



## Riserva sinistri stocastica e misure di risk capital per assicurazioni non life

F. Baione

Dipartimento di Ma. D.E.F.A.

Università di Roma, “La Sapienza”

Via del Castro Laurenziano, 9 - 00161 Roma

[fabio.baione@uniroma1.it](mailto:fabio.baione@uniroma1.it)

**Abstract:** *In generale, la solvibilità implica la disponibilità da parte di un'impresa assicurativa di mezzi finanziari sufficienti a soddisfare gli impegni presenti e futuri nei confronti degli assicurati su un orizzonte temporale di riferimento, con un prestabilito livello di confidenza, corrispondente al livello di probabilità del percentile della distribuzione della variabile aleatoria importo complessivo del danno, assunto come target di sicurezza. L'impiego di metodologie stocastiche per la determinazione della riserva sinistri, pari alla stima degli impegni di risarcimento aleatori per sinistri avvenuti e non ancora liquidati alla chiusura dell'esercizio, fornisce, oltre alla stima puntuale di tale posta, intervalli di variazione della stessa secondo prefissati livelli di probabilità in modo coerente con l'impianto metodologico rappresentato nel Solvency II introducendo tuttavia rischi di modello, di parametro e di processo. In particolare, nel presente lavoro partendo dal contributo originale di Pentikainen e Rantala (1992), in cui è analizzato l'errore commesso dai metodi di stima della riserva sinistri attraverso l'uso di un modello simulativo di tipo Monte Carlo, è effettuata la stima dell'errore di modello riferito a modelli attuariali di stima della riserva sinistri stocastici del tipo descritti da Mack (1993 e 1999) e da England e Verral (2001 e 2002); l'analisi è inoltre estesa per dare evidenza dell'effetto dell'errore di stima sul capitale economico determinato secondo la logica di un approccio per quantili.*

**Keywords:** Risk Capital; Stochastic Reserving; Chain-Ladder; Run-off Errors; Model Errors; Parameter Errors; Bootstrap; Simulation; Monte Carlo.

### 1. Requisiti patrimoniali ai fini di solvibilità

Negli ultimi anni la Commissione Europea, allo scopo di introdurre nuovi sistemi di misurazione e controllo della solvibilità delle imprese assicurative, ha avviato il progetto Solvency II in analogia con quanto avvenuto nel settore bancario con Basilea II. In particolare, l'impianto del progetto Solvency II è strutturato su 3 pilastri secondo il seguente schema: I Pilastro (Requisiti Patrimoniali), II Pilastro (Risk Management): III Pilastro (Trasparenza e market discipline).

In particolare, per lo sviluppo del I pilastro, che ha lo scopo di definire i criteri di determinazione dei requisiti patrimoniali minimi a fini di vigilanza e di solvibilità coerenti con l'assorbimento di capitale per effetto dei rischi gestiti dall'impresa assicurativa, la Commissione Europea ha richiesto al CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pension Supervisors) di predisporre delle linee guida metodologiche orientate alla definizione dei requisiti patrimoniali minimi delle compagnie assicurative ed in particolare sul livello di prudenza da adottare nella valutazione delle riserve tecniche. A tale scopo, il CEIOPS ha promosso presso le imprese assicurative europee studi di impatto quantitativo (QIS) con lo scopo di monitorare lo stato dell'arte delle regole già adottate dalle imprese ai fini della definizione del Risk Capital e, quindi, testare i diversi approcci metodologici per la definizione e misurazione dei livelli di solvibilità da cui rilevarne l'applicabilità e gli effetti sul bilancio.

Va osservato che il progetto Solvency II presenta una stretta intersezione metodologica con il



progetto IAS in quanto ammette il criterio del Fair Value quale *starting point* per la valutazione delle passività assicurative; nelle misure di Risk Capital le riserve tecniche sono valutate al Fair Value, ottenuto per somma tra la componente di Best Estimate Liability (BEL) e la componente di Risk Margin Value (RMV), detta ultima componente riflette il prezzo di mercato dell'incertezza delle principali fonti di rischio presenti nella gestione dell'impresa assicurativa.

Nel corso degli ultimi anni i progetti IAS e Solvency hanno proseguito parallelamente vedendo da un lato lo IASB produrre diversi documenti tecnici in cui sono esaminate le metodologie per la misurazione delle riserve tecniche al Fair Value, in particolare approfondendo dal punto di vista teorico e pratico il concetto di best estimate e risk margin, dall'altro il CEIOPS predisporre ad oggi 4 QIS che hanno consentito un monitoraggio del livello di technicality raggiunto dalle imprese assicurative nella fissazione dei requisiti patrimoniali a fini di solvibilità, oltre a verificare la validità degli *internal models* rispetto allo *standard approach* di tipo parametrico proposto per le prime simulazioni. Attraverso gli studi di impatto quantitativo il CEIOPS si è posto l'obiettivo di definire i possibili standards metodologici per la determinazione e misurazione dei requisiti patrimoniali minimi a fini di vigilanza (Minimum Capital Requirements - MCR) e a fini di solvibilità, (Solvency Capital Requirements - SCR), valutandone l'applicabilità ed i possibili effetti sul bilancio.

## 2. Stima dell'errore di run-off dei modelli di riservazione stocastici

In generale, la solvibilità implica la disponibilità da parte dell'Impresa di mezzi finanziari sufficienti a soddisfare gli impegni presenti e futuri nei confronti degli assicurati su un orizzonte temporale di riferimento, con un prestabilito livello di confidenza. È richiesto pertanto che l'Impresa abbia mezzi patrimoniali eccedenti le disponibilità tecniche determinati in ragione della tipologia dei rischi assunti, delle correlazioni emergenti dalla loro interrelazione e dal grado di tolleranza richiesto, corrispondente al livello di probabilità del percentile della distribuzione della variabile aleatoria perdita, assunto come target di sicurezza. Secondo gli orientamenti del progetto Solvency II, il capitale di rischio a fini di solvibilità deve essere valutato tenendo conto di tutte le fonti di rischio che gravano sull'impresa. Nel settore delle assicurazioni dei rami danni devono essere considerati e valutati in via prevalente il rischio di premio e di riserva ed il rischio di eventi catastrofici; in particolare, nel presente lavoro verranno effettuate alcune considerazioni sul rischio di riservazione.

Dal punto di vista teorico, definita con  $X$  la variabile aleatoria importo dei sinistri liquidati, è possibile formalizzare il capitale economico nel modo seguente:

$$K(X) = \rho_\alpha(X) - FV(X)$$

essendo  $K(X)$  il capitale economico (SCR nella terminologia del CEIOPS),  $\rho_\alpha(X)$  una misura di rischio fissata in corrispondenza di un prefissato livello di rischio  $\alpha$  (Security Factor) e  $FV(X)$  il Fair Value (BEL+RMV) delle passività assicurative.

È pertanto necessario ai fini della misurazione del capitale economico disporre di un modello di valutazione che soddisfi gli standards informativi minimi sulle distribuzioni di probabilità della v.a.  $X$ , ovvero informazioni statistiche (media, varianza, percentili, momenti di ordine superiore, ecc).

Considerando un anno di origine  $t_0$ , il pagamento dei sinistri riferiti ad una singola generazione di accadimento viene distribuito nei successivi esercizi fino al completamento del processo di liquidazione. Indicando con  $t$  l'istante di valutazione, i sinistri della generazione  $t-s$ , pagati in  $t-s+u$  (dove  $s=t-t_0$ ) sono indicati con  $X(t-s;u,u)$  e quelli pagati tra gli anni

$$t-s+u_1 \text{ e } t-s+u_2 \text{ da } X(t-s;u_1,u_2), \text{ pertanto: } X(t-s;u_1,u_2) = \sum_{u=u_1}^{u_2} X(t-s;u,u).$$

Le metodologie statistiche attuariali tradizionali di tipo deterministico, sulla base delle informazioni storiche disponibili, consentono di effettuare una stima puntuale  $\hat{X}(t-s;u_1,u_2)$  degli importi attesi da liquidare per la generazione  $t-s$  ossia l'importo della riserva sinistri  $C(t-s,s)$ ; tuttavia tale



impostazione metodologia, pur risultando coerente ai fini della definizione di BEL, non consente di quantificare le informazioni statistiche necessarie per la determinazione del capitale economico.

Al fianco delle metodologie deterministiche, la letteratura attuariale dell'assicurazione danni negli ultimi anni è ricca di spunti teorici e pratici circa l'utilizzo, ai fini della costituzione o del controllo a posteriori della riserva sinistri, di metodologie di valutazione della riserva di tipo stocastico. L'impiego di tali metodologie fornisce, in aggiunta alla stima puntuale della riserva (BEL), intervalli di variazione della stessa secondo prefissati livelli di probabilità in modo coerente con l'impianto metodologico rappresentato nel Solvency II. È importante sottolineare che nelle valutazioni stocastiche sono da considerare le seguenti tipologie di rischio:

- il rischio di modello dovuto all'impiego di un modello di stima non adeguato;
- il rischio di parametro collegato alla precisione della stima dei parametri del modello;
- il rischio di processo riguarda la dispersione intrinseca della distribuzione stimata.

Tali rischi pertanto si riflettono direttamente sia sulla valutazione al Fair Value delle riserve sinistri che sulla relativa stima del capitale economico. Pertanto, nel presente lavoro partendo dal contributo originale di Pentikainen e Rantala (1992), in cui si analizza l'errore commesso dal metodo di stima attraverso l'uso di un modello simulativo di tipo Monte Carlo, è effettuata la stima dell'errore di modello riferito a modelli attuariali di stima della riserva sinistri stocastici del tipo descritti a Mack (1993 e 1999) e da England e Verral (2001 e 2002); è inoltre data evidenza dell'effetto dell'errore di stima sul capitale economico determinato secondo la logica di un approccio per quantili.

## Bibliografia

- England P.D., Verral R.J. (2002), "Stochastic claims reserving in general insurance"; Institute of Actuarie and Faculty of Actuaries.
- England P.D., Verral R.J. (1999), "Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claim reserving", *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 25.
- England P.D. (2002), "Addendum to Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claim reserving", *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 31.
- Mack T. (1993), "Measuring the variability of chain ladder reserve estimates", Meeting of the casualty actuarial society.
- Mack T. (1999), "The standard error of chain ladder reserve estimates: recursive calculation and inclusion of a tail factor", Meeting of the casualty actuarial society.
- Pentikainen T., Rantala J. (1989), "Run-off risk as a part of claims fluctuation", *Astin Bulletin*, Vol. 16, no. 2.
- Pentikainen T., Rantala J. (2002), "A Simulation procedure for comparing different claims reserving methods", *Astin Bulletin*, Vol. 22, no. 2.