premio Nobel Serge Haroche.[5] Nei suoi esperimenti atomi di Rydberg vengono inviati in una microcavità con altissimo fattore di qualità costituita da specchi superconduttori (Figura 11).

Descriviamo l'apparato sperimentale utilizzato: gli atomi di Rydberg sono degli atomi con



**Figura 11:** Schema dell'apparato sperimentale per testare l'accoppiamento atomi di Rydberg-cavità. Gli atomi provenienti da un raggio atomico vengono selezionati in base alla loro velocità da un pompaggio laser prima di essere preparati in stati di Rydberg (O). Essi attraversano la cavità C e vengono misurati in uscita da un detector D che applica un campo ionizzante. Eventualmente lo stato degli atomi può essere preparato tramite delle cavità ausiliarie  $R_1$  e  $R_2$  prima e dopo la cavità C per effettuare esperimenti di interferometria con la tecnica di Ramsey.

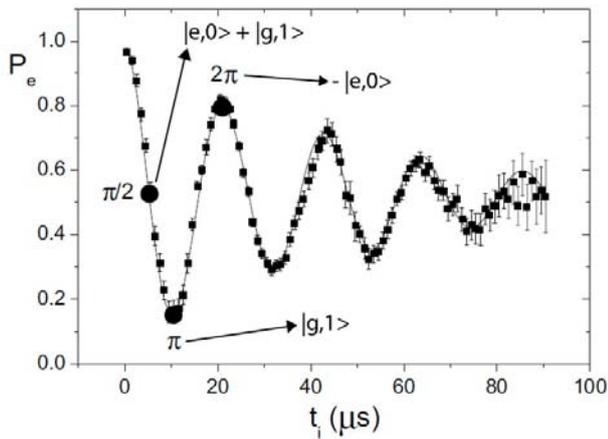
alto numero atomico in cui gli elettroni di valenza sono molto distanti dal nucleo e sono quindi schermati dal campo elettrico prodotto da esso. Tali elettroni vengono eccitati in modo che la configurazione elettronica sia simile all'atomo di idrogeno e sono quindi ottimi sistemi per studiare le proprietà quantistiche dei polaritoni poiché si comportano essenzialmente come un sistema a due livelli. La cavità è fabbricata in modo da confinare fotoni nell'intervallo delle microonde (frequenza di 51.1 GHz e lunghezza d'onda di 6 mm). Il lungo tempo di permanenza dei fotoni (circa 1 ms) dato dall'elevato fattore di qualità permette di far interagire la cavità con un atomo di Rydberg per volta se inviato all'interno di essa con l'opportuna velocità. Il modo di risonanza della cavità è uguale o vicino alla transizione tra due livelli energetici atomici  $|e\rangle$  e  $|g\rangle$ . Per minimizzare le perturbazioni causate dalla radiazione termica l'apparato viene raffreddato fino a temperature bassissime (circa 1 K). Nella parte finale si inseriscono dei detector D che misurano lo stato dell'atomo dopo il passaggio dalla microcavità applicando un campo ionizzante che fornisce un segnale di tipo on/off se l'energia di ionizzazione è sufficiente o meno affinché l'elettrone venga strappato dall'atomo. Nel paragrafo precedente abbiamo descritto la frequenza di Rabi  $\Omega$  come frequenza caratteristica del ciclo di scambio di energia tra fotoni in cavità ed atomi. La probabilità di trovare l'atomo nello stato  $|e\rangle$  o  $|g\rangle$  è infatti una funzione periodica caratterizzata dalla frequenza  $\Omega$ . Nel setup di Haroche questa frequenza è elevata (circa 50

KHz) grazie all'alto grado di accoppiamento tra gli atomi di Rydberg e le microonde ed è quindi possibile misurare direttamente le oscillazioni tra i due stati dell'atomo. Inviando gli atomi uno alla volta nella cavità e cambiando il tempo di interazione luce-materia è possibile ricostruire sperimentalmente le oscillazioni di Rabi in funzione del tempo come mostrato in figura 12. Il tempo di interazione viene modificato a comando applicando un campo elettrico tra gli specchi della cavità che, grazie all'effetto Stark, modifica i livelli energetici degli atomi mandando il sistema fuori risonanza. In questo modo si può "congelare" l'oscillazione nella condizione voluta. Per esempio, come mostrato in figura 12, è possibile fermare l'interazione nella fase  $\pi/2$  del ciclo di Rabi realizzando una sovrapposizione

$$|e, 0\rangle + |g, 1\rangle. \quad (21)$$

Questo stato *entangled* atomo-fotone sopravvive anche dopo che l'atomo ha lasciato la cavità. Si può anche interrompere il ciclo di Rabi dopo una fase  $\pi$  ottenendo l'effetto di invertire lo stato atomico e quello della cavità. Infine facendo compiere un ciclo di  $2\pi$  si può cambiare il segno dello stato atomo-cavità (analogamente ad una rotazione di  $2\pi$  di un sistema a spin 1/2). Tutte queste operazioni permettono di ottenere delle porte logiche quantistiche. Infatti il sistema a due livelli (negli stati  $|e\rangle$  e  $|g\rangle$ ) e il fotone in cavità (negli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ ) si possono considerare come qubit che interagiscono grazie allo Strong Coupling.

Le potenzialità dello Strong Coupling per stu-



**Figura 12:** Oscillazioni di Rabi misurate sperimentalmente per atomi di Rydberg inviati nella cavità nello stato iniziale  $|e\rangle$ . Ripetendo l'esperimento per diversi tempi di interazione atomo-cavità si può ricostruire la probabilità  $P_e$  di trovare l'atomo in stato  $|e\rangle$  dopo essere uscito dalla cavità. A seconda del momento in cui cessa l'interazione il sistema può essere "congelato" in qualsiasi stato.

diare i sistemi nei regimi quantistici non si esauriscono qui. Per esempio l'oscillazione di Rabi quantistica fornisce un metodo efficace per preparare due atomi in stato *entangled*. Dopo che un atomo è stato inviato nella cavità ed è stato congelato dopo una fase  $\pi/2$ , si invia un secondo atomo inizialmente in stato  $|g\rangle$  che entra nel ciclo di rabi per una fase  $\pi$ , riassorbendo il fotone che era già *entangled* con il primo atomo. Alla fine del processo la cavità rimane senza fotoni e i due atomi diventano *entangled* nello stato

$$|e, g\rangle + |g, e\rangle \quad (22)$$

Il gruppo di Haroche ha compiuto numerosi test su questo stato dimostrandone l'effettiva proprietà di *entanglement* e studiando le proprietà di correlazione. Lo stesso apparato sperimentale può essere sfruttato per tantissimi studi e applicazioni, per esempio per testare la decoerenza quantistica in sistemi in sovrapposizione di stati tipo "gatto di Schrödinger". Utilizzando una cavità ausiliaria prima della cavità principale C si possono preparare gli atomi che entrano nell'apparato in stato  $|e\rangle$  in sovrapposizione di stati

$$|g\rangle + |e\rangle \quad (23)$$

tramite un impulso laser che faccia compie-

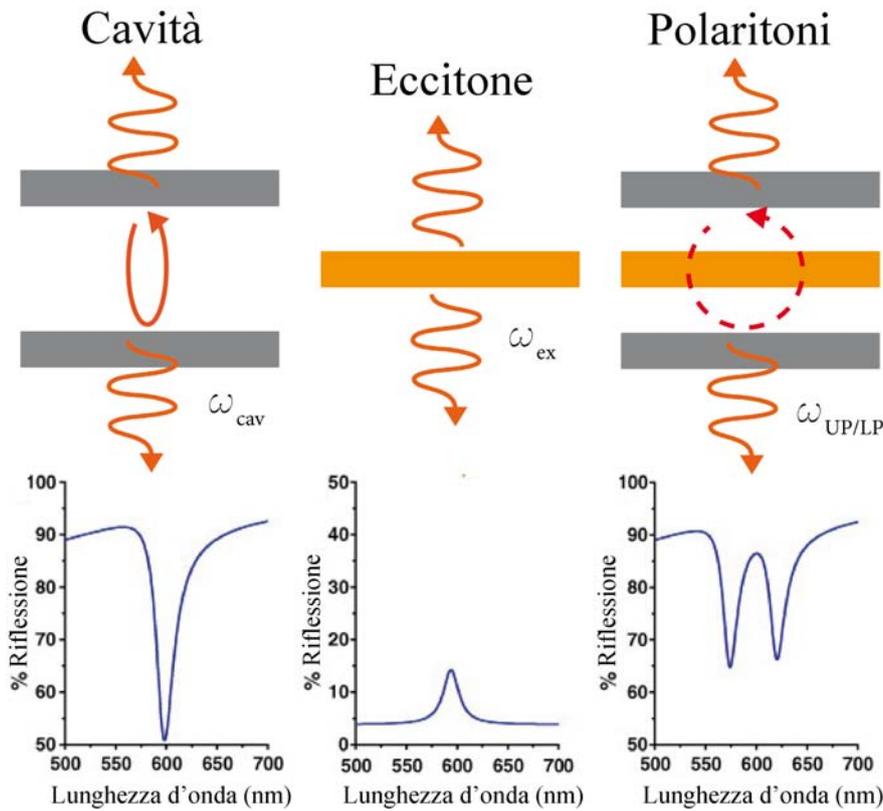
re una evoluzione di  $\pi/2$  nel ciclo di Rabi. In questa cavità ausiliaria a basso fattore di qualità gli atomi sono in regime di strong coupling, ma il campo elettromagnetico all'interno di essa si comporta classicamente, quindi non produce stati *entangled*. Supponiamo che gli atomi in sovrapposizione di stati dopo l'impulso della cavità  $R_1$  non interagiscano con la cavità centrale ad alto Q ma passino direttamente attraverso una terza cavità  $R_2$  sempre caratterizzata da un basso fattore di qualità. Anche in questo caso verrà inviato un impulso di  $\pi/2$  alla stessa frequenza di  $R_1$  che ha la funzione di applicare una seconda trasformazione allo stato degli atomi: se gli impulsi in  $R_1$  e in  $R_2$  sono in fase allora nel caso ideale ci sarà il 100% di probabilità che il detector finale misuri l'atomo nello stato  $|g\rangle$ . Viceversa se c'è uno sfasamento questa probabilità sarà in generale una funzione sinusoidale della differenza di fase  $\phi$  tra gli impulsi e lo stato atomico:

$$P_e = 1 - P_g = (1 - \cos\phi)/2 \quad (24)$$

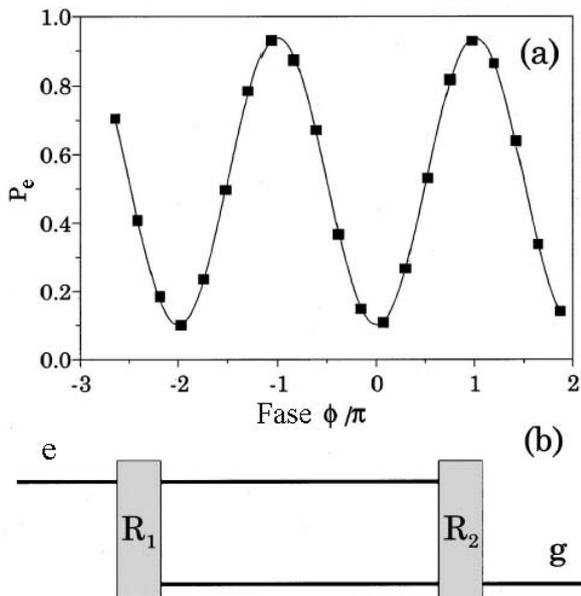
che a sua volta è definita dalla relazione seguente:

$$\phi = (\omega_r - \omega_{eg})T_r \quad (25)$$

dove  $\omega_r$  è la frequenza degli impulsi nelle cavità ausiliarie,  $\omega_{eg}$  è la frequenza della transizione atomica e  $T_r$  è il tempo impiegato dagli atomi per passare dalla prima alla seconda cavità. Variando dunque la differenza tra la frequenza di transizione e quella degli impulsi si ottiene il grafico mostrato in figura in cui compaiono le frange di interferenza. Questo apparato prende il nome di interferometro di Ramsey (schematizzato in figura 13) e può essere sfruttato per misurare la decoerenza di un sistema quantistico. La presenza di interferenza infatti è direttamente legata alla coerenza degli atomi tra le due cavità  $R_1$  e  $R_2$ : qualsiasi perturbazione che intacca la coerenza degli atomi in sovrapposizione di stato dopo  $R_1$ , per esempio la presenza di fotoni nella cavità C, avrà l'effetto di distruggere l'interferenza e diminuire il contrasto tra le frange. Haroche ha sfruttato proprio questo effetto per misurare i tempi di decoerenza di fotoni confinati nella cavità centrale.[6]



**Figura 14:** Spettri di riflettanza sperimentali ( $1-T$ ) dei sistemi cavità e materiale che assorbe e riemette fotoni prima e dopo l'istaurarsi del regime di Strong Coupling. Lo spettro del materiale identifica la transizione eccitonica. Gli spettri dei sistemi non accoppiati sono riconducibili a funzioni di oscillatori armonici, da cui è possibile ricavare la frequenza complessa di oscillazione naturale la cui parte immaginaria è una misura del tempo di dephasing di eccitoni e fotoni in cavità.



**Figura 13:** Frange di interferenza di Ramsey: a) grafico per la transizione  $e \rightarrow g$  della probabilità  $P_e$  di misurare l'atomo nello stato  $|e\rangle$  in funzione della differenza di fase  $\phi$  tra i due impulsi  $\pi/2$  in  $R_1$  e  $R_2$  espressa in unità di  $\pi$ . I punti sono misure sperimentali mentre la linea è un fit sinusoidale. La probabilità non arriva al 100% a causa di perturbazioni e perdite nell'apparato. b) Schema che mostra i due cammini seguiti dagli stati di un atomo nell'interferometro di Ramsey.

### Strong Coupling in stato solido

I fenomeni dello Strong Coupling sono stati studiati e sfruttati anche in dispositivi a stato solido utilizzando dei materiali semiconduttori. Rispetto alla trattazione fatta nel caso ideale con cui si possono correttamente modellizzare sistemi atomici in cavità ultra-fredde, in questo caso occorre considerare le perdite delle cavità e dei materiali emissivi usando la trattazione semiclassica. Consideriamo anche in questo caso le transizioni eccitoniche e i modi fotonici della cavità come degli oscillatori armonici ma di tipo classico. Le frequenze di transizione eccitonica e di risonanza della cavità sono delle grandezze complesse: le parti immaginarie saranno rispettivamente relative alla velocità di decadimento dell'eccitone, che corrisponde approssimativamente alla larghezza a metà altezza del picco di assorbimento, e alla velocità di dissipazione del fotone nella cavità, che corrisponde alla larghezza di banda dello spettro di riflettanza (vedi Fig. 14). Dall'equazione che descrive il moto di un oscillatore armonico smorzato e forzato possiamo ricavare la frequenza complessa di risonanza la cui parte reale corrisponde alla frequenza di picco di risonanza, mentre la parte immaginaria si riferisce al termine di smorzamento (quindi

di dissipazione). Applicando una trasformata di Fourier si ottiene uno spettro di intensità in funzione della frequenza che riconduce il coefficiente di smorzamento alla larghezza a metà altezza del picco spettrale dell'oscillatore.

Conosciute le frequenze dei sistemi non accoppiati, per risalire alle frequenze degli stati polaritonici possiamo scrivere l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo come:

$$\begin{bmatrix} \omega_{exc} - i\gamma_{exc} & V \\ V & \omega_{cav} - i\gamma_{cav} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} |Exc\rangle \\ |Cav\rangle \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} |Exc\rangle \\ |Cav\rangle \end{pmatrix}, \quad (26)$$

dove  $V$  rappresenta il termine di interazione. Diagonalizzando la matrice si ottengono gli autovalori:

$$\begin{aligned} \omega_{UP/LP} &= \frac{\omega_{exc} + \omega_{cav} - i(\gamma_{exc} + \gamma_{cav})}{2} \\ &\pm \sqrt{V^2 + \frac{1}{4}[\omega_{exc} - \omega_{cav} - i(\gamma_{exc} - \gamma_{cav})]^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

Quando  $\omega_{exc}$  e  $\omega_{cav}$  coincidono (condizione di anticrossing), possiamo ricavare la frequenza di Rabi  $\Omega$  sapendo che la differenza di energia tra i due stati polaritonici (Rabi splitting) è uguale a  $2\hbar\Omega$ :

$$\Omega = \sqrt{V^2 - \frac{1}{4}(\gamma_{cav} - \gamma_{ex})^2}. \quad (28)$$

Dall'equazione precedente risulta che la condizione per cui la radice sia reale è che il suo argomento deve essere positivo ossia che  $|V| > |\gamma_c - \gamma_{ex}|$ , quindi il termine di interazione deve essere maggiore della differenza tra i termini di dissipazione del fotone e dell'eccitone. Confrontando questo risultato con quello ottenuto da una trattazione puramente classica si può identificare il termine di interazione  $V$  con i parametri sperimentali del sistema cavità-semiconduttore:

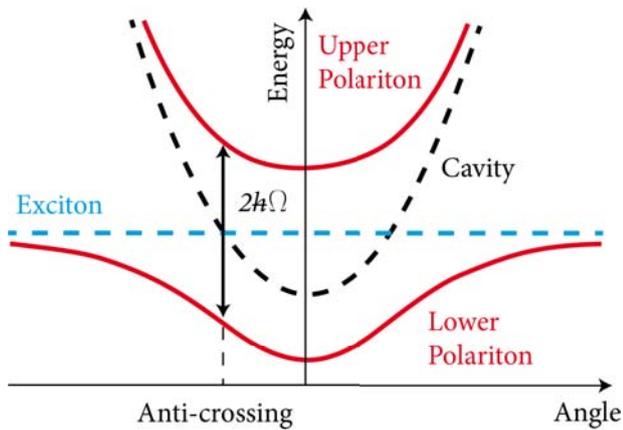
$$V^2 = \frac{4AdQ\gamma_{ex}\gamma_{cav}}{\pi}, \quad (29)$$

dove  $A$  è il coefficiente di assorbimento del materiale,  $d$  è lo spessore di tale strato semiconduttore e  $Q$  è il fattore di qualità della cavità.[4]

Da questa relazione ricaviamo una dipendenza diretta del termine di accoppiamento con i parametri sperimentali della microcavità: per aumentare l'accoppiamento è necessario usare dei materiali con alto coefficiente di assorbimento e delle cavità con alto fattore di qualità.

Nella condizione di anticrossing ( $\omega_{exc} = \omega_{cav}$ ) i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  di eccitone e fotone (Eq. 19) sono uguali per entrambi gli stati, quindi i polaritoni avranno uguale carattere fotonico ed eccitonico, ma questa condizione non è costante per tutti gli angoli. Come abbiamo visto in precedenza infatti la frequenza di risonanza di una microcavità dipende dall'angolo, mentre in film amorfi di semiconduttori la frequenza di assorbimento ha una dispersione piatta. Questo implica che in una microcavità ci sarà solo un ristretto intervallo di angoli per cui le energie di fotone ed eccitone coincidono; per tutti gli altri angoli i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  saranno in generale diversi e i polaritoni avranno più carattere fotonico o eccitonico. Questo si riflette anche sull'andamento dell'energia dei polaritoni in funzione dell'angolo che sarà più piatto quando il carattere è più eccitonico, mentre nel caso opposto seguirà più l'andamento della cavità (Figura 15). Come vedremo nella sezione dedicata ai condensati di Bose-Einstein, è utile associare ai polaritoni una massa efficace: essa dipende dai coefficienti di mixing, ma in genere sarà dominata da quella del fotone essendo molto più piccola di quella dell'eccitone (il fotone in cavità ha una massa efficace non nulla proprio a causa del confinamento).[7]

Per la scelta del materiale su cui creare gli eccitoni si possono considerare semiconduttori organici o inorganici: i semiconduttori organici presentano eccitoni di tipo Frenkel, che sono localizzati, hanno alte energie di legame ed elevati coefficienti di assorbimento, proprietà vantaggiose per avere Strong Coupling a temperatura ambiente. Il fenomeno di elettroluminescenza da polaritoni a temperatura ambiente è stato osservato per la prima volta usando una struttura a base di semiconduttori organici contenente un sottile strato di aggregati di molecole organiche racchiuso tra due strati di materiali per l'iniezione di buche e ed elettroni e due specchi metallici che fungevano anche da elettrodi.[8] Un'altra caratteristica interessante dei semiconduttori organici è che grazie alla forte energia



**Figura 15:** Grafico dell'energia associata agli stati polaritonici in funzione dell'angolo. Il punto in cui l'energia dell'excitone eguaglia quella della cavità prende il nome di anticrossing. L'andamento delle dispersioni polaritoniche è più simile a quello dell'excitone o della cavità non accoppiati se lo stato polaritonico è più eccitonico o fotonico.

di legame che caratterizza gli eccitoni Frenkel, si possono raggiungere Rabi Splitting molto elevati: questo implica la comparsa di un regime di accoppiamento spinto chiamato Ultra Strong Coupling (USC). Tale regime viene raggiunto quando il rapporto tra il Rabi Splitting e l'energia della transizione del materiale, chiamato grado di accoppiamento  $g$ , diventa considerevole (convenzionalmente si considera come soglia il valore 0.2). In questo regime il sistema non può più essere descritto dal modello quantistico approssimato di Jaynes-Cummings che sfrutta la Rotating Wave Approximation ma si devono tenere in conto anche i termini anti-risonanti che generano nuovi fenomeni interessanti legati al vuoto quantistico che però non approfondiremo in questo articolo.[9]

I semiconduttori inorganici presentano eccitoni di tipo Wannier-Mott che sono più delocalizzati nel reticolo cristallino ed hanno energie di legame più basse. Questa caratteristica rende gli eccitoni molto meno stabili al punto che anche a temperatura ambiente elettrone e lacuna si possono slegare perdendo la possibilità di accoppiarsi con i fotoni in cavità, quindi è necessario fare esperimenti a basse temperature. D'altro canto la delocalizzazione eccitonica è molto utile per ottenere facilmente condensati di Bose-Einstein di polaritoni come vedremo nel prossimo paragrafo.

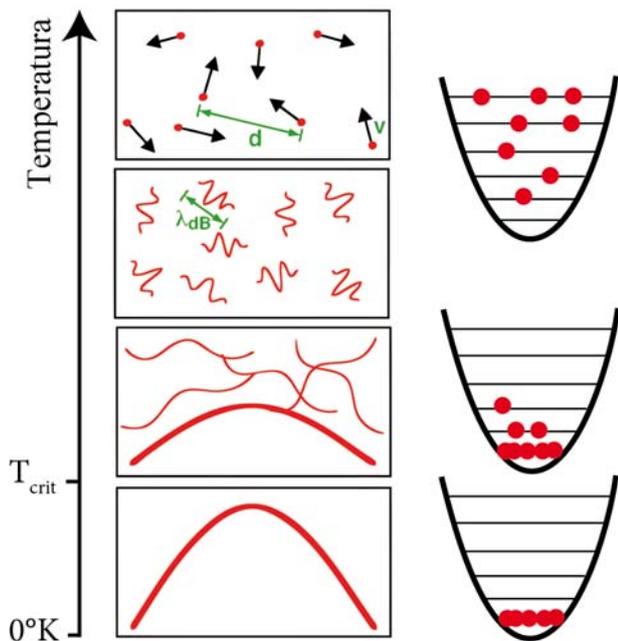
## Condensati di Bose-Einstein di polaritoni

Oltre alle sorprendenti proprietà descritte, i polaritoni sono particelle bosoniche e si possono quindi utilizzare per ottenere condensati di Bose-Einstein (BEC) in sistemi in stato solido: in particolare i sistemi in Strong Coupling mostrano delle caratteristiche vantaggiose per il verificarsi di questo fenomeno. Per descrivere i BEC è utile fare una digressione sui sistemi ideali di gas atomici ultra freddi. Quando la temperatura di un gas ideale di bosoni si abbassa fino a una certa temperatura critica avviene una transizione di fase dello stato quantico del sistema: la condensazione di Bose-Einstein. L'origine di questo fenomeno deriva dalla natura ondulatoria e dalla indistinguibilità intrinseca dei bosoni: essi possono occupare lo stesso stato quantico e possono essere descritti come dei pacchetti d'onda che hanno un'estensione pari alla lunghezza d'onda di De Broglie

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi mk_B T}}, \quad (30)$$

dove  $h$  è la costante di Planck,  $m$  è la massa della particella,  $k_B$  è la costante di Boltzmann e  $T$  è la temperatura del sistema. La lunghezza d'onda di De Broglie può essere intesa come l'incertezza spaziale sull'estensione delle particelle che per il principio di indeterminazione di Heisenberg è inversamente proporzionale alla quantità di moto associata ad esse. Se la temperatura del sistema scende, la lunghezza d'onda verrà incrementata, fino a che non diventa comparabile con la distanza media fra le particelle causando una sovrapposizione dei pacchetti d'onda. Anche la quantità di moto e l'energia dei bosoni diminuiscono con la temperatura fino a che non avviene una transizione ad una certa  $T$  critica per cui le particelle iniziano a collapsare nello stesso stato quantico fondamentale a più bassa energia. A differenza dei fermioni infatti, non esiste un limite per il numero di bosoni che possono occupare lo stesso stato quantico.

Il condensato di Bose-Einstein si forma quando la temperatura raggiunge lo zero assoluto e tutte le particelle sono nello stesso stato. È interessante far notare che se le particelle non interagiscono ciascuna di esse avrà una funzione d'onda ugua-



**Figura 16:** Schema degli stadi per la transizione verso il condensato di Bose-Einstein di un gas atomico in funzione della temperatura. Raggiunta la temperatura critica la lunghezza d'onda di De Broglie è tale da permettere la sovrapposizione delle funzioni d'onda e le particelle iniziano a collapsare in un unico stato quantico.

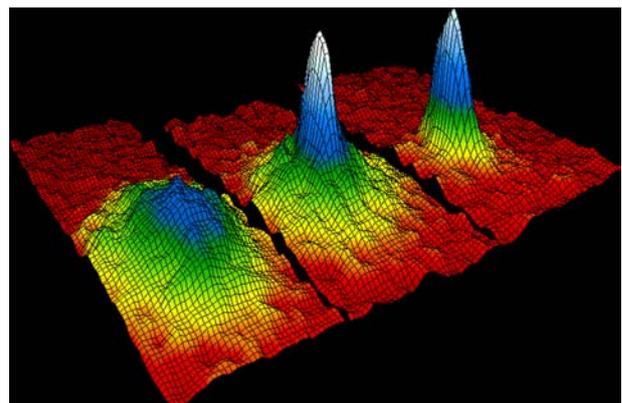
le alle altre ma rimarrà comunque indipendente. Se sono presenti interazioni invece, le particelle collassano in un oggetto macroscopico caratterizzato da un unico stato quantistico con una specifica fase. Un condensato di Bose-Einstein interagente è quindi un oggetto coerente la cui funzione d'onda quindi può essere descritta dalla seguente espressione:

$$\Psi(r) = \sqrt{N}e^{i\varphi(r)}, \quad (31)$$

dove  $\varphi(r)$  è la fase comune e  $N$  è il numero totale di particelle condensate. [10] L'interazione tra le particelle quindi è responsabile della coerenza del condensato e in aggiunta permette di ottenerlo a temperature maggiori dello zero assoluto.

Veniamo dunque al caso dei polaritoni per cui la condensazione di Bose-Einstein ha dei vantaggi tecnologici notevoli dovuti soprattutto alla possibilità di avere questo fenomeno a temperature meno estreme. I polaritoni infatti sono caratterizzati da una massa efficace e da un tempo di vita essenzialmente dominati dalla componente fotonica; quindi a parità di temperatura, la

lunghezza d'onda di De Broglie associata a un polaritone è molto più grande di quella atomica o eccitonica (nell'ordine dei 100 micron) e questo permette l'interazione delle particelle in fase di condensazione ad una temperatura più alta rispetto ad altri sistemi. Inoltre la componente eccitonica dei polaritoni è responsabile di forti interazioni coulombiane tra le particelle. Queste interazioni polaritone-polaritone facilitano il collasso delle particelle nello stato a minima energia, che nella dispersione tipica di un sistema in Strong Coupling corrisponde allo stato lower polariton ad angolo zero (vedi Fig. 15). I condensati di polaritoni sono interessanti tecnologicamente anche perchè producono emissione laser: dato che le particelle condensate sono nello stesso stato quando decadono sotto forma di fotoni avranno la stessa lunghezza d'onda e la stessa fase, come nell'emissione laser, ma senza il requisito dell'inversione di popolazione e quindi a soglie di potenza più basse.



**Figura 17:** Tre grafici di distribuzione delle velocità di un gas di atomi di rubidio; in quello intermedio e nell'ultimo a destra si forma e si stabilizza un condensato di Bose-Einstein.

Dalla prima osservazione di fenomeni polaritonici in dispositivi a semiconduttore avvenuta nel 1992 [11] sono state compiute numerose ricerche utilizzando materiali organici ed inorganici in microcavità verso sempre nuovi ed interessanti studi ed applicazioni. Sono stati osservati negli anni fenomeni come il lasing polaritonico, condensati di Bose-Einstein di polaritoni a temperatura ambiente,[12] [14] e come citato in precedenza sono stati fabbricati dispositivi polaritonici elettroluminescenti.[13]

## Conclusioni

Grazie al confinamento delle onde elettromagnetiche le interazioni luce-materia si possono spingere al punto in cui fotoni ed eccitoni arrivano a fondersi. Le particelle ibride che si creano, i polaritoni, hanno caratteristiche interessantissime sia per studi di base che per la fabbricazione di dispositivi fotonici innovativi. Studiare i condensati di Bose-Einstein in sistemi in stato solido, facili da fabbricare ed analizzare, può aprire le porte a nuovi e sorprendenti esperimenti per esplorare i confini tra mondo quantistico e classico. Il passo tecnologico successivo è raggiungere questo stato tramite controllo elettrico in un dispositivo integrato. Questa tematica è di interesse cruciale per i futuri computer quantistici che, basandosi sui sorprendenti principi della fisica quantistica, rivoluzioneranno il modo di fare computazione.



- [1] K.J. VAHALA: "Optical microcavities", *Nature* **424** (2003) 839-846.
- [2] A. KAVOKIN, J.J. BAUMBERG, G. MALPUECH, F. LAUSSY: *Microcavities*. Oxford University Press, Oxford (2011).
- [3] E.T. JAYNES, F.W. CUMMINGS: "Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser", *Proc. IEEE* **51(1)** (1963) 89-109.
- [4] R.J. HOLMES, S.R. FORREST: "Strong exciton-photon coupling in organic materials", *Organic Electronics* **8** (2007) 77-93.
- [5] S HAROCHE: "Nobel Lecture: Controlling photons in a box and exploring the quantum to classical boundary", *Reviews of Modern Physics* **85(3)** (2013) 1083-1102.
- [6] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAI<sup>^</sup>TRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. M. RAIMOND, S. HAROCHE: "Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement", *Physical Review Letters* **77(24)** (1996) 4887-4890.
- [7] P. MICHETTI AND G. C. LA ROCCA: "Polariton states in disordered organic microcavities", *Physical Review B* **71** (2005) 115320.
- [8] M. MAZZEO, A. GENCO, S. GAMBINO, D. BALLARINI, F. MANGIONE, O. DI STEFANO, S. PATANÈ, S. SAVASTA, D. SANVITTO, G. GIGLI: "Ultrastrong light-matter coupling in electrically doped microcavity organic light emitting diodes", *Applied Physics Letters* (2014).
- [9] C. CIUTI, G. BASTARD AND I. CARUSOTTO: "Quantum vacuum properties of the intersubband cavity polariton field", *Physical Review B* **72** (2005) 115303.
- [10] W. KETTERLE, D.S. DURFEE, D.M. STAMPER-KURN: "Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates", (1999) [.http://arxiv.org/abs/cond-mat/9904034](http://arxiv.org/abs/cond-mat/9904034)

- [11] WEISBUCH, NISHIOKA, ISHIKAWA, ARAKAWA: "Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity", *Physical Review Letters* (1992).
- [12] J. KASPRZAK, M. RICHARD, S. KUNDERMANN, A. BAAS, P. JEAMBRUN, J. M. J. KEELING, F. M. MARCHETTI ET AL.: "Bose-Einstein condensation of exciton polaritons", *Nature* **7110** (2006) 409-414.
- [13] S. I. TSINTZOS, N. T. PELEKANOS, G. KONSTANTINIDIS, Z. HATZOPOULOS, P. G. SAVVIDIS: "A GaAs polariton light-emitting diode operating near room temperature", *Nature* **7193** (2008) 372-375.
- [14] K. S. DASKALAKIS, S. A. MAIER, R. MURRAY, S. KÉNA-COHEN: "Nonlinear interactions in an organic polariton condensate", *Nature Materials* (2014).



**Armando Genco:** Dottorando in "Fisica e Nanoscienze" presso il Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi" di Lecce. Lavora in collaborazione con il CNR-NANOTEC di Lecce nel campo della fabbricazione di dispositivi organici elettro-luminescenti per la nano-fotonica quantistica.